

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет: **ФИЗИЧЕСКИЙ**

Кафедра: **ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ**

Направление подготовки: **03.03.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **БАКАЛАВРИАТ**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

Сандалова Евгения Сергеевича

Тема работы: Электродинамическая система планарного генератора терагерцового излучения на основе ленточных релятивистских электронных пучков

«К защите допущена»

Д-р физ.-мат. наук,

профессор

Иванов А.А /

«.....».....20...г.

Научный руководитель

Канд. физ.-мат. наук, доцент

с.н.с. ИЯФ СО РАН

Синицкий С.Л./

«.....».....20...г.

Дата защиты: «.....»20...г.

Новосибирск, 2016

Оглавление

| | |
|--|----|
| Введение | 3 |
| Глава 1. Принципы работы терагерцового генератора, описание наиболее важных узлов установки | 6 |
| 1.1 Общая схема планарного терагерцового генератора с двухстадийной схемой | 6 |
| Глава 2. Уточнение теории двумерной распределенной обратной связи в брэгговских структурах | 16 |
| 2.1 Анализ собственных мод рефлектора с двумерной «шахматной» гофрировкой | 18 |
| 2.2 Сравнение аналитического и численного решений для спектра собственных мод рефлектора с двумерной «шахматной» гофрировкой . | 28 |
| Глава 3. Исследование и анализ свойств электродинамической системы планарного терагерцового генератора с помощью 3D-моделирования..... | 37 |
| 3.1 Моделирование комбинированного резонатора планарного терагерцового генератора | 37 |
| 3.2 Моделирование волнового дефлектора планарного терагерцового генератора..... | 42 |
| Глава 4. «Холодные» эксперименты по исследованию свойств электродинамической системы | 46 |
| 4.1 Методика обработки измерений. Модель двух зеркал. | 47 |
| 4.2 Сравнение полученных результатов с 3D-моделированием | 51 |
| Заключение | 56 |
| Список используемой литературы | 57 |

Введение.

В настоящее время одной из актуальных задач физики микроволн является создание источников мощного терагерцового излучения в диапазоне 1-10 ТГц. Эта необходимость возникла вследствие широкого распространения терагерцовых технологий в различных областях науки, военной и гражданской техники, а также народного хозяйства. Например, в области спектроскопии терагерцовым излучением, в настоящее время идет создание баз данных, с помощью которых возможна идентификация химического состава ряда молекулярных соединений. Для этих целей используется часть электромагнитного спектра между инфракрасным и миллиметровым диапазонами.

Существующие импульсные и импульсно-периодические источники терагерцового излучения такие, как лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), а также гиротроны, обладают всеми необходимыми параметрами, но являются сложными и дорогостоящими электрофизическими установками. Так, например, ЛСЭ способны генерировать мощные импульсы длительностью ~ 100 пс с пиковой мощностью на уровне 1 МВт при средней мощности в диапазоне около 500 Вт [1]. Современные терагерцовые гиротроны с частотой излучения, приближающейся к 1 ТГц, очень быстро эволюционируют. В настоящее время существуют гиротроны с мощностью в 200 кВт при частоте 0,67 ТГц в импульсе длительностью до 50 мкс [2] и с мощностью до 5 кВт при частоте ~ 1 ТГц в импульсе длительностью до 50 мкс [3]. Принцип действия этих источников основан на генерации тормозного излучения электронов, ускоренно движущихся в электрическом или магнитном поле специальной конфигурации в вакуумной камере. Как уже упоминалось, подобные системы являются технически сложными и дорогими проектами, поэтому существует потребность в поиске и разработке новых менее дорогих, но эффективных методов генерации терагерцового излучения.

В начале 90-х годов в работе [4] было предложено использовать двумерно распределенную обратную связь (РОС) для генерации гигаваттных потоков когерентного миллиметрового излучения в мазерах на свободных электронах (МСЭ), при поперечных размерах электродинамических систем, достигающих 100 и даже 1000 длин волн. Экспериментальные работы в этом направлении были начаты в 1992 году в ИЯФ СО РАН на установке ЭЛМИ, где был создан планарный МСЭ с ленточным пучком [5]. Такие же исследования по применению двумерной распределенной обратной связи в коаксиальной геометрии проводились в Стратклайдском университете (Великобритания)[6]. Принципиальная способность нового механизма обратной связи обеспечить когерентность волнового потока в таких сверхразмерных системах была подтверждена в экспериментальных исследованиях МСЭ планарной и коаксиальной геометрий [6,7].

В настоящее время в Институте ядерной физики имени Г.И Будкера на установке ЭЛМИ продолжают исследования по генерации мощных импульсов миллиметрового излучения в планарном мазере с двумерной распределенной обратной связью. В качестве источника накачки волн используются ленточные релятивистские электронные пучки с характерными параметрами: $E_e \approx 0.9$ МэВ, $I_b \approx 1 - 3$ кА, $\tau_b \approx 5$ нс. К текущему моменту был достигнут уровень мощности масштаба 20 – 30 МВт в импульсе излучения с частотой 75 ГГц длительностью 100 нс.

На основании этих экспериментов были предприняты шаги по разработке и созданию системы для генерации терагерцового излучения в двухстадийной схеме. Принцип работы данной схемы предполагает создание мощного импульса миллиметрового излучения в низкочастотной секции генератора, а далее, его накопление в высокочастотной секции, где планируется осуществить рассеяние этого излучения на втором ленточном пучке с преобразованием исходной частоты 75 ГГц в терагерцовый диапазон.

Основной целью данной квалификационной работы является теоретическое и экспериментальное исследование электродинамической системы планарного генератора терагерцового излучения на основе двух ленточных релятивистских электронных пучков (РЭП).

В рамках этого исследования решались следующие задачи: с помощью компьютерного 3-D моделирования исследовались электродинамические свойства основных элементов ТГц-генератора, производилась оптимизация электродинамической системы существующего генератора миллиметрового излучения, осуществлялась разработка, создание и тестирование волнового дефлектора. Совместно с теоретическими исследованиями были изготовлены следующие элементы двухстадийной схемы: комбинированный резонатор низкочастотной секции, канал транспортировки пучка высокочастотной секции, а также волновой дефлектор. Эти элементы были протестированы в «холодных» экспериментах на специальном микроволновом стенде. С помощью специально созданной методики измерения коэффициента отражения различных планарных брэгговских структур были измерены их полосы отражения, а результаты измерений сопоставлены с данными, полученными в 3-D моделировании.

Автор дипломной работы принимал участие во всех стадиях изготовления модернизированной электродинамической системы: расчете, моделировании, монтаже и проведении экспериментов.

Глава 1. Принципы работы терагерцового генератора, описание наиболее важных узлов установки

1.1 Общая схема планарного терагерцового генератора с двухстадийной схемой

Общая схема планарного генератора терагерцового излучения представлена на Рис. 1. Генератор состоит из двух каналов, разделенных между собой металлической перегородкой. Длина каждого из каналов составляет 110.4 см. В качестве источника накачки волн используются близкие по параметрам ленточные электронные пучки, эмитируемые катодом, который располагается в одной плоскости с двуканальной системой. Характерные параметры используемых пучков в данном эксперименте: $E_e \approx 0.8 - 1$ МэВ, $I_b \approx 1 - 3$ кА, $\tau_b \approx 3 - 5$ нс, $S_b = 0.4 \times 7$ см – сечение пучка. Геометрические размеры пучка, толщина и ширина, обеспечиваются формирователем пучка, расположенным после катода. Сформированные пучки транспортируются в сильном однородном ведущем магнитном поле (амплитуда поля $B_{\parallel} \approx 1.7$ Тл) внутри нижнего и верхнего вакуумных каналов с поперечным сечением $0,95 \times 9$ см, в дальнейшем именуемых, как низкочастотная и высокочастотная секции генератора, соответственно.

Кроме того, низкочастотная секция помещена во внешнее ондуляторное поле. Ондулятором называется устройство для преобразования кинетической энергии заряженных частиц (в нашем случае электронов) в энергию электромагнитного излучения за счет взаимодействия этих частиц с периодическим электрическим или магнитным полем.

Конструкция ондулятора включает в себя две эпоксидные пластины, в которые залиты токовые витки, сами же пластины расположены симметрично относительно центральной плоскости нижнего канала. Каждая из пластин имеет длину 96 см и ширину 20 см, а также включает в

себя 48 многовитковых катушек (число витков в каждой катушке-15), расположенных последовательно с чередованием полярности подключения в общую цепь.

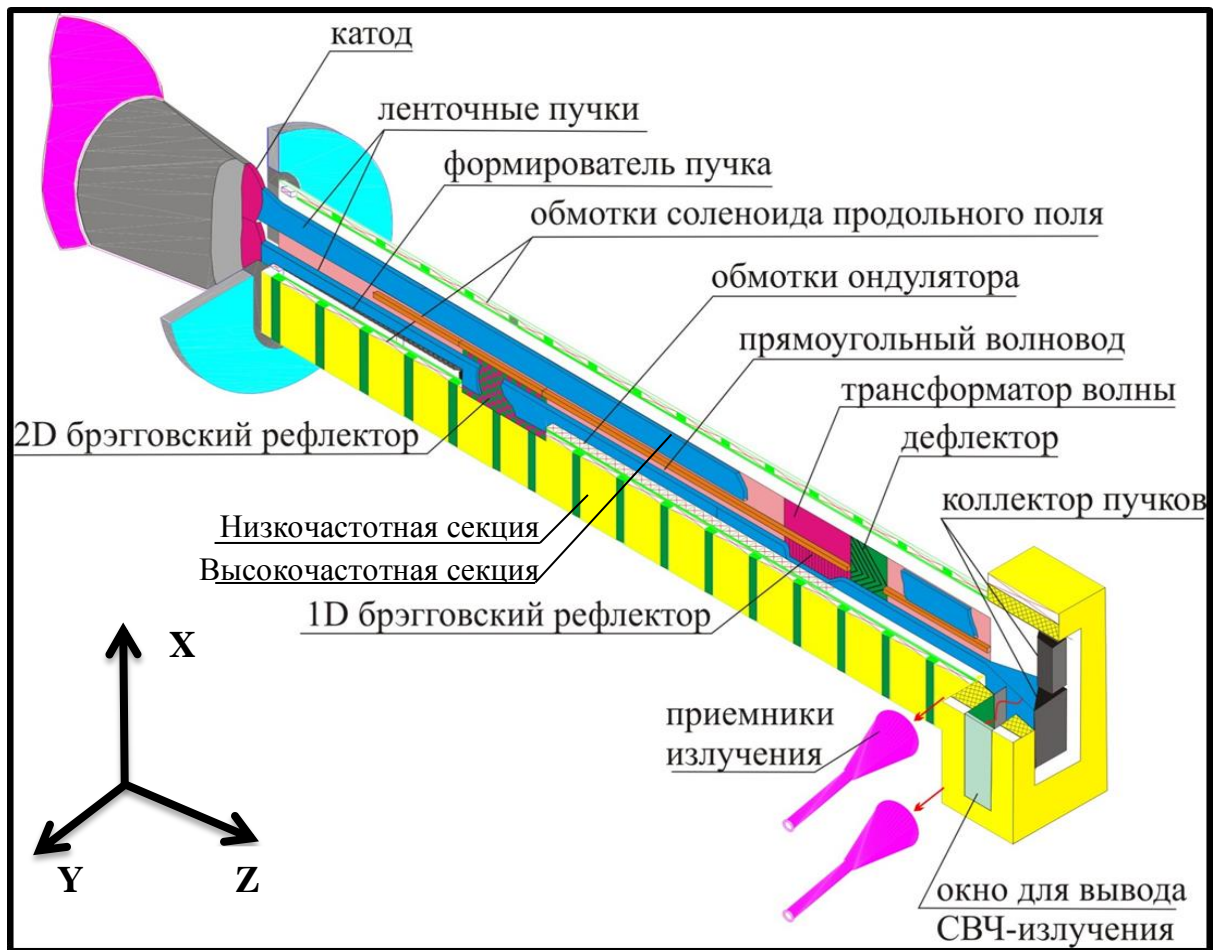


Рисунок 1. Общая схема планарного генератора терагерцового излучения

Основные элементы установки:

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Катод | 8. Одномерный брэгговский рефлектор |
| 2. Формирователь пучка | 9. Двухмерный брэгговский рефлектор |
| 3. Ленточные пучки | 10. Дефлектор |
| 4. Низкочастотная секция генератора | 11. Трансформатор волны |
| 5. Высокочастотная секция генератора | 12. Коллектор пучков |
| 6. Обмотки ондулятора | 13. Окно для вывода СВЧ-излучения |
| 7. Обмотки соленоида продольного поля | 14. Приемники излучения |

Ток в витках катушек может изменяться от 0 до 300 А, что в свою очередь обеспечивает возможность варьировать амплитуду ондуляторного поля от 0 до 0,2 Тл. Для формирования достаточно плавного нарастания амплитуды ондуляторного поля вдоль траектории движения электрона в целях обеспечения адиабатичности раскачки его осцилляций, число витков в катушках входной секции ондулятора по мере продвижения внутрь ондулятора линейно нарастает с 4 до 15. Таким образом, параметры вышеуказанного активного магнитного ондулятора таковы: длина нарастания ондуляторного поля-24 см, амплитуда поперечного магнитного поля $B_{\perp} \approx 0.17$ Тл, пространственный период – 4 см.

Распределение поля в однородной части ондулятора вблизи его центральной плоскости близко к гармоническому закону:

$$H_{\perp} = H_0 \sin(k_u z) \quad (1.1)$$

Здесь $k_u = \frac{2\pi}{d_u}$, а $d_u = 4$ см - это пространственный период ондулятора, ось z направлена вдоль траектории распространения пучка. Синим цветом на Рис.2 изображена область, занимаемая пучком.

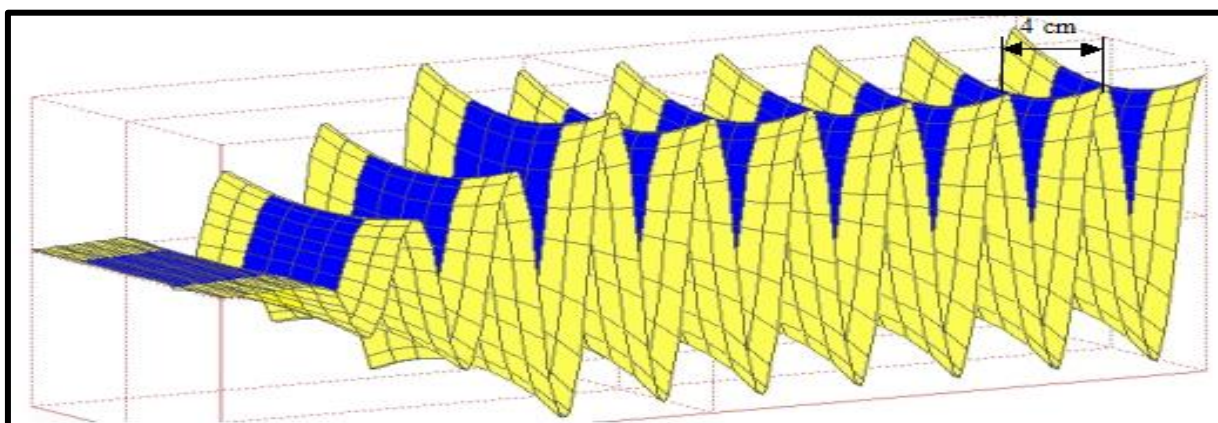


Рисунок 2. Пространственное распределение магнитного поля ондулятора внутри резонатора

Далее пучок распространяется в направлении выходного коллектора через электродинамическую систему генератора, в качестве которой

используется комбинированный двухзеркальный резонатор, состоящий из входного двумерного (2-D) и выходного одномерного (1-D) брэгговских рефлекторов, соединенных регулярной секцией прямоугольного волновода (Рис. 3).

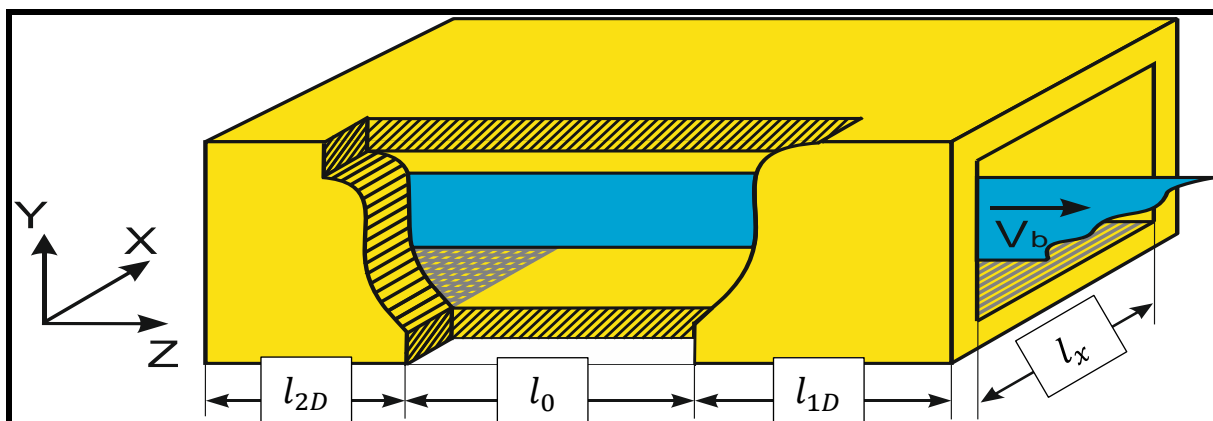


Рисунок 3. Схема комбинированного резонатора

$l_x = 10$ см - ширина канала. Толщина стенок канала равна 2 мм.

Двумерная «шахматная» гофрировка входного рефлектора низкочастотной секции (см. Рис. 3) позволяет реализовать механизм двумерной распределенной обратной связи. Происходит это следующим образом: электроны пучка, транспортируемого в низкочастотной секции, под воздействием поля ондулятора начинают осциллировать, в результате чего происходит формирование попутной электромагнитной волны. Эта волна отражается от выходного одномерного брэгговского рефлектора только в узкой полосе частот шириной около 1.5 ГГц и возвращается к входному рефлектору. Поскольку эффективное отражение падающей волны входным 2D- рефлектором происходит также в узкой полосе частот и только через рассеяние: сперва в поперечные волновые потоки, а затем обратно в продольные, то этим обеспечивается синхронизация волн, генерируемых различными частями поперечного сечения пучка. Таким образом, благодаря рассеянию в поперечные потоки на входном 2D-рефлекторе, осуществляется селекция мод с заданной поперечной

структурой, что в конечном итоге обеспечивает генерацию когерентного излучения всем поперечным сечением комбинированного резонатора.

Далее, миллиметровое излучение, выходящее из резонатора, с помощью дефлектора переводится из низкочастотной секции в высокочастотную, где попадает в брэгговский трансформатор, преобразующий бегущую волну в квазистоячую. Подобная конфигурация позволяет уменьшить продольный волновой вектор волны и создать условия для эффективного рассеяния электромагнитного излучения (с частотой 75 ГГц) в диапазон 0.6-1 ТГц на встречном пучке.

Следует отметить, что в настоящее время двумерная обратная связь применяется для генерации мощного когерентного излучения не только в сверхразмерных системах вакуумной электроники, но и в лазерной физике при использовании активных сред с большими размерами [1,8].

Переходя к более подробному рассмотрению элементов электродинамической системы планарного генератора, введем для определенности следующие обозначения, которые будут использоваться в данной работе далее (см. Рис.4):

$h_{s,p} = \frac{2\pi}{d}$ – это компонента трансляционного вектора решетки.

h_s – вдоль оси z , h_p – вдоль оси x .

$\bar{h} = \sqrt{h_s^2 + h_p^2}$ – трансляционный вектор решетки.

h - волновые векторы парциальных волн, d – период гофрировки рефлектора.

Входной 2-D брэгговский рефлектор, расположенный на входе в резонатор, выполнен из двух параллельных медных пластин с нанесённой «шахматной» гофрировкой. Длина нарезки рефлектора в продольном направлении $l_{2D} = 20$ см, а в поперечном – 10 см, глубина гофрировки и

период по обоим направлениям соответственно такие- $a_{2D} = 0,022$ см, $d_{2D} = 0,4$ см. Основная гармоника Фурье такой гофрировки согласно [9] имеет следующий вид:

$$a = \frac{16a_{2D}}{\pi^2} [\cos(\bar{h}_{2D}z - \bar{h}_{2D}x) + \cos(\bar{h}_{2D}z + \bar{h}_{2D}x)] \quad (1.2)$$

где $\bar{h}_{2D} = \frac{2\pi}{d_{2D}}$ – величина x и z компонент трансляционного вектора.

Следует отметить, что все уравнения, анализируемые в дальнейшем в этой главе, описывают взаимную трансформацию волн на «идеальной» двоякопериодической синусоидальной гофрировке стенок прямоугольного волновода. Однако такого типа рефлекторы технологически изготовить намного сложнее, поэтому в настоящей конфигурации генератора гофрировка выполнена в виде «шахматной» нарезки, что гораздо проще в плане изготовления. Также подобная нарезка является наиболее оптимальным приближением синусоидальной гофрировки, с точки зрения электродинамических свойств. Особенно важным аспектом в технологии изготовления рефлектора является точность нанесения периода гофрировки и точность наносимого профиля, поскольку из-за дефектов происходит появление паразитных гармоник в разложении Фурье, в том числе, ответственных за одномерное рассеяние.

В соответствии с теорией электромагнитного поля в гофрированных волноводах [9] при выполнении условия двумерного брэгговского резонанса:

$$\bar{h}_{2D} \approx h \quad (1.3)$$

электромагнитное поле в такой двумерной структуре можно представить в виде четырёх парциальных волновых потоков, распространяющихся во взаимно перпендикулярных направлениях, как это указано на векторной диаграмме (Рис.4):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(y) \operatorname{Re}\{[A_+(x, z)e^{-ihz} + A_-(x, z)e^{ihz} + B_+(x, z)e^{-ihx} + B_-(x, z)e^{ihx}]e^{i\omega t}\} \quad (1.4)$$

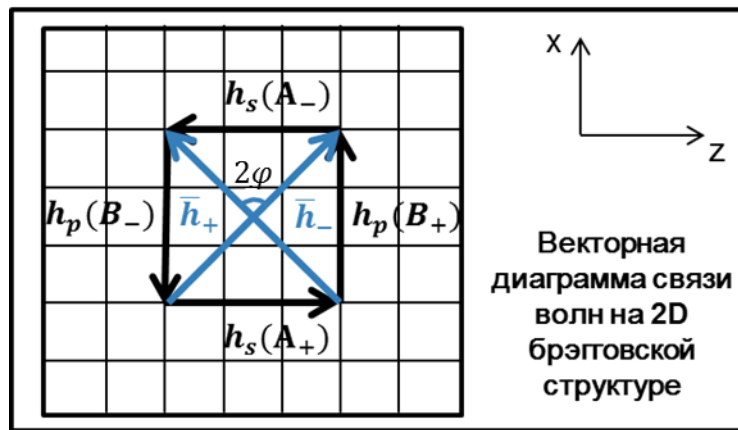


Рисунок 4. Векторная диаграмма связи волн на 2D рефлекторе

Здесь и далее коэффициенты A_+ , A_- и B_+ , B_- - амплитуды продольно- (вдоль оси z) и поперечно (вдоль оси x) распространяющихся волн соответственно. Синим цветом показаны трансляционные вектора рефлектора, черным - волновые вектора парциальных волн.

Таким образом, сформированная попутная, или синхронная, волна усиливается во время движения в регулярной секции волновода электронным пучком, осциллирующим в комбинированном ондуляторном и однородном ведущем магнитном поле. Основными преимуществами подобного 2-D рефлектора являются высокая селективность и совместимость с существующими каналами транспортировки мощных РЭП. Следует отметить, что поперечные, по отношению к направлению распространения пучка, потоки электромагнитной энергии, возникающие на двумерной решетке, достаточно эффективно синхронизируют излучение различных частей пространственно-развитого РЭП. В перспективном развитии работы с использованием двумерной обратной связи возможно создание генератора направленного когерентного миллиметрового излучения с гигаваттным уровнем мощности.

После регулярной части волновода располагается одномерный брэгговский рефлектор (ближе к выходному концу резонатора) с планарной геометрией. В данной работе был использован одномерный

рефлектор, выполненный путем нанесения гофрировки в форме параллельных прямоугольных углублений-каналов со следующими параметрами: длина рефлектора – $l_{1D} = 20$ см, глубина гофрировки и ее период соответственно – $a_{1D} = 0,007$ см, $d_{1D} = 0,2$ см. Основная Фурье гармоника подобного рефлектора имеет следующий вид:

$$a = \frac{4a_{1D}}{\pi} \cos(\bar{h}_{1D}z) \quad (1.5)$$

Как следствие одномерный рефлектор при выполнении условия брэгговского резонанса:

$$\bar{h}_{1D} \approx 2h \quad (1.6)$$

обеспечивает взаимное рассеяние двух парциальных волн, распространяющихся в противоположных направлениях (Рис.5):

$$E = E_0(y) \operatorname{Re}\{[A_+(x, z)e^{-ihz} + A_-(x, z)e^{ihz}]e^{i\omega t}\} \quad (1.7)$$



Рисунок 5. Векторная диаграмма связи волн на 1D рефлекторе

Иными словами, такая структура рефлектора позволяет формировать из попутной волны обратный поток электромагнитного излучения, направленный в сторону катода, что, в свою очередь, позволяет создать условия для самовозбуждения генератора. Важно отметить, что для одновременного выполнения условий резонанса в 2D и в 1D рефлекторах, их периоды гофрировки рефлекторов должны различаться в два раза.

Установленный после резонатора волновой дефлектор обеспечивает перевод значительной части генерируемого пучком СВЧ-излучения из низкочастотной секции генератора в высокочастотную. Геометрические параметры дефлектора, используемого в актуальной конфигурации генератора таковы: размеры пластин дефлектора – 13×18.2 см, глубина гофрировки – $h_{def} = 0,03$ см, период решетки – $d_{def} = 2.82$ мм. Основная Фурье-гармоника нарезки такого дефлектора и парциальные волны в дефлекторе описываются следующими выражениями:

$$a = \frac{4 \cdot a_{Def}}{\pi} [\cos(\bar{h}_{Def}z + \bar{h}_{Def}x)] \quad (1.8)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(y) \text{Re}\{[A_+(x, z)e^{-ihz} + A_-(x, z)e^{ihz} + B_-(x, z)e^{ihx}]e^{i\omega t}\} \quad (1.9)$$

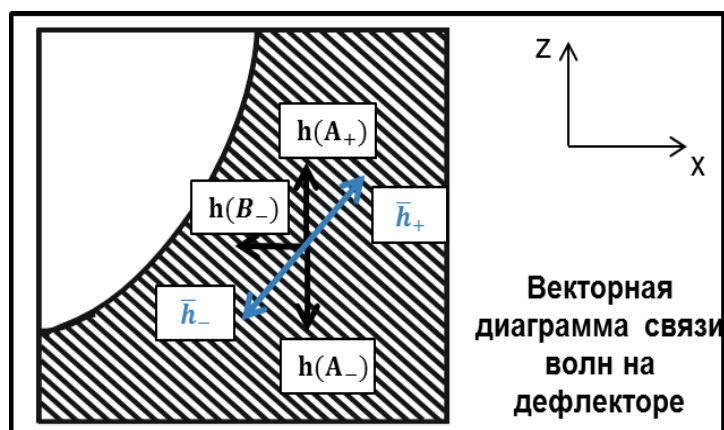


Рисунок 6. Векторная диаграмма связи волн на дефлекторе

После дефлектора в высокочастотной части терагерцового генератора располагается трансформатор волн, предназначенный для формирования стоячей волны между боковыми стенками волновода. Этот элемент предназначен для создания равномерного фронта волны, двигающейся в сторону катода, и обеспечения эффективного взаимодействия с встречным пучком. Таким образом, в высокочастотной секции реализуется рассеяние стоячей волны миллиметрового излучения с частотой 75 ГГц на встречном электронном пучке с трансформацией частоты в терагерцовый диапазон.

Далее из этой секции терагерцовое излучение распространяется к графитовому коллектору электронов пучка, боковая поверхность которого наклонена к плоскости каналов под углом 45 градусов. Благодаря такому наклону, поверхность коллектора отражает излучение, поворачивая его в поперечном направлении, как указано на Рис.1. Вывод излучения из обоих каналов осуществляется через окна, сделанные из тефлона.

После окон излучение транспортируется по круглым волноводам в экранированную комнату, где производится его анализ с помощью приемников терагерцового излучения.

Глава 2. Уточнение теории двумерной распределенной обратной связи в брэгговских структурах

В данной работе двумерная РОС реализуется в низкочастотной секции электродинамической системы терагерцового генератора. Как уже упоминалось, основным ее элементом является комбинированный резонатор с планарной геометрией, состоящий из входного двумерного и выходного одномерного брэгговских рефлекторов. Параметры гофрировки этих рефлекторов, а также их основные Фурье-гармоники были представлены выше при техническом описании терагерцового генератора. Согласно [10] структура формируемых полей полагается фиксированной и не зависящей от координаты y . Иными словами, данная структура предполагается совпадающей с основной ТЕМ-модой регулярного волновода. Это позволяет свести исходно трехмерную задачу о формировании пространственной структуры поля и селекции мод по двум координатам (по x и по z , как указано на Рис.7) к двумерной.

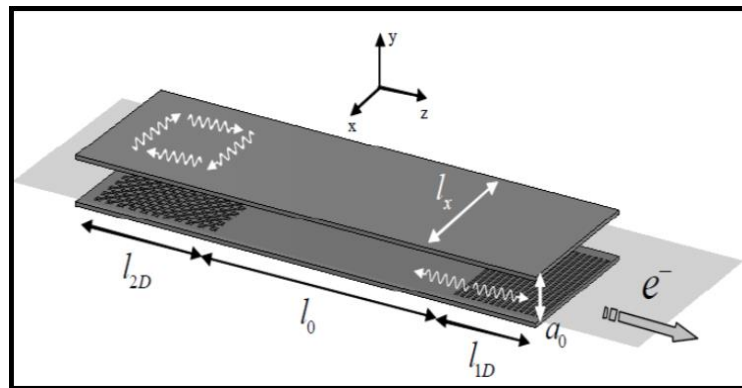


Рисунок 7. Комбинированный резонатор низкочастотной секции

В рамках такого приближения двумерная РОС обеспечивает весьма эффективную синхронизацию излучения в пространстве при больших параметрах Френеля $N_F = \frac{l_x^2}{\lambda_z} \gg 1$, где введены обозначения: l_x – ширина канала низкочастотной секции и электронного пучка по оси x , l_z – длина

пространства взаимодействия, а λ – соответственно длина волны излучения. Однако обозначенное выше приближение фиксированной структуры поля по поперечной координате y выполняется только при относительно небольшом зазоре между пластинами резонатора. В той же работе [10] данный вопрос был исследован более подробно, отличительной чертой стал тот факт, что структура поля по всем трем координатам предполагалась нефиксированной, включая координату, направленную по нормали к поверхности пластин канала низкочастотной секции. На основании усредненной квазиоптической модели и прямого РС-моделирования было показано, что происходит формирование пространственно-когерентной структуры поля. Также было показано, что небольшое увеличение зазора между пластинами (от $\frac{a_0}{\lambda} = 2.5$ до $\frac{a_0}{\lambda} = 4$) приводит к появлению перескоков частоты, что в свою очередь соответствует возбуждению высших мод с различным количеством вариаций по соответствующей поперечной координате. Таким образом, величина зазора является очень важным параметром для синхронизации излучения различных частей электронного потока, в актуальной конфигурации терагерцового генератора параметр $\frac{a_0}{\lambda} = 2.5$, где $a_0 = 10$ мм – величина зазора, $\lambda = 4$ мм – длина волны.

Используемый нами комбинированный резонатор (Рис.7) является совместимым с транспортной системой пучков установки ЭЛМИ и, будучи закрытым в поперечном направлении, позволяет обеспечить однонаправленный вывод излучения. Как было указано ранее в формуле (1.4), входной двумерный рефлектор позволяет представить электромагнитное поле в виде четырех парциальных потоков:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(y) \operatorname{Re}\{[A_+(x, z)e^{-ihz} + A_-(x, z)e^{ihz} + B_+(x, z)e^{-ihx} + B_-(x, z)e^{ihx}]e^{i\omega t}\}$$

где $\bar{\omega} = 2\pi f = \bar{h}_{2D}c$ – брэгговская частота, выбранная в качестве несущей, а $A_{\pm}(x, z, t)$ и $B_{\pm}(x, z, t)$ – медленные функции.

Также важно отметить, что в подобных двумерных брэгговских структурах для того, чтобы обеспечить большее преобразование частоты в результате эффекта Доплера, фазовая скорость синхронной волны (это волна с амплитудой A_+ на Рис.4) должна быть близка к скорости света, и, как следствие, эта волна должна соответствовать одной из низших мод планарного волновода. Однако в качестве волн B_{\pm} , соответствующих поперечным потокам излучения, могут быть использованы волны высших типов, у которых значительно меньшие групповые скорости.

2.1 Анализ собственных мод рефлектора с двумерной «шахматной» гофрировкой

Теория, описывающая процесс рассеяния парциальных волн на брэгговских структурах, была написана довольно давно, и ей посвящен целый ряд статей, изучающий различные аспекты и детали генерации излучения с помощью двумерной РОС[1,5,11]. Но здесь для проведения анализа собственных мод я хочу привести наиболее важные и фундаментальные уравнения (так называемые уравнения связанных волн), которые описывают взаимное рассеяние парциальных волн на планарной двумерной брэгговской структуре без учета возбуждения электронным потоком синхронной волны, в случае выполнения условия брэгговского резонанса. Угол между трансляционными векторами рефлектора $\varphi = \frac{\pi}{4}$, как указано на Рис.4. Согласно [11] данные уравнения выглядят так:

$$\frac{\partial \mathcal{A}_+}{\partial \hat{z}} + i\delta \mathcal{A}_+ + i\alpha_{2D}(\mathcal{B}_+ + \mathcal{B}_-) = 0 \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{A}_-}{\partial \hat{z}} - i\delta \mathcal{A}_- - i\alpha_{2D}(\mathcal{B}_+ + \mathcal{B}_-) = 0 \quad (2.1б)$$

$$\frac{\partial \mathcal{B}_+}{\partial \hat{x}} + i\delta \mathcal{B}_+ + i\alpha_{2D}(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-) = 0 \quad (2.1в)$$

$$\frac{\partial \mathcal{B}_-}{\partial \hat{x}} - i\delta \mathcal{B}_- - i\alpha_{2D}(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-) = 0 \quad (2.1г)$$

При записи данной системы уравнений предполагается, что частоты собственных мод могут несколько отличаться от значения точной брэгговской частоты, и, следовательно: $\omega = \bar{\omega}(1 + \Omega)$, где $|\Omega| \ll 1$. Также при записи был введен следующий ряд обозначений:

$$\mathcal{A}_{\pm} = \sqrt{N_s v_s} A_{\pm} e^{\mp i \Gamma_s z}, \quad \mathcal{B}_{\pm} = \sqrt{N_p v_p} B_{\pm} e^{\mp i \Gamma_p x} \quad (2.2a)$$

$$\hat{z} = z \sqrt{\frac{v_s}{v_p}} = z \sqrt{\tan \varphi}, \quad \hat{x} = x \sqrt{\frac{v_p}{v_s}} = x \sqrt{\cot \varphi} \quad (2.3b)$$

$$v_s = \frac{\bar{\omega}^2}{c^2 \bar{h} \cos \varphi}, \quad v_p = \frac{\bar{\omega}^2}{c^2 \bar{h} \sin \varphi}, \quad \alpha_{2D} = \frac{a_1^{sin} \sqrt{h_s h_p}}{4 a_0 \sqrt{\varepsilon_s \varepsilon_p}} \quad (2.4b)$$

$$\bar{h} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{d_{2D}} \right), \quad N_{s,p} = \frac{\varepsilon_{s,p} h_{s,p} \omega a_0}{4\pi} \quad (2.5g)$$

$$\delta = \Omega \sqrt{v_s v_p}, \quad \Gamma_{s,p} = v_{s,p} \Omega \quad (2.6d)$$

где \mathcal{A}_{\pm} и \mathcal{B}_{\pm} – нормированные амплитуды распространяющихся на двумерной структуре волн, $N_{s,p}$ – это норма волн (параметр $\varepsilon_{s,p}=2$ для случая распространения ТЕМ-волн и $\varepsilon_{s,p}=1$ для мод другого типа), $\Gamma_{s,p}$ – определяет пространственные расстройки брэгговского синхронизма, δ – отстройка по частоте относительно брэгговского резонанса, α_{2D} – коэффициент связи волн, \bar{h} – трансляционный вектор решетки.

Заметим, что в вышеуказанных уравнениях коэффициент связи волн представлен для идеальной синусоидальной решетки, поэтому необходимо переписать данное выражение с учетом эффективной глубины «шахматной» гофрировки, данный переход осуществляется согласно формуле из работы [11], в которой мной получено уточнение численного коэффициента:

$$a_1^{sin} = \frac{16 \cdot a_{2D}}{\pi^2} \quad (2.7)$$

Тогда окончательное выражение для коэффициента связи примет следующий вид (распространение ТЕМ-моды):

$$\alpha_{2D} = \frac{4a_{2D}}{\pi a_0 d_{2D}} \quad (2.8)$$

Для нахождения решения уравнений связанных волн складываем и вычитаем первые два уравнения (2.1а), (2.1б) и два последних (2.1в) и (2.1г), таким образом получая систему уравнений (2.9) для вспомогательных величин (далее при записи уравнений значок «^» опущен):

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + i\delta(A_+ - A_-) = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial x} + i\delta(B_+ - B_-) = 0 \quad (2.9а)$$

$$\frac{\partial(A_+ - A_-)}{\partial z} + i\delta\psi + 2i\alpha_{2D}\chi = 0 \quad (2.9б)$$

$$\frac{\partial(B_+ - B_-)}{\partial x} + i\delta\chi + 2i\alpha_{2D}\psi = 0 \quad (2.9в)$$

$$\psi = A_+ + A_-, \quad \chi = B_+ + B_- \quad (2.9г)$$

с граничными условиями, представленными в виде:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \pm i\delta\psi = 0 - \text{при } z = \pm \frac{L_z}{2}, \quad \frac{\partial \chi}{\partial x} \pm i\delta\chi = 0 - \text{при } x = \pm \frac{L_x}{2} \quad (2.10)$$

Данные условия получены в предположении, что электромагнитные потоки энергии извне отсутствуют, а также в предположении, что выполняется идеальное согласование парциальных волн, излучаемых из резонатора.

Далее, продифференцировав по z и x уравнения (2.9а), приведем их к более простому виду с учетом (2.9б) и (2.9в):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \delta^2 \psi + 2\alpha_{2D}\delta\chi = 0 \quad (2.11а)$$

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \delta^2 \chi + 2\alpha_{2D}\delta\psi = 0 \quad (2.11б)$$

Для дальнейшего решения уравнения (2.11) удобнее всего свести к несколько модифицированному виду, дифференцируя каждое из них дважды по x и z соответственно:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial z^2} + \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + (\delta^4 - 4\alpha_{2D}^2 \delta^2) \psi = 0 \quad (2.12a)$$

$$\frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial z^2} + \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \right) + (\delta^4 - 4\alpha_{2D}^2 \delta^2) \chi = 0 \quad (2.12б)$$

Представляя решение модифицированных уравнений связанных волн (2.12) в общем виде $\psi, \chi \sim e^{i(\lambda_x x + \lambda_z z)}$, нетрудно получить дисперсионное уравнение для нормальных волн в безграничной структуре планарной геометрии, которое выглядит следующим образом:

$$(\delta^2 - \lambda_x^2) \cdot (\delta^2 - \lambda_z^2) - 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 = 0 \quad (2.13)$$

Решением дисперсионного уравнения является выражение вида:

$$\delta^2 = \frac{1}{2} \left(4\alpha_{2D}^2 + \lambda_x^2 + \lambda_z^2 \pm \sqrt{(4\alpha_{2D}^2 + \lambda_x^2 + \lambda_z^2)^2 - 4\lambda_x^2 \lambda_z^2} \right) \quad (2.14)$$

где решение со знаком минус соответствует решению с $\delta \approx 0$, а решение со знаком плюс отвечает решениям с $\delta = \pm 2\alpha_{2D}$ в приближении $\lambda_x \rightarrow 0$ и $\lambda_z \rightarrow 0$. Наиболее наглядное представление данного факта можно получить из графика для дисперсионных характеристик представленного на Рис.8.

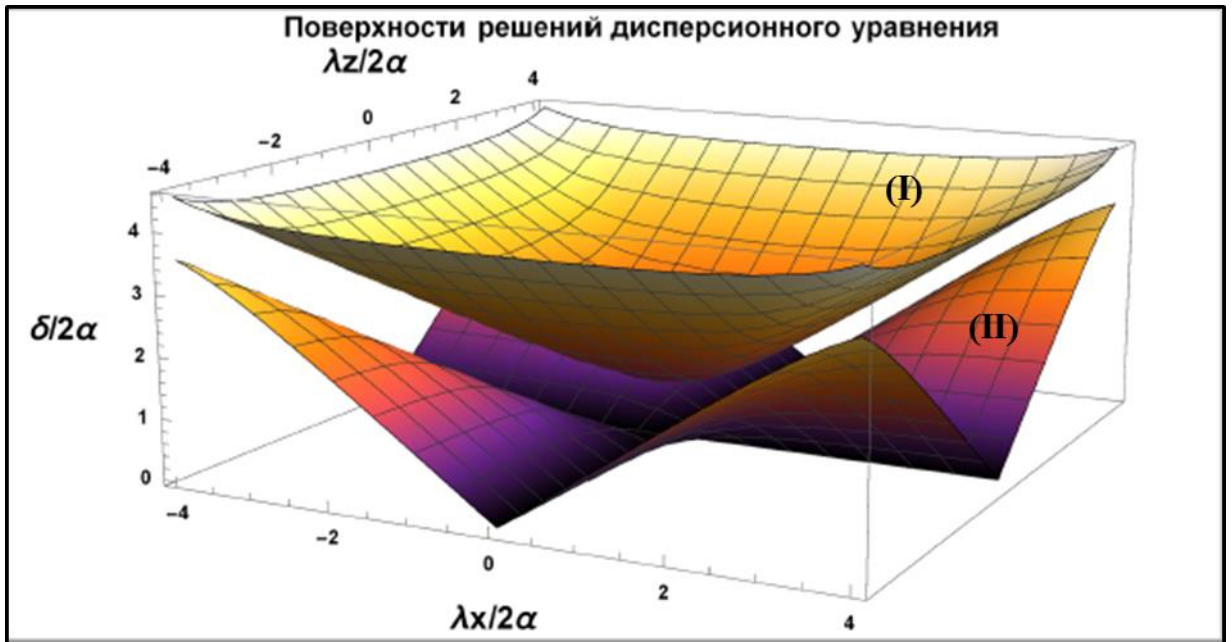


Рисунок 8. Дисперсионные характеристики 2D рефлектора

Поверхность (I) пересекает ось ординат в точке $\delta = +2\alpha_{2D}$ и имеет зеркально симметричное решение в точке $\delta = -2\alpha_{2D}$. Поверхность (II) пересекается с вертикальной осью в точке $\delta = 0$.

Модифицированные уравнения (2.12), будучи представленными в таком виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \delta^2\right) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \delta^2\right) \psi = 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 \psi \quad (2.15a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \delta^2\right) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \delta^2\right) \chi = 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 \chi \quad (2.15b)$$

определяют соответствующий дифференциальный оператор:

$$T_{x,z} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \delta^2\right) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \delta^2\right) \quad (2.16)$$

и, так как этот оператор представлен в виде произведения операторов, то решение этих уравнений может быть найдено с помощью метода разделения переменных. Примечательной особенностью является тот факт, что функции ψ и χ отличаются только константой, потому как на них абсолютно идентичные уравнения и решение ищется для одной и той же моды. В таком случае функции ψ и χ имеют такой вид:

$$\psi = C_1 f_x(x) f_z(z), \quad \chi = C_2 f_x(x) f_z(z) \quad (2.17)$$

Представляя ψ в виде (2.17), получим полезное выражение следующего вида из уравнения (2.15a):

$$\left(\frac{1}{f_x} \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} + \delta^2\right) \cdot \left(\frac{1}{f_z} \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} + \delta^2\right) = 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 \quad (2.18)$$

При поочередном фиксировании одной из переменных формулы (2.18) получается следующий результат:

$$\text{Фиксируя } x, \text{ изменяя } z: \frac{1}{f_z(z)} \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} + \delta^2 = \text{const} = \gamma_z \quad (2.19a)$$

$$\text{Фиксируя } z, \text{ изменяя } x: \frac{1}{f_x(x)} \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} + \delta^2 = \text{const} = \gamma_x \quad (2.19б)$$

Решая эти уравнения, выбираем решения в виде $\sim e^{i\lambda_x x}$ и $\sim e^{i\lambda_z z}$, получаем выражение (2.20а), аналогичное нашему дисперсионному уравнению (2.13):

$$\gamma_x \gamma_z = 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 \quad (2.20а)$$

$$\gamma_x = \delta^2 - \lambda_x^2, \quad \gamma_z = \delta^2 - \lambda_z^2 \quad (2.20б)$$

Соотношение между константами неизвестными константами C_1 и C_2 , входящими в выражения (2.17) общего вида для ψ и χ может быть выражено из уравнений (2.11) и (2.19) следующим образом:

$$\gamma_z \psi + 2\alpha_{2D} \delta \chi = 0, \quad \gamma_x \chi + 2\alpha_{2D} \delta \psi = 0 \quad (2.21а)$$

$$\frac{\chi}{\psi} = \frac{C_2}{C_1} = -\frac{\gamma_z}{2\alpha_{2D} \delta}, \quad \frac{\chi}{\psi} = \frac{C_2}{C_1} = -\frac{2\alpha_{2D} \delta}{\gamma_x} \quad (2.21б)$$

Теперь, когда связь между константами установлена, проанализируем граничные условия (2.10), предполагая, что функции f_x и f_z имеют вид:

$$f_x(x) = A e^{i\lambda_x x} + B e^{-i\lambda_x x} \quad (2.22а)$$

$$f_z(z) = C e^{i\lambda_z z} + D e^{-i\lambda_z z} \quad (2.22б)$$

и установим связь между константами C и D . Отметим сразу же, что связь между константами A и B определяется аналогичным образом. Итак, согласно граничным условиям данная связь определяется уравнениями:

$$C(\lambda_z + \delta) e^{\frac{i\lambda_z L_z}{2}} = D(\lambda_z - \delta) e^{-\frac{i\lambda_z L_z}{2}} \quad (2.23а)$$

$$C(\lambda_z - \delta) e^{-\frac{i\lambda_z L_z}{2}} = D(\lambda_z + \delta) e^{\frac{i\lambda_z L_z}{2}} \quad (2.23б)$$

Как следствие общий вид функции $f_z(z)$ представляется следующей формулой:

$$f_z(z) = D \left(\frac{(\lambda_z + \delta)}{(\lambda_z - \delta)} \cdot e^{i\lambda_z(z+L_z)} + e^{-i\lambda_z z} \right) \quad (2.23в)$$

Константа D может быть выбрана в произвольном порядке, что позволяет представить искомую функцию в более привлекательном симметричном виде:

$$f_z(z) = (\delta + \lambda_z)e^{i\lambda_z(z+\frac{L_z}{2})} - (\delta - \lambda_z)e^{-i\lambda_z(z+\frac{L_z}{2})} \quad (2.24a)$$

$$f_x(x) = (\delta + \lambda_x)e^{i\lambda_x(x+\frac{L_x}{2})} - (\delta - \lambda_x)e^{-i\lambda_x(x+\frac{L_x}{2})} \quad (2.24б)$$

Выражение для $f_x(x)$, полученное из граничных условий на χ имеет абсолютно аналогичный вид.

Продолжая поиск решений задачи, из системы уравнений (2.9) несложным образом выражаются амплитуды парциальных волн в терминах, введенных нами функций ψ и χ :

$$A_+ = \frac{1}{2} \left(\psi + \frac{i}{\delta} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right), \quad A_- = \frac{1}{2} \left(\psi - \frac{i}{\delta} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (2.25a)$$

$$B_+ = \frac{1}{2} \left(\chi + \frac{i}{\delta} \frac{\partial \chi}{\partial x} \right), \quad B_- = \frac{1}{2} \left(\chi - \frac{i}{\delta} \frac{\partial \chi}{\partial x} \right) \quad (2.25б)$$

Связь между функциями ψ и χ согласно (2.17) и (2.21) определяется таким образом:

$$\psi(x, z) = f_x(x)f_z(z) \quad (2.26a)$$

$$\chi(x, z) = - \left(\frac{\gamma_z}{2\alpha_{2D}\delta} \right) f_x(x)f_z(z) = \frac{(\lambda_z^2 - \delta^2)}{2\alpha_{2D}\delta} \psi \quad (2.26б)$$

Введем для удобства следующие обозначения:

$$\xi(z, \lambda_z) = (\delta + \lambda_z)e^{i\lambda_z(z+\frac{L_z}{2})}, \quad \xi(x, \lambda_x) = (\delta + \lambda_x)e^{i\lambda_x(x+\frac{L_x}{2})} \quad (2.27a)$$

$$f_x(x) = \xi(x, \lambda_x) - \xi(x, -\lambda_x), \quad f_z(z) = \xi(z, \lambda_z) - \xi(z, -\lambda_z) \quad (2.27б)$$

Тогда окончательное решение для амплитуд, распространяющихся в продольном и поперечном направлениях, парциальных волн выглядит так:

$$A_+ = \frac{1}{2} [\xi(x, \lambda_x) - \xi(x, -\lambda_x)] \cdot \left[\left(1 - \frac{\lambda_z}{\delta} \right) \xi(z, \lambda_z) - \left(1 + \frac{\lambda_z}{\delta} \right) \xi(z, -\lambda_z) \right] \quad (2.28a)$$

$$A_- = \frac{1}{2} [\xi(x, \lambda_x) - \xi(x, -\lambda_x)] \cdot \left[\left(1 + \frac{\lambda_z}{\delta} \right) \xi(z, \lambda_z) - \left(1 - \frac{\lambda_z}{\delta} \right) \xi(z, -\lambda_z) \right] \quad (2.28б)$$

$$B_+ = \frac{(\lambda_z^2 - \delta^2)}{4\alpha_{2D}\delta} [\xi(z, \lambda_z) - \xi(z, -\lambda_z)] \cdot \left[\left(1 - \frac{\lambda_x}{\delta}\right) \xi(x, \lambda_x) - \left(1 + \frac{\lambda_x}{\delta}\right) \xi(x, -\lambda_x) \right] \quad (2.28\text{в})$$

$$B_- = \frac{(\lambda_z^2 - \delta^2)}{4\alpha_{2D}\delta} [\xi(z, \lambda_z) - \xi(z, -\lambda_z)] \cdot \left[\left(1 + \frac{\lambda_x}{\delta}\right) \xi(x, \lambda_x) - \left(1 - \frac{\lambda_x}{\delta}\right) \xi(x, -\lambda_x) \right] \quad (2.28\text{г})$$

Для нахождения отстроек по частоте δ и соответствующих им добротностей мод, возбуждаемых в планарной брэгговской структуре, необходимо разрешить систему (2.29), состоящую из двух трансцендентных уравнений, полученных из (2.23), и дисперсионного соотношения (2.20а).

$$e^{2i\lambda_x L_x} = \frac{(\delta - \lambda_x)^2}{(\delta + \lambda_x)^2}, \quad e^{2i\lambda_z L_z} = \frac{(\delta - \lambda_z)^2}{(\delta + \lambda_z)^2}, \quad \gamma_x \gamma_z = 4\alpha_{2D}^2 \delta^2 \quad (2.29)$$

Перепишем данные уравнения в безразмерном виде, введя обозначения:

$$e^{2i\tilde{\lambda}_x \kappa_x} = \frac{(\tilde{\delta} - \tilde{\lambda}_x)^2}{(\tilde{\delta} + \tilde{\lambda}_x)^2}, \quad e^{2i\tilde{\lambda}_z \kappa_z} = \frac{(\tilde{\delta} - \tilde{\lambda}_z)^2}{(\tilde{\delta} + \tilde{\lambda}_z)^2} \quad (2.30\text{а})$$

$$\tilde{\lambda}_{x,z} = \frac{\lambda_{x,z}}{2\alpha_{2D}}, \quad \tilde{\delta} = \frac{\delta}{2\alpha_{2D}}, \quad \kappa_{x,z} = 2\alpha_{2D} \cdot L_{x,z} \quad (2.30\text{б})$$

Важно отметить, что в рамках поставленной задачи при условии сильной связи волн $\alpha_{2D} L_{x,z} \gg 1$ существует спектр собственных добротных мод резонатора. Анализ вышеизложенных уравнений позволяет получить выражения для отстройки частоты и добротности исследуемых мод.

Рассмотрим более детально решение этих уравнений в разных приближениях. В области $\delta \approx 0$ решением этих трансцендентных уравнений являются $\delta_{1,2} = \pm \lambda_x \lambda_z$, необходимое нам решение имеет отрицательный знак, тогда, подставив данное решение в правую часть уравнений (2.30а) и разлагая экспоненту в левой части, найдем поправки $\Delta \lambda_{x,z}$, которые, в свою очередь, определяются нижеприведенными уравнениями:

В приближении $\delta \approx 0$:

$$\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{2\alpha L_x} + \Delta\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{\kappa_x} - \frac{2\pi m i}{\kappa_x \kappa_z} \quad (2.31a)$$

$$\tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{2\alpha L_z} + \Delta\tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{\kappa_z} - \frac{2\pi n i}{\kappa_x \kappa_z} \quad (2.31b)$$

Здесь $n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ и $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ — это соответствующий индекс моды для поперечной и продольной координат.

Отстройка по частоте относительно брэгговского резонанса из (2.30):

$$\delta_{n,m} = -\frac{\pi^2 n m}{2\alpha_{2D} L_x L_z} + \frac{i\pi^2}{2\alpha_{2D}^2 L_x L_z} \left(\frac{n^2}{L_x} + \frac{m^2}{L_z} \right) \quad (2.32)$$

Добротность исследуемых мод определяется согласно формуле:

$$Q_{n,m} = \frac{1 + \text{Re}\Omega}{2\text{Im}\Omega} \approx \frac{\sqrt{v_s v_p}}{2\text{Im}\delta_{n,m}} \quad (2.33)$$

Далее рассмотрим решение уравнений (2.29) вблизи правой границы брэгговского резонанса $\tilde{\delta} = +1$. Полагая, что решение представимо в виде $\tilde{\delta} = 1 + \varepsilon$, подставим его в безразмерное дисперсионное уравнение:

$$(\tilde{\delta}^2 - \tilde{\lambda}_x^2)(\tilde{\delta}^2 - \tilde{\lambda}_z^2) = \tilde{\delta}^2 \quad (2.34a)$$

$$2\varepsilon = \tilde{\lambda}_x^2 + \tilde{\lambda}_z^2 \quad (2.34b)$$

Разлагая левую и правую части уравнений (2.29) получаем поправки $\Delta\lambda_{x,z}$ аналогичным образом случаю с $\delta \approx 0$.

В приближении $\tilde{\delta} = +1$:

$$\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{2\alpha L_x} + \Delta\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{\kappa_x} + \frac{2\pi n i}{\kappa_x^2} \quad (2.35a)$$

$$\tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{2\alpha L_z} + \Delta\tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{\kappa_z} + \frac{2\pi m i}{\kappa_z^2} \quad (2.35b)$$

С помощью двух последних выражений находим значение ε , определяемое формулой:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\pi n}{\kappa_x} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{\kappa_z} \right)^2 \right) + 2i\pi^2 \left(\frac{n^2}{\kappa_x^3} + \frac{m^2}{\kappa_z^3} \right) \quad (2.36)$$

Отстройка по частоте в конечном виде представляется таким образом:

$$\delta_{n,m} = 2\alpha_{2D} + \frac{\pi^2}{4\alpha_{2D}} \left(\frac{n^2}{L_x^2} + \frac{m^2}{L_z^2} \right) + \frac{i\pi^2}{2\alpha_{2D}^2} \left(\frac{n^2}{L_x^3} + \frac{m^2}{L_z^3} \right) \quad (2.37)$$

Уравнения для отстройки по частоте δ и для $\Delta\lambda_{x,z}$ вблизи левой границы брэгговского резонанса $\tilde{\delta} = -1$ находятся аналогичным образом и могут быть получены путем замены $\alpha \rightarrow -\alpha$.

В приближении $\tilde{\delta} = -1$:

$$\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{2\alpha L_x} + \Delta\tilde{\lambda}_x = \frac{\pi n}{\kappa_x} - \frac{2\pi n i}{\kappa_x^2}, \quad \tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{2\alpha L_z} + \Delta\tilde{\lambda}_z = \frac{\pi m}{\kappa_z} - \frac{2\pi m i}{\kappa_z^2} \quad (2.38a)$$

$$\varepsilon = - \left[\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\pi n}{\kappa_x} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{\kappa_z} \right)^2 \right) + 2i\pi^2 \left(\frac{n^2}{L_x^3} + \frac{m^2}{L_z^3} \right) \right] \quad (2.38б)$$

$$\delta_{n,m} = -2\alpha_{2D} - \frac{\pi^2}{4\alpha_{2D}} \left(\frac{n^2}{L_x^2} + \frac{m^2}{L_z^2} \right) + \frac{i\pi^2}{2\alpha_{2D}^2} \left(\frac{n^2}{L_x^3} + \frac{m^2}{L_z^3} \right) \quad (2.38в)$$

В заключение необходимо отметить, что подобные выражения для собственных чисел – (2.29) и расстроек $\delta_{n,m}$ – (2.32), (2.37), (2.38в) были получены в работах [11,12], однако нам удалось провести уточнение данной теории и несколько ее расширить, соответствующие исправления отразились на видоизменении данных формул.

2.2 Сравнение аналитического и численного решений для спектра собственных мод рефлектора с двумерной «шахматной» гофрировкой

В данном разделе будет проведен сравнительный анализ уточненного аналитического решения для спектра собственных мод, полученного в предыдущем параграфе, с численным решением системы уравнений (2.29). Поскольку изложенная в параграфе 2.1 теория применима только в случае сильной связи волн $\alpha_{2D}L_{x,z} \gg 1$, то большой интерес представляет рассмотрение случая $\alpha_{2D}L_{x,z} \approx 1$, который соответствует геометрическим параметрам реального рефлектора с двумерной шахматной гофрировкой, используемого в комбинированном резонаторе.

Для проведения сравнительного анализа с помощью пакета Wolfram Mathematica была написана специальная программа, которая позволяла для заданных целочисленных индексов моды n и m решать численно трансцендентные уравнения (2.29) из предыдущего параграфа, а также позволяла находить собственные числа $\tilde{\lambda}_x, \tilde{\lambda}_z$, добротность моды $Q_{n,m}$ и величины ее расстройки $\delta_{n,m}$.

Среди входных параметров программы необходимо выделить несколько наиболее важных. Во-первых, к этим параметрам относятся продольный и поперечный размеры рефлектора, которые согласно первой главе данной работы таковы: $L_x = 10$ см и $L_z = 20$ см. Во-вторых, согласно формуле (2.8) к важным параметрам относятся: глубина гофрировки $a_{2D} = 0.022$ см, ее период $d_{2D} = 0.4$ см и величина зазора между пластинами рефлектора $a_0 = 1$ см, которые определяют коэффициент связи волн на брэгговской структуре. Коэффициент связи волн на брэгговской структуре оценивается как $\alpha_{2D} \approx 0.07$ см⁻¹.

Алгоритм вычисления собственных чисел и расстройки моды с заданными числами n и m строился следующим образом: на первом этапе вычислений программа рассчитывает точные параметры собственной моды рефлектора, геометрические параметры которого обеспечивают выполнение условий $\alpha_{2D}L_{x,z} \gg 1$, то есть его размеры значительно больше размеров резонатора используемого в нашей электродинамической системе. Поскольку для решения трансцендентных уравнений стандартной процедуре из пакета Wolfram Mathematica необходимо было задать начальное приближение для искомого решения, то в качестве такого приближения использовались результаты приближенного аналитического решения (2.32), (2.33), (2.37) и (2.38). Данные решения позволяют явным образом определить структуру моды. Далее в программе производится расчет собственных мод с постепенным уменьшением геометрических размеров рефлектора, так что шаг изменения длины и ширины рефлектора в цикле постоянный. Причем в процессе каждой новой итерации в качестве начального приближения берется точное решение, полученное на предыдущем шаге. Это, в свою очередь, позволяет сохранить структуру моды в продолжение всего времени вычисления. В результате применения такой методики сохранялось число вариаций моды по координатам x и z , а абсолютная величина ошибки численного решения трансцендентных уравнений для величин $\tilde{\lambda}_x, \tilde{\lambda}_z, \delta$ не превышала $\Delta \approx 10^{-12}$.

Для проведения анализа спектров собственных мод аналитического и численного решений сначала был произведен ряд расчетов для приближения $\alpha_{2D}L_{x,z} \gg 1$. Были заданы входные параметры для брэгговского рассеяния на частоте 75 ГГц для рефлектора с размерами $L_x = 100$ и $L_z = 200$ см. Продольный и поперечный индексы собственных мод менялись в диапазоне $n, m = -5, -4 \dots, +4, +5$. На Рис.9 приведены результаты расчетов для такого рефлектора, чтобы явным образом показать, что значения отстройки по частоте $\delta_{n,m}$ и значения

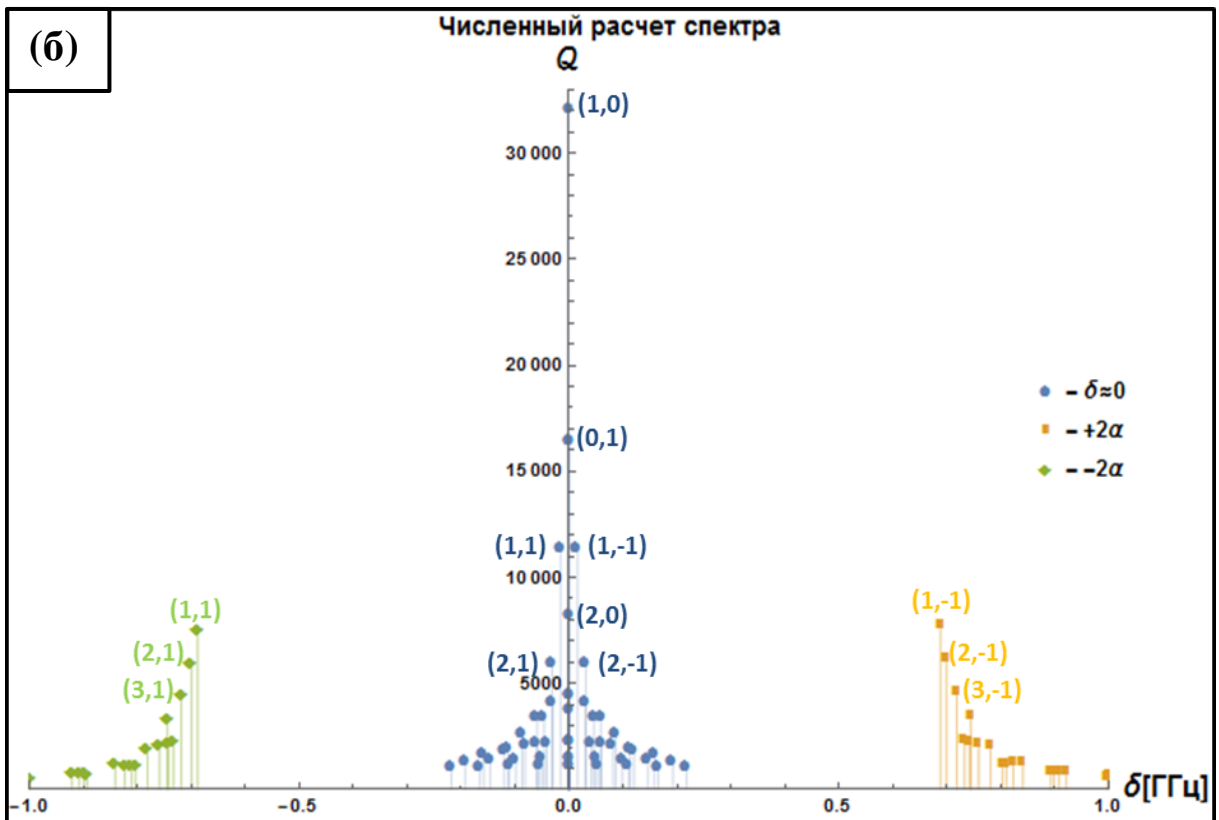
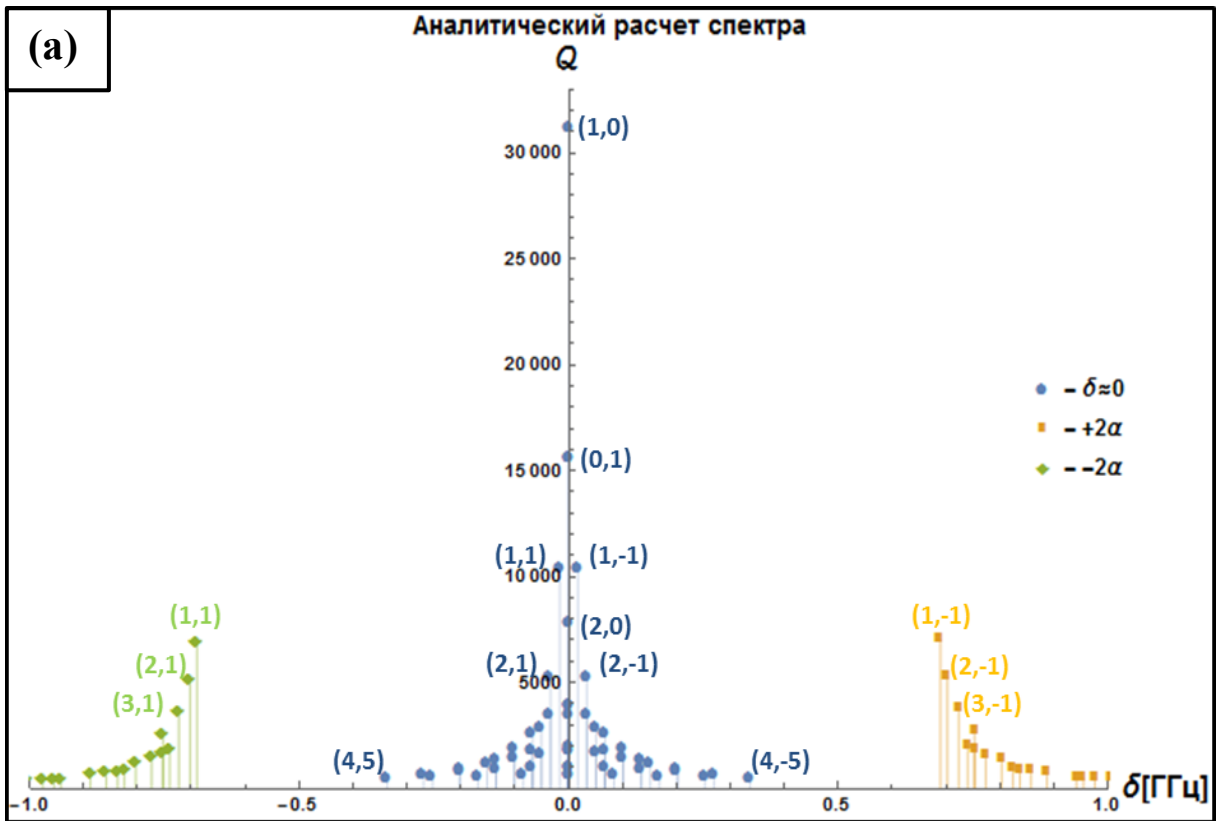


Рисунок 9. (а)-спектр собственных мод рефлектора, рассчитанный в приближенном аналитическом решении, (б)-спектр собственных мод, полученный из численного решения

добротностей $Q_{n,m}$ возбуждаемых мод совпадают с значениями, полученными из аналитического приближения. Достижимая точность соответствия имеет порядок 5 – 7 %.

На представленных графиках синим цветом показаны моды, относящиеся к решениям (2.32) и (2.33) в области $\delta \approx 0$, красным и желтым цветами соответственно продемонстрированы результаты для решений (2.37) и (2.38) в окрестности $\delta = \pm 2\alpha_{2D}$. Величина отстройки по частоте δ вдоль оси абсцисс приведена относительно частоты брэгговского рассеяния 75 ГГц. Также на данном графике в спектре явно наблюдается пространственное разделение возбуждаемых высокочастотных мод симметричное относительно вертикальной оси. Подобная картина достигается за счет выполнения условия $\alpha_{2D}L_{x,z} \gg 1$ из-за геометрических размеров рефлектора.

Вторым этапом стало проведение расчетов спектров собственных мод для рефлектора нашей конфигурации. В качестве начальных параметров были заложены те же условия: продольный и поперечный индексы собственных мод менялись в пределах $n, m = -5, -4 \dots, +4, +5$. Результаты расчета спектра мод для рефлектора с размерами $L_x = 10$ см и $L_z = 20$ см представлены на Рис.10. Нижеприведенный спектр мод для исследуемого рефлектора с $\alpha_{2D}L_{x,z} \approx 1$ демонстрирует уменьшение добротностей и смещение собственных частот мод в направлении нулевой отстройки по сравнению с приближенными аналитическими решениями (2.32), (2.37), (2.38) на Рис.9. Также следует отметить, что при переходе к предельному случаю $\alpha_{2D}L_{x,z} \approx 1$ аналитическое решение является существенно неточным, поскольку величина отстройки δ для семейства мод типа (1,1) отличается фактически в два раза от результата точного численного решения трансцендентных уравнений.

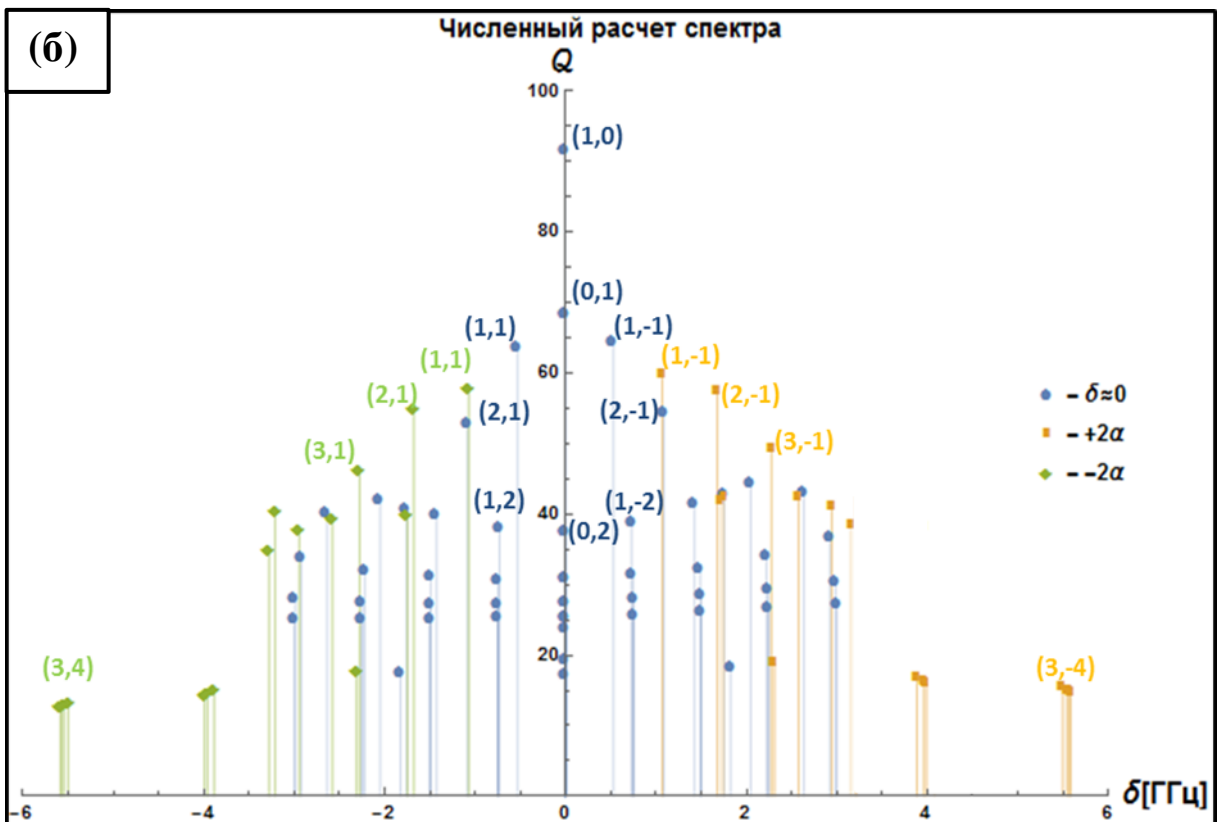
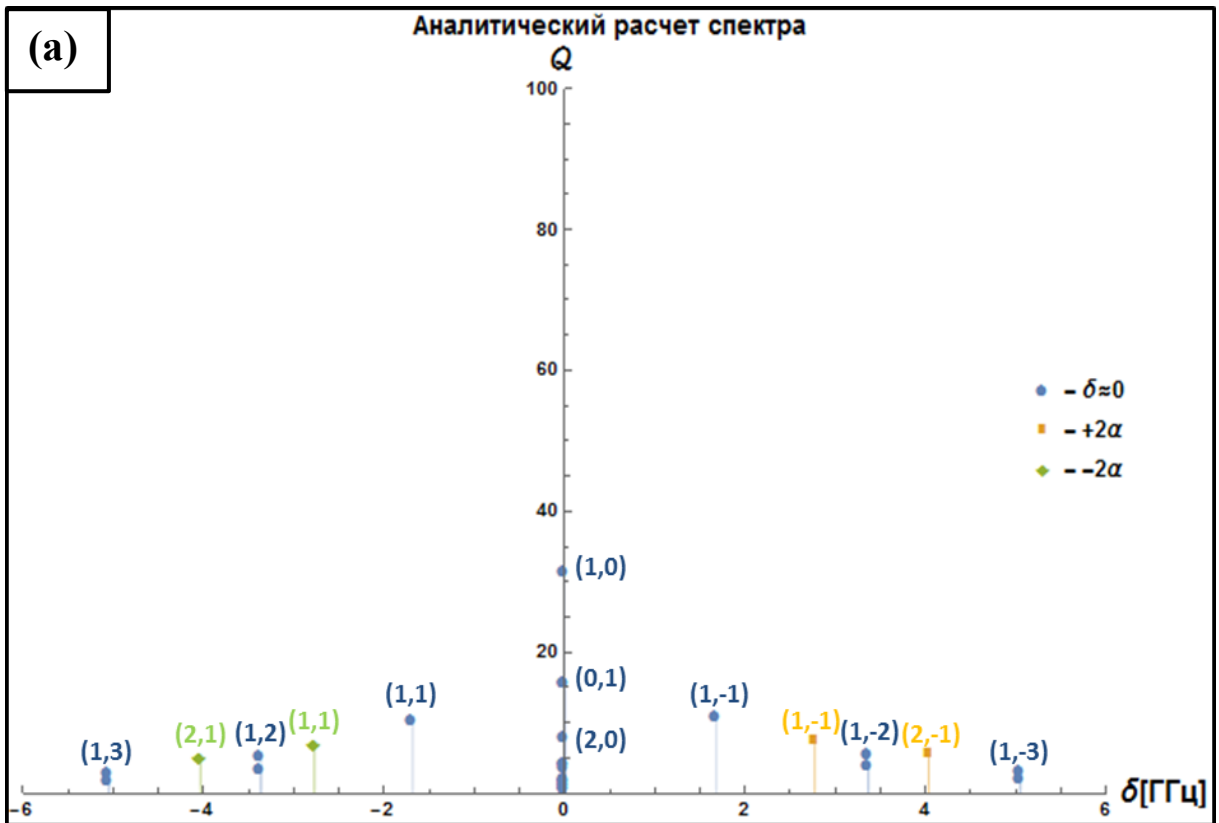


Рисунок 10. (а)-спектр собственных мод резонатора, рассчитанный в приближенном аналитическом решении, (б)-спектр собственных мод, полученный из численного решения

Необходимо отметить, что описанная методика на основе численного решения трансцендентных уравнений также не является абсолютно точным решением поставленной задачи, поскольку в систему уравнений связанных волн (2.1) не включена в рассмотрение конверсия мод в более высокие порядки на шахматной гофрировке рефлектора.

Для проверки реальной применимости уточненной модели связанных волн было произведено численное 3D моделирование поставленной задачи с помощью коммерческого программного пакета CST MWS, в основу которого легла реализация действительной геометрии в задаче по рассеянию волн на двумерной брэгговской структуре с «шахматной» гофрировкой. Указанный модуль позволяет получить численное решение системы уравнений Максвелла для конечного объема, а также позволяет исследовать структуру возбуждаемых внутри резонатора собственных мод с учетом конверсии в высшие гармоники.

В качестве основы 3D моделирования была заложена геометрия исследуемого рефлектора, граничные условия выражались в непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на боковых стенках резонатора, в качестве источника возбуждения собственных мод в один из входных портов (расположенных по краям рефлектора) посылался импульсный сигнал в форме гауссовского пакета с пространственной структурой H_{10} –волны, длительность сигнала порядка 0,55 нс . Более подробно о постановке задачи моделирования будет рассказано в разделе 3.1.

Полученный в результате расчета с помощью кода CST MWS график зависимости баланса волновой энергии, вытекшей из рефлектора, от частоты для момента времени окончания возбуждающего двумерную структуру гауссова пакета приведен на Рис.11(а). Данный график

показывает, что плотность распределения волновой энергии по спектру в большей его части близка к единице.

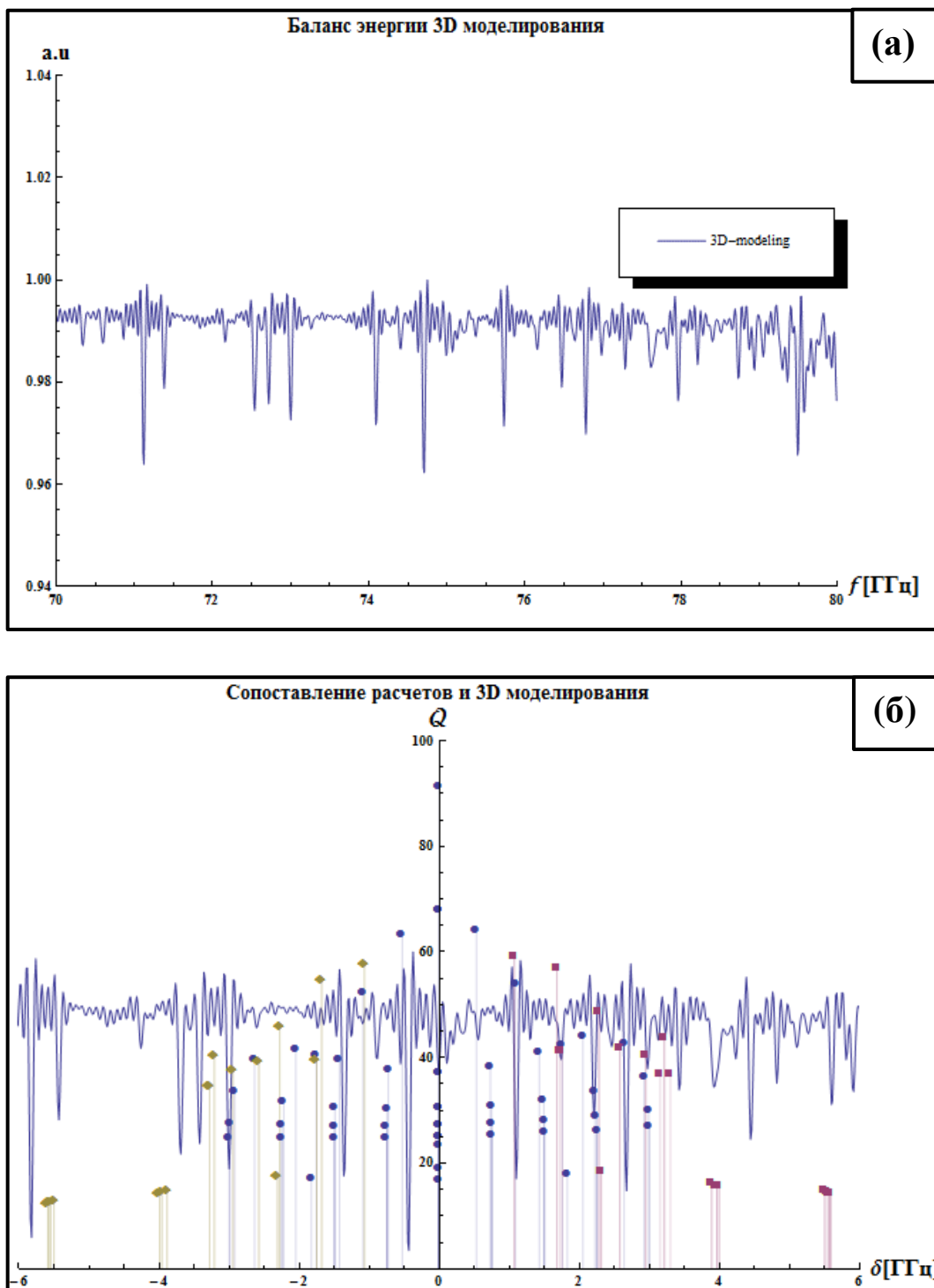


Рисунок 11. (а)-график баланса энергий в 3D моделировании, (б)- сопоставление результатов численного счета и 3D моделирования

Это означает следующее: сколько энергии вошло в рефлектор в виде пакета в данной частотной области, столько же и высветилось из него. И только в областях, где на графике наблюдается резкий провал, величина высвеченной энергии существенно меньше инжектированной, следовательно, в этих участках спектра частот происходит формирование собственных мод рефлектора. На Рис.11(б) приведено сопоставление результатов 3D моделирования и численного решения трансцендентных уравнений (2.29) с учетом условного масштабирования графика баланса энергий. Из этого сопоставления можно сделать вывод, что заметное количество собственных мод, полученных из численного решения уравнений связанных волн, с хорошей точностью совпадает по частоте с провалами на графике энергетического баланса, которые соответствуют частотным областям формирования собственных мод при решении поставленной задачи пакетом CST MWS. Однако часть мод в балансе отсутствует, это связано с пространственной симметрией исходной волны, возбуждающей рефлектор в 3D моделировании (в нашем случае, моделирование проводилось для прямого падения волны на брэгговскую структуру). Очевидно, что при симметричной падающей волне, антисимметричные моды в рефлекторе не возбуждаются, поэтому согласно [11] в области $\delta \approx 0$ возбуждения мод с одним нулевым индексом не происходит. Далее в таблицах 2.1 и 2.2 приведены моды, полученные из решения уравнений (2.29), с частотами, которые с точностью 100-200 ГГц совпадают с провалами в балансе, рассчитанном в 3D моделировании.

Таблица 2.1 (область $\delta \approx 0$)

| Индексы моды [n,m] | Частота[ГГц] | Добротность |
|---------------------------|---------------------|--------------------|
| 1,1 | 74,48 | 64,4 |
| 1,2 | 74,28 | 37,86 |
| 1,3 | 74,253 | 30,63 |
| 1,4 | 74,250 | 27,25 |
| 1,5 | 74,248 | 25,17 |
| 4,3 | 72,077 | 33,76 |
| 4,4 | 72,011 | 27,93 |
| 4,5 | 72 | 25,13 |
| 2,-1 | 76,08 | 54,22 |
| 1,-2 | 75,73 | 38,6 |
| 1,-3 | 75,75 | 31,25 |
| 1,-4 | 75,751 | 25,68 |
| 3,-2 | 77,05 | 44,22 |

Таблица 2.2(область $\delta = \pm 2\alpha_{2D}$)

| | | |
|------|-------|-------|
| 4,1 | 72,05 | 37,66 |
| 4,2 | 71,79 | 40,38 |
| 4,3 | 71,72 | 34,71 |
| 4,4 | 69,5 | 13,08 |
| 1,-1 | 76,07 | 59,49 |
| 2,-1 | 76,68 | 57,32 |
| 2,-2 | 76,75 | 41,62 |
| 3,-1 | 77,28 | 48,93 |
| 3,-2 | 77,58 | 42,18 |
| 3,-2 | 77,58 | 42,18 |
| 4,-4 | 80,5 | 15,16 |

Глава 3. Исследование и анализ свойств электродинамической системы планарного терагерцового генератора с помощью 3D-моделирования

В третьей и четвертой главах данной квалификационной работы приведено подробное описание методов исследования свойств электродинамической системы, а также полученные результаты. Выполнение данной задачи потребовало проведения последовательного анализа, который происходил в несколько этапов. Вначале с помощью 3D-моделирования рассчитывались коэффициенты отражения отдельных элементов электродинамической системы, затем волнового дефлектора. После этого с помощью специально разработанной методики в «холодных» экспериментах измерялся коэффициент отражения данных элементов и дефлектора, далее полученные результаты сравнивались с результатами 3D моделирования.

3.1 Моделирование комбинированного резонатора планарного терагерцового генератора

В данной работе для реализации трехмерного моделирования одномерных и двумерных брэгговских структур была использована студенческая версия CST MWS. Данная программа позволяет провести точный расчет коэффициентов отражения волн, распространяющихся внутри комбинированного резонатора, а также позволяет определить структуру моды. Постановка задачи для расчета в CST включает в себя создание модели с реальными геометрическими параметрами исследуемых элементов, задание граничных условий и оптимизацию параметров модели для достижения достаточной точности вычислений.

Для вычисления коэффициента отражения рефлектора в данном программном модуле был использован Transient Solver, решающий

численно уравнения Максвелла в конечном объеме. Данный вычислитель, в свою очередь, позволяет рассчитать S-параметры (Scattering Parameters) в зависимости от частоты, однако для получения результата, прежде всего, необходимо определить источник возбуждения волн. Для этого, например, в расчете одномерного рефлектора с гофрировкой в виде прямоугольных канавок, в его торцах были установлены входной и выходной порты. В качестве инициирующего сигнала во входной порт подавался сигнал в виде гауссовского волнового пакета, возбуждающий генерацию основной моды типа H_{10} . Выбор данной моды неслучаен, так как ее структура, имеет максимум полей в центре канала, а не на периферии, что позволяет увеличить эффективность взаимодействия ленточного электронного пучка с такой волной.

Для подобных задач численного моделирования одним из важнейших аспектов является оптимизация счетной модели, которая позволит достигнуть требуемой точности счета при ограниченных ресурсах вычислительной машины. В текущей работе оптимизация подразумевает выбор параметров разбиения формируемой сетки или числа дискретных точек, на которых производится постановка разностной задачи вычисления значений полей. Как правило, увеличение числа разбиений приводит к повышению точности счета, однако вместе с этим резко возрастает количество потребляемых ресурсов: вычислительной мощности процессора и объема оперативной памяти.

Для нахождения оптимальных параметров генерируемой сетки при 3D моделировании были проведены несколько последовательных расчетов одинаковой модели при разном числе разбиений. Стандартное число разбиений для простых электродинамических задач, рекомендуемое в пакете, составляет приблизительно 3 – 4 точки на длину волны, поэтому в качестве «точного» решения задачи нами был принят расчет при очень мелком разбиении: число точек на длину волны составляло порядка 20 для

одномерного и порядка 15 для двумерного рефлекторов. Затем были проведены расчеты с равномерным уменьшением числа разбиений. По результатам проведенных расчетов, была построена зависимость среднеквадратичного отклонения (дисперсии) от «точного» решения амплитуды отраженной волны типа H_{10} от числа точек разбиений на длину волны. Данные результаты представлены на Рис.12.

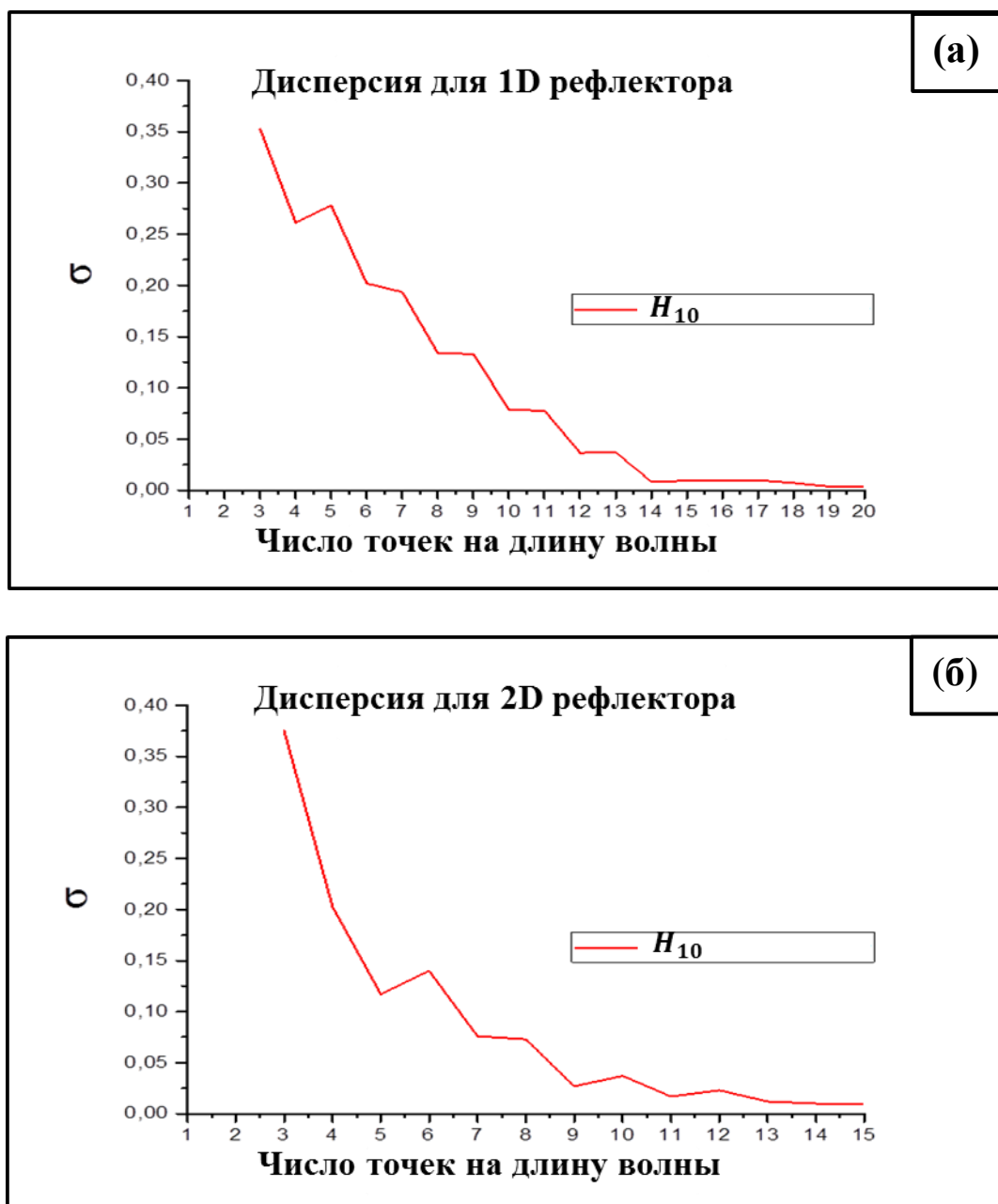


Рисунок 12. (а) - Дисперсия рассчитанной амплитуды отраженной волны для одномерного рефлектора, (б) - дисперсия для двумерного рефлектора

Как видно из Рис. 12, при увеличении числа разбиений геометрии выше 10-15 точек на длину волны полученный результат моделирования остается практически неизменным, что свидетельствует о сходимости решения и независимости его от числа разбиений. На основании этих результатов были подобраны оптимальные параметры разбиений для каждого элемента электродинамической системы: «локального» - по глубине гофрировки ($\sim 0,2$ мм) и «глобального» - по геометрическим размерам выступов, например для «шахматной» нарезки размер выступов - 2×2 мм, для одномерной нарезки - 2 мм. Таким образом, оптимизация «локального» и «глобального» разбиений элементов гофрировки позволила при достаточно подробном описании их профиля существенно уменьшить требования к ресурсам компьютера. Далее, приводятся результаты моделирования каждого элемента системы с указанием используемых параметров разбиения.

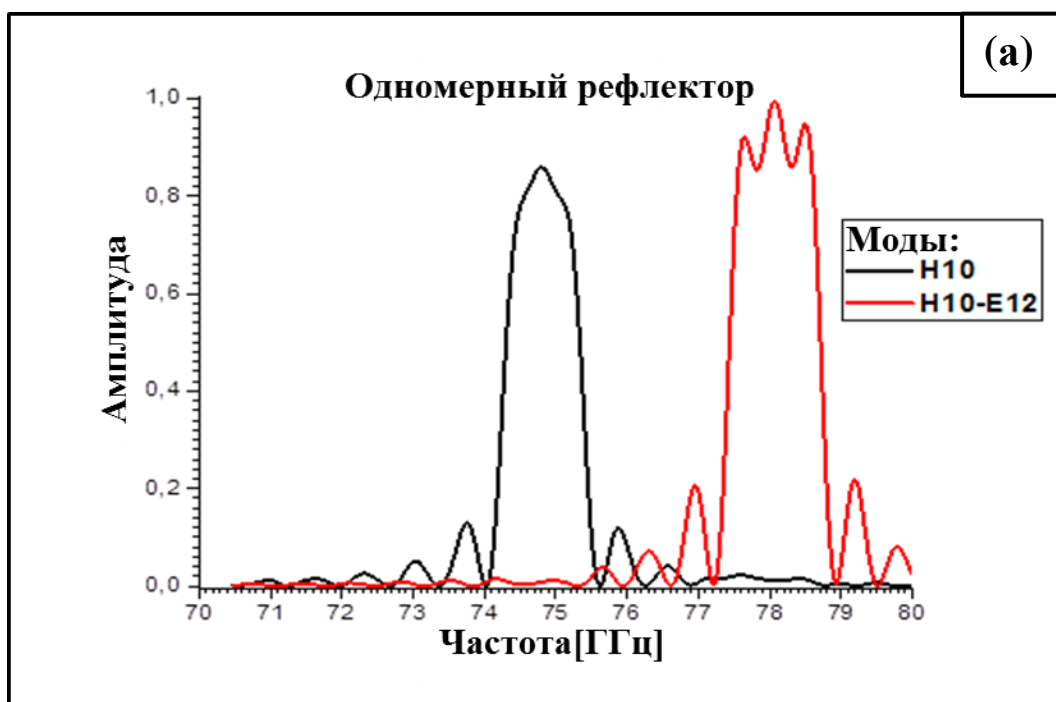


Рисунок 13. (a) – Амплитуда отраженной волны для одномерного рефлектора. Глобальное разбиение- 25 точек на длину волны, локальное разбиение гофрировки по глубине-4 точки на длину волны

На Рис.13(а) изображена полученная в расчетах зависимость коэффициента отражения 1D рефлектора по амплитуде для волны типа H_{10} . Как видно из рисунка, его максимальная величина $\approx 90\%$ достигается вблизи частоты 74.8 ГГц, что соответствует коэффициенту отражения по мощности $R \approx 80\%$. Также на данном графике изображена амплитуда паразитной волны типа E_{12} , в которую конвертируется падающая волна H_{10} на одномерной гофрировке в окрестности частоты 78 ГГц. Ширина полосы отражения составляет приблизительно $\Delta \approx 1,5$ ГГц. Аналогичным образом получены результаты для двумерного рефлектора (Рис.13 (б)), коэффициент отражения которого равен $R \approx 25\%$. Результаты 3D моделирования продемонстрировали наличие паразитных мод типа H_{30} , H_{21} и E_{32} в высокочастотной области. Очевидно, что коэффициенты конверсии мощности падающей моды в паразитные моды позволяет оценить погрешность замещения уравнений Максвелла на уравнения связанных волн в изучаемом частотном диапазоне.

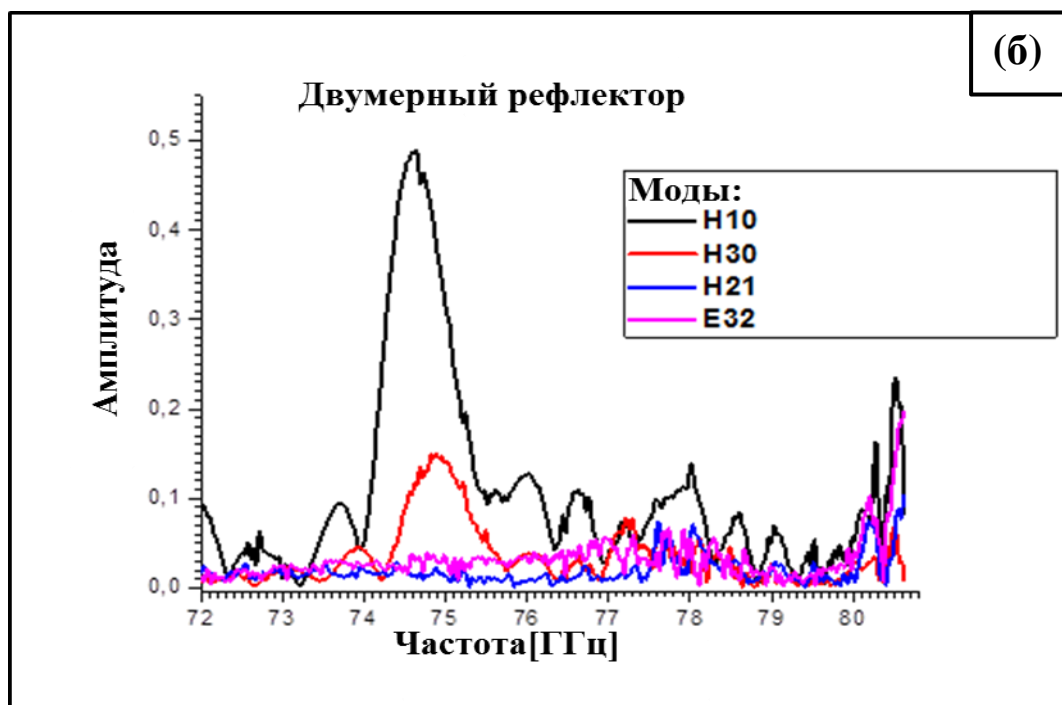


Рисунок 13. (б) – Амплитуда отраженной волны для двумерного рефлектора. Глобальное разбиение-20 точек на длину волны, локальное разбиение гофрировки по глубине-4 точки на длину волны

3.2 Моделирование волнового дефлектора планарного терагерцового генератора

Важным элементом электродинамической системы является волновой дефлектор, основное предназначение которого заключается в перенаправлении потока электромагнитного излучения из канала низкочастотной секции в высокочастотную. В связи с этим было необходимо подобрать соответствующий профиль дефлектора для того, чтобы обеспечить наиболее эффективное перенаправление излучения. Изначально были проведены расчеты дефлектора, полученного путем нанесения гофрировки на пластинах дефлектора в виде прямоугольных канавок под углом 45° к направлению распространения падающей волны. Размеры этих пластин -13×18.2 см, глубина гофрировки $-h_{def} = 0,037$ см, период решетки $-d_{def} = 2.82$ мм. На Рис.14 представлены результаты моделирования рассеяния падающей волны на половине дефлектора, расположенной в канале НЧ-секции.

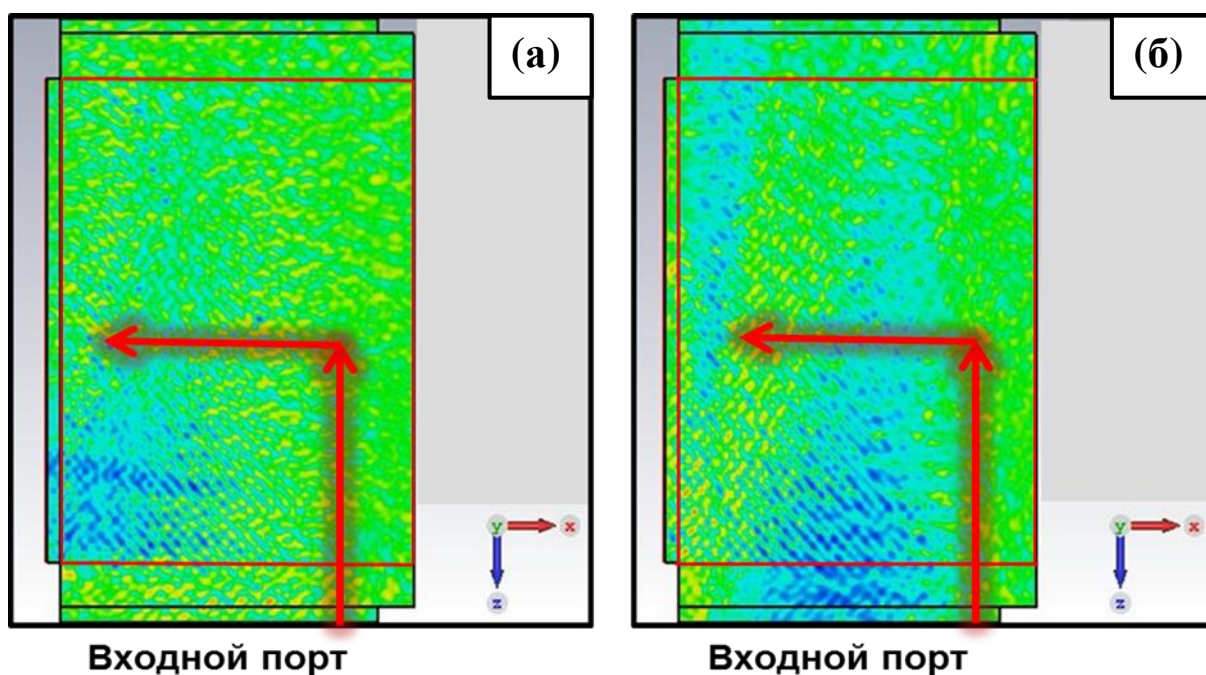


Рисунок 14. (а) $-P_x$ –плотность потока ЭМ-излучения вдоль оси x , (б) $-P_z$ –плотность потока ЭМ-излучения вдоль оси z

Синим цветом отображена плотность потока излучения, направленного вдоль осей x и z , контур из красных линий ограничивает область нанесения гофрировки, а стрелками обозначено направление перерасеяния в ВЧ-секцию. Данные графики наглядно показывают, что эффективная область, с которой происходит перерасеяние волн на подобной структуре, занимает около половины площади нанесения гофрировки (Рис.14(а)). А также на Рис.14(б) в левой части видна область, в которой формируется поток, направленный в сторону выходного порта. Поскольку нашей задачей является создание эффективного перенаправление потока в ВЧ-секцию, то данную область следует исключить. Поэтому был выбран профиль дефлектора, изображенный на Рис.6. Данный профиль описывается уравнением следующего вида:

$$z = A \cdot \exp\left(-\frac{x}{t}\right) + z_0 \quad (3.1a)$$

$$A = 698; t = 31,8; z_0 = -52,6 \quad (3.1б)$$

Гофрировка также была нанесена под углом 45° , геометрические параметры остались теми же.

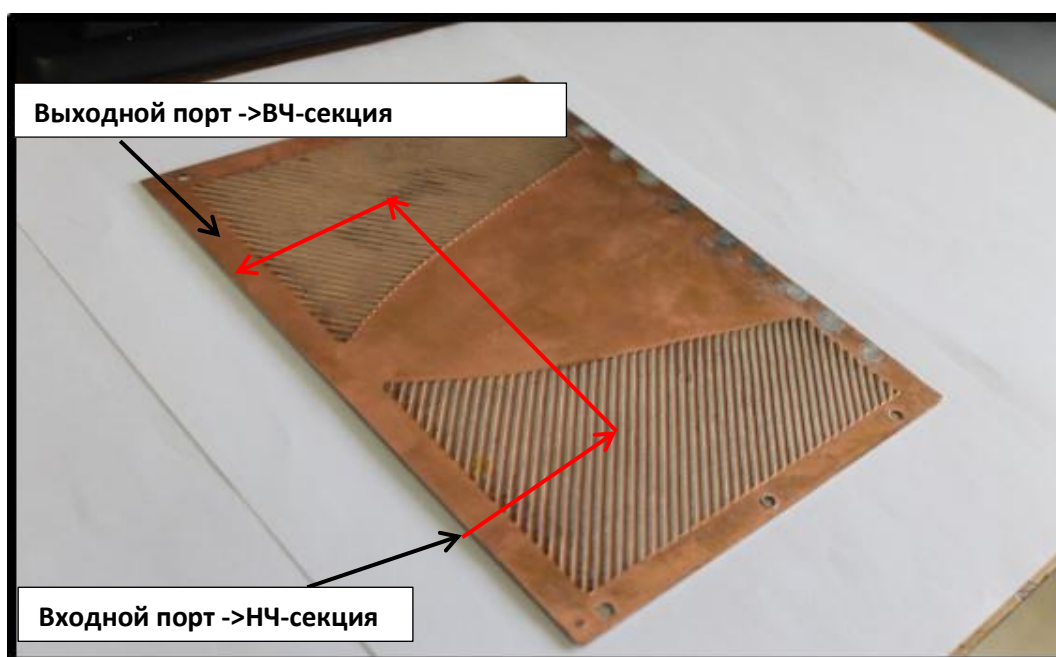


Рисунок 15. Внешний вид волнового дефлектора. Красными стрелками указано направление перерасеяния падающей волны

Вторым важным аспектом после выбора профиля стала оптимизация глубины гофрировки дефлектора. На Рис.15 изображен внешний вид моделируемого дефлектора. Входной порт соответствует каналу низкочастотной секции, выходной-высокочастотной. Из Рис.16(а) следует, что при глубине дефлектора $h_{def} = 0,037$ см распределение z-компоненты плотности потока P является явно неравномерным.

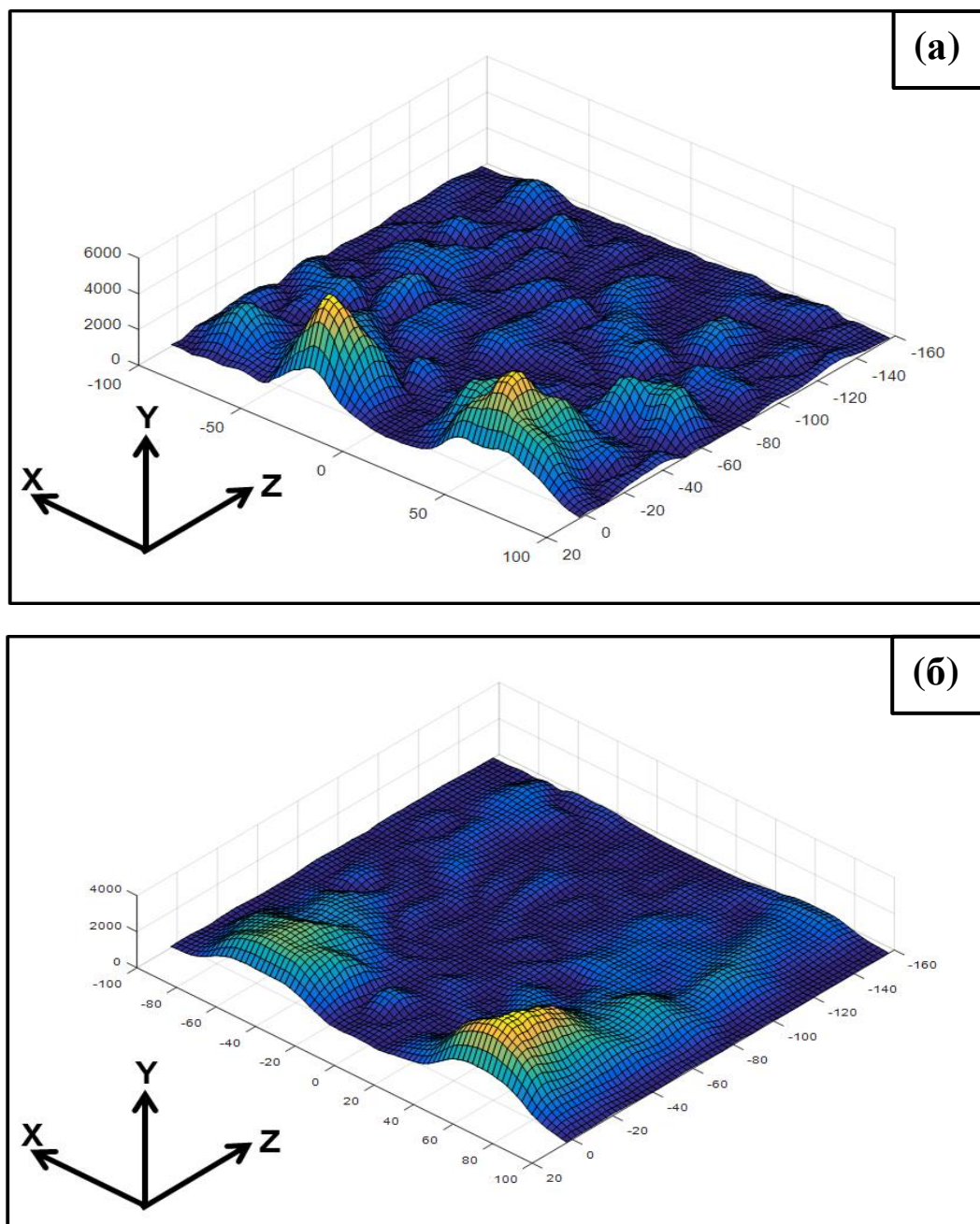


Рисунок 16. (а) – Модуль плотности потока P_z для дефлектора с глубиной гофрировки $h_{def} = 0,037$ см, (б) – модуль плотности потока P_z для дефлектора с глубиной гофрировки $h_{def} = 0,03$ см.

Однако интересные результаты получаются при изменении глубины гофрировки, наиболее оптимальное распределение плотности было получено при глубине гофрировки $h_{def} = 0,03$ см. Данное распределение приведено на Рис.16(б).

Аналогично моделированию элементов комбинированного резонатора был произведен расчет коэффициента отражения дефлектора, величина которого составила $R \approx 70 \pm 5\%$. Необходимо отметить, что рассчитанная ширина полосы отражения дефлектора получилась равной $\Delta \approx 2$ ГГц, и в этой полосе присутствует заметная примесь моды H_{20} , в которую конвертировалось часть падающей волны типа H_{10} .

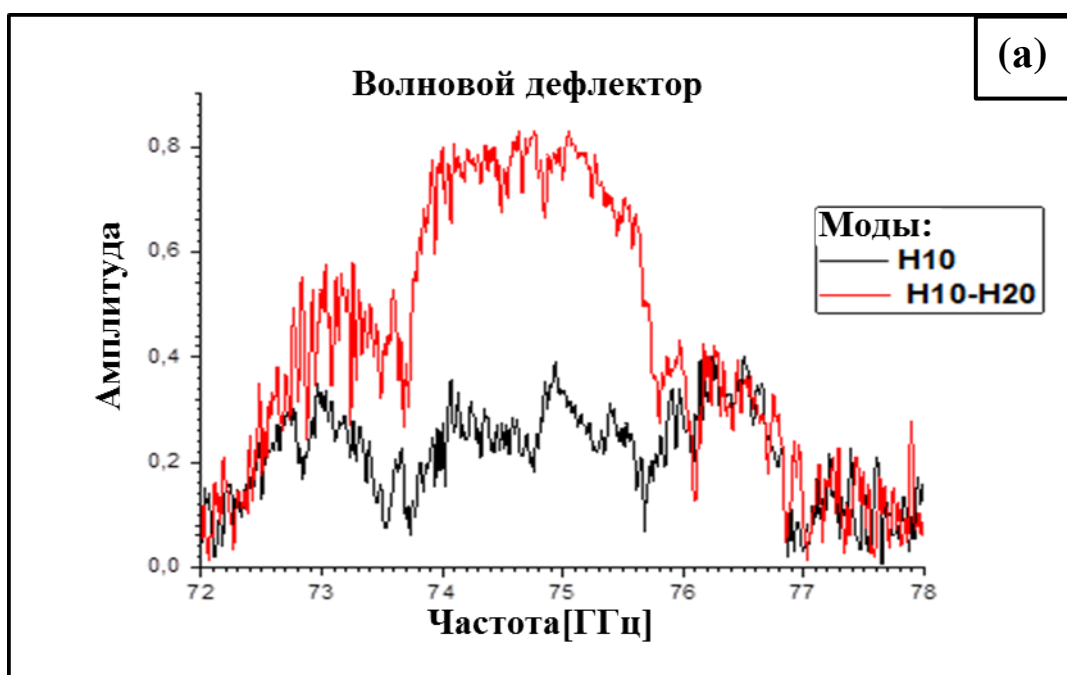


Рисунок 17. (а) – Амплитуда отраженной волны для дефлектора. Глобальное разбиение-12 точек на длину волны, локальное разбиение гофрировки по глубине-5 точек на длину волны

Глава 4. «Холодные» эксперименты по исследованию свойств электродинамической системы

Для проведения серии «холодных» экспериментов (без пучков) по измерению коэффициента отражения изготовленных рефлекторов был использован специально созданный стенд, в состав которого входят элементы, указанные на Рис.18.

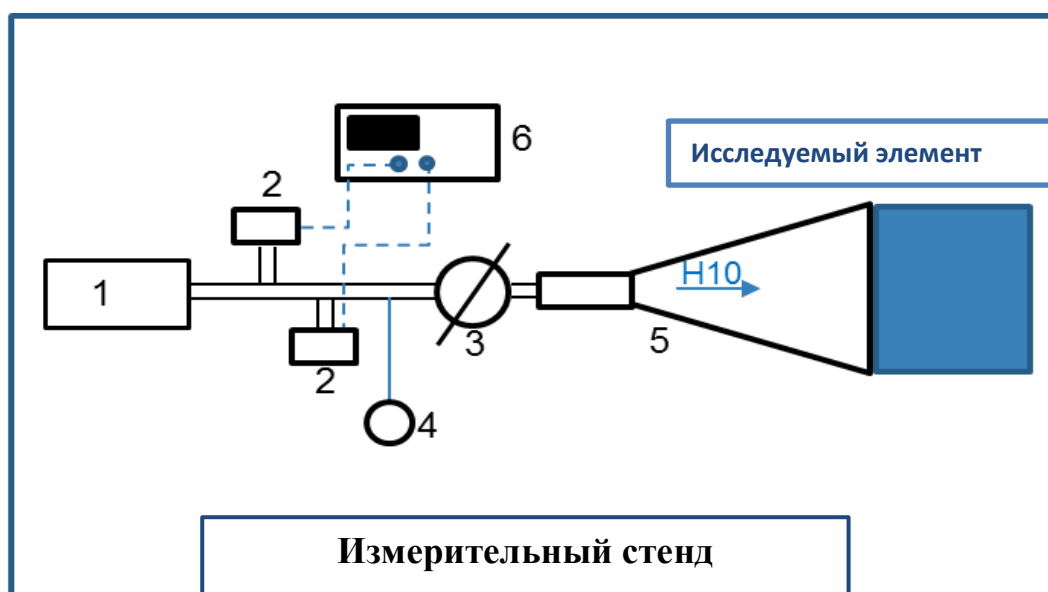


Рисунок 18. Схема экспериментального стенда: 1- высокочастотный генератор сигналов, 2-детекторы падающей и отраженной мощности, 3- аттенюатор, 4-волномер, 5-рупор-формирователь H_{10} моды, 6- осциллограф «Tektronix-TDS 3054»

Принцип действия данного стенда следующий: высокочастотный генератор производит электромагнитную волну в волноводе с частотой, линейно изменяющейся во времени от 70 до 80 ГГц. Далее сигнал с помощью волновода направляется через аттенюатор в пирамидальный рупор, формирующий волну H_{10} на входе в исследуемый элемент. Геометрические размеры рупора: длина $l_r = 1$ м, выходное сечение рупора- 1×10 см, угол раствора $\alpha_r = 6^\circ$. С помощью направленных ответвителей и детекторов регистрируются мощности падающей и отраженной волн в зависимости от времени. Аттенюатор предназначен для

ослабления отраженного сигнала и предотвращения образования стоячих волн в области волновода, где расположены направленные ответвители.

Особенностью данного стенда является то, что через рупор в обратном направлении проходит только волна типа H_{10} , волны других типов им отражаются. В результате этого за счет частичного отражения обратной волны H_{10} на входе в рупор и полного отражения всех других типов волн, возникших в результате конверсии в исследуемом элементе, а также прямой волны от исследуемого элемента, в рупоре образуется низкодобротный резонатор, который искажает измерения коэффициента отражения падающей волны типа H_{10} . Таким образом, детектор отраженной мощности регистрирует результат интерференции волн, отраженных как от брэгговской структуры, так и от области входа в рупор, и более того - выходящих волн, многократно отраженных внутри резонатора, образованного областью входа в рупор и элементом. В связи с этим обстоятельством была разработана специальная методика измерений коэффициента отражения.

4.1 Методика обработки измерений. Модель двух зеркал.

Модель, позволяющая учесть эффект интерференции отраженных волн, была названа моделью двух зеркал из аналогии с задачами курса электродинамики по многократному отражению. Наглядное представление процесса отражений показано на Рис.19. Введем следующие обозначения: $\rho(\omega)$, $\tau(\omega)$ – это амплитудные коэффициенты отражения и прохождения, зависящие от частоты, соответственно, E_0 – амплитуда падающей волны. Рассмотрим в качестве первого приближения случай двукратного отражения, который является наиболее простым и не требующим сложных вычислений изменяющихся в результате отражения фаз.

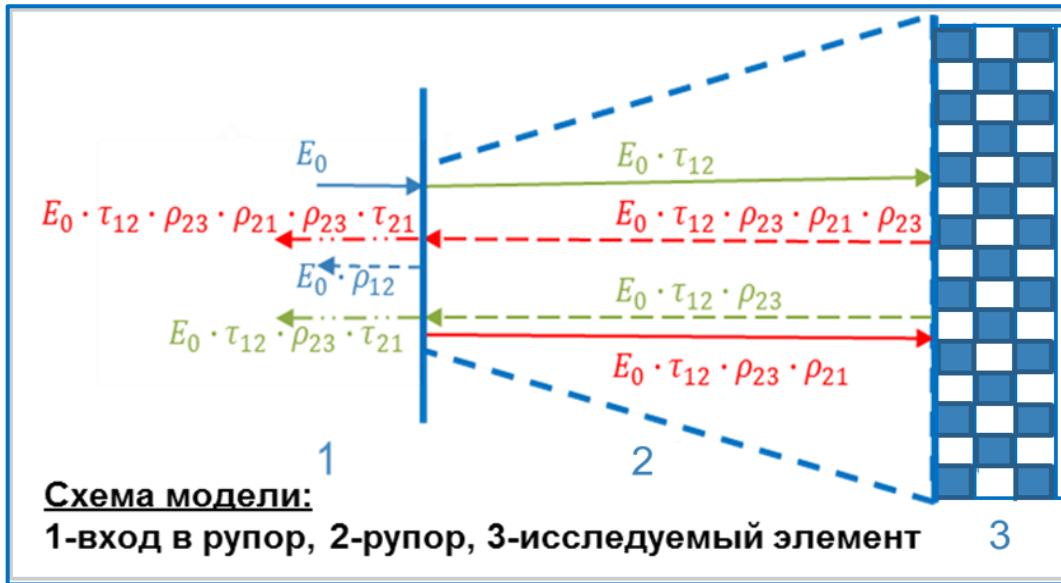


Рисунок 19. Схема многократного отражения в резонаторе, образованном областью входа в рупор и исследуемым элементом

Основное уравнение, описывающее процесс отражения выглядит следующим образом:

$$\frac{E_{отр.}}{E_0} = \rho_{12} + \tau_{12} \cdot \rho_{23} \cdot \tau_{21} \cdot e^{i\varphi} + \tau_{12} \cdot \rho_{23} \cdot \rho_{21} \cdot \rho_{23} \cdot \tau_{21} \cdot e^{2i\varphi} + \dots \quad (4.1)$$

Ограничиваясь двумя первыми членами уравнения (4.1), получим коэффициент отражения:

$$|K|^2 = \left| \frac{E_{отр.}}{E_0} \right|^2 \quad (4.2a)$$

$$|K|^2 = |\rho_{12}|^2 + |\tau_{12}|^2 \cdot |\tau_{21}|^2 \cdot |\rho_{23}|^2 + 2 \cdot |\rho_{12}| \cdot |\tau_{12}| \cdot |\tau_{21}| \cdot |\rho_{23}| \cdot \cos(\varphi + \delta) \quad (4.2б)$$

Выражение (4.2(б)) имеет максимум в случае, когда $\varphi + \delta = 0$, и минимум соответственно в случае $\varphi + \delta = \pi$.

В результате из этих условий мы можем получить систему уравнений для обработки результатов измерений:

$$\frac{K_{max}^2 + K_{min}^2}{2} = |\rho_{12}|^2 + |\tau_{12}|^2 \cdot |\tau_{21}|^2 \cdot |\rho_{23}|^2 \quad (4.3a)$$

$$\frac{K_{max}^2 - K_{min}^2}{2} = 2 \cdot |\rho_{12}| \cdot |\tau_{12}| \cdot |\tau_{21}| \cdot |\rho_{23}| \quad (4.36)$$

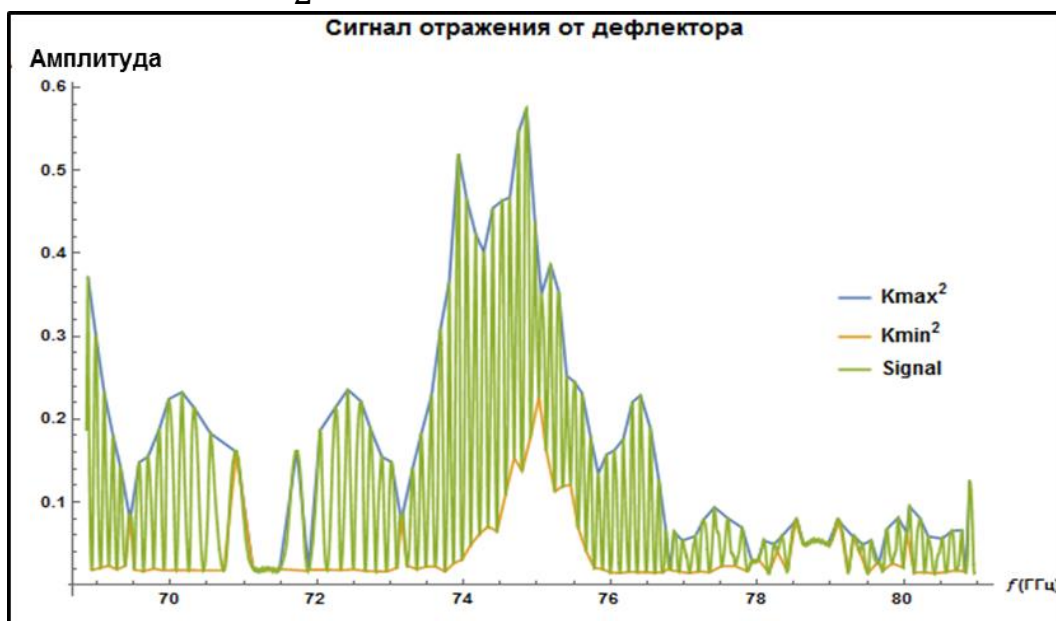


Рисунок 20. Сигнал, регистрируемый при отражении от дефлектора

В приведенных выше уравнениях (4.3) в левой части находятся величины, которые мы способны измерить с помощью экспериментального стенда, то есть K_{max}^2 и K_{min}^2 – это есть огибающие регистрируемого нами сигнала, как указано на Рис.20. В правую часть уравнений входят неизвестные коэффициенты $|\tau_{12}|, |\tau_{21}|$. в то время как значение $|\rho_{12}|^2$. может быть зарегистрировано из эксперимента (далее называемого «первым»), в котором после рупора устанавливается хороший поглотитель. Исходя из этого, при наличии двух уравнений на две неизвестные, мы можем рассчитать интересующий нас коэффициент отражения $-\rho_{23}^2$. Для проверки данной модели был проведен «второй» эксперимент, в котором выходной конец рупора закрывался металлической пластиной, в результате чего коэффициент $\rho_{23} = -1$, и, следовательно, система уравнений (4.3) преобразуется к виду:

$$\frac{R_{max}^2 + R_{min}^2}{2} = |\rho_{12}|^2 + |\tau_{12}|^2 \cdot |\tau_{21}|^2 \quad (4.4a)$$

$$\frac{R_{max}^2 - R_{min}^2}{2} = 2 \cdot |\rho_{12}| \cdot |\tau_{12}| \cdot |\tau_{21}| \quad (4.46)$$

В данном эксперименте R_{max}^2 и R_{min}^2 – огибающие регистрируемого сигнала при эксперименте с рупором, закрытым металлической пластиной.

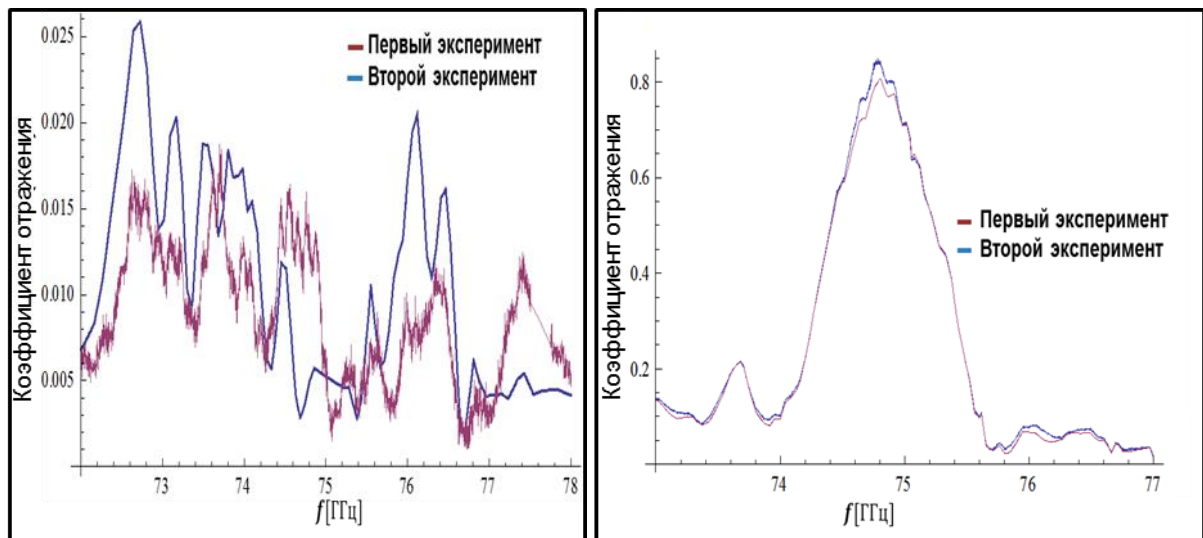


Рисунок 21. Коэффициенты отражения для одномерного рефлектора: слева – $|\rho_{12}|^2$, справа – $|\rho_{23}|^2$

Далее, выражаем из данной системы уравнений $|\tau_{12} \cdot \tau_{21}|$ и затем подставляем полученные величины в систему уравнений (4.3). Результат сравнения расчетов коэффициента отражения, например для одномерного рефлектора, $|\rho_{12}|^2$ и $|\rho_{23}|^2$ после проведения обоих экспериментов представлен на Рис.21. Совпадение величины $|\rho_{23}|^2$, полученной в результате первого и второго экспериментов, свидетельствует о замечательной особенности данной методики, которая заключается в следующем. Несмотря на то, что коэффициенты $|\rho_{12}|^2$, определенные двумя разными способами, заметно отличаются друг от друга, на конечный результат в виде расчетного коэффициента $|\rho_{23}|^2$ это повлияло незначительно.

4.2 Сравнение полученных результатов с 3D-моделированием

Методика, описанная в параграфе 4.1, была применена для обработки результатов измерения коэффициента отражения от различных элементов электродинамической системы терагерцового генератора. Далее, будут последовательно изложены результаты для каждого из элементов.

Прежде всего, результат измерений отраженного сигнала для одномерного рефлектора (Рис. 22, 23) показывает, что действительно в области основной полосы отражения вблизи брэгговского резонанса 75 ГГц наблюдается заметный подъем коэффициента отражения, искаженного интерференционными полосами. Помимо этого в области 77 – 78 ГГц зарегистрировано отражение падающей H_{10} волны за счет конверсии в паразитные моды, которые также были обнаружены в результате 3D-моделирования.

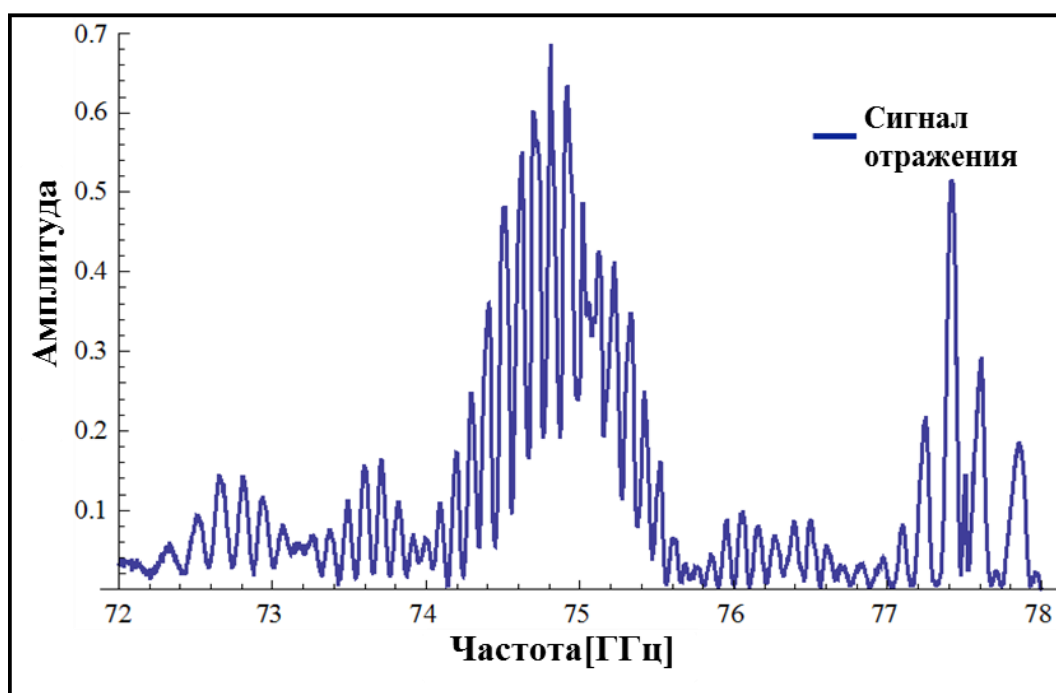


Рисунок 22. Сигнал отражения от одномерного рефлектора

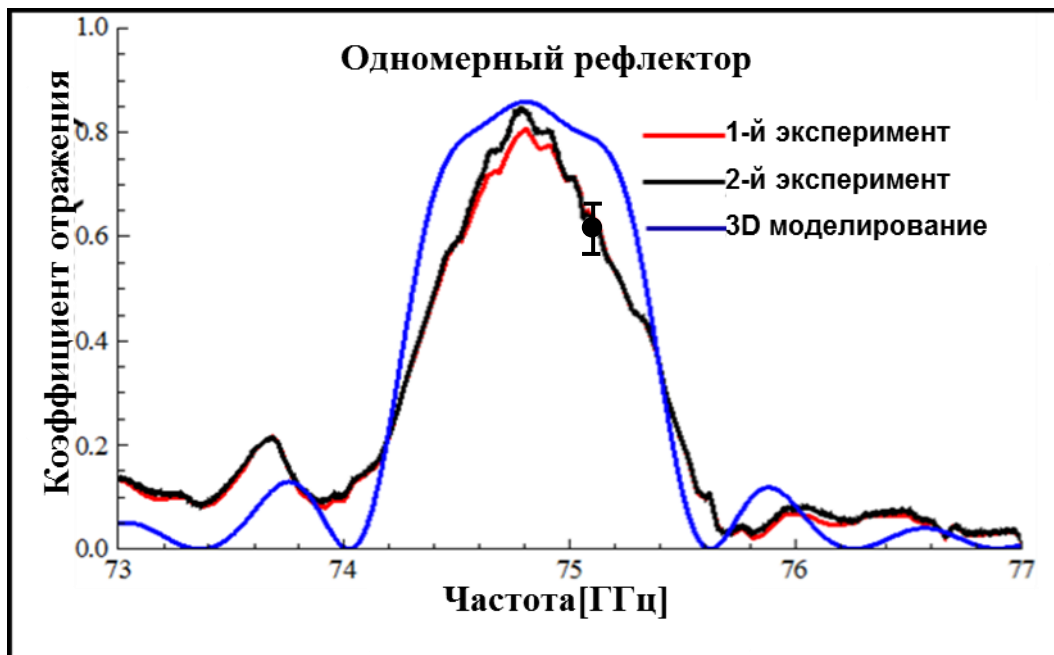


Рисунок 23. Сопоставление результатов экспериментов и моделирования для одномерного рефлектора

В результате обработки сигнала, было получено хорошее соответствие экспериментального результата с результатами 3D моделирования, точность которого в среднем достигает порядка 10%, ширина полосы отражения и ее положение на частотной оси фактически соответствуют рассчитанным при моделировании.

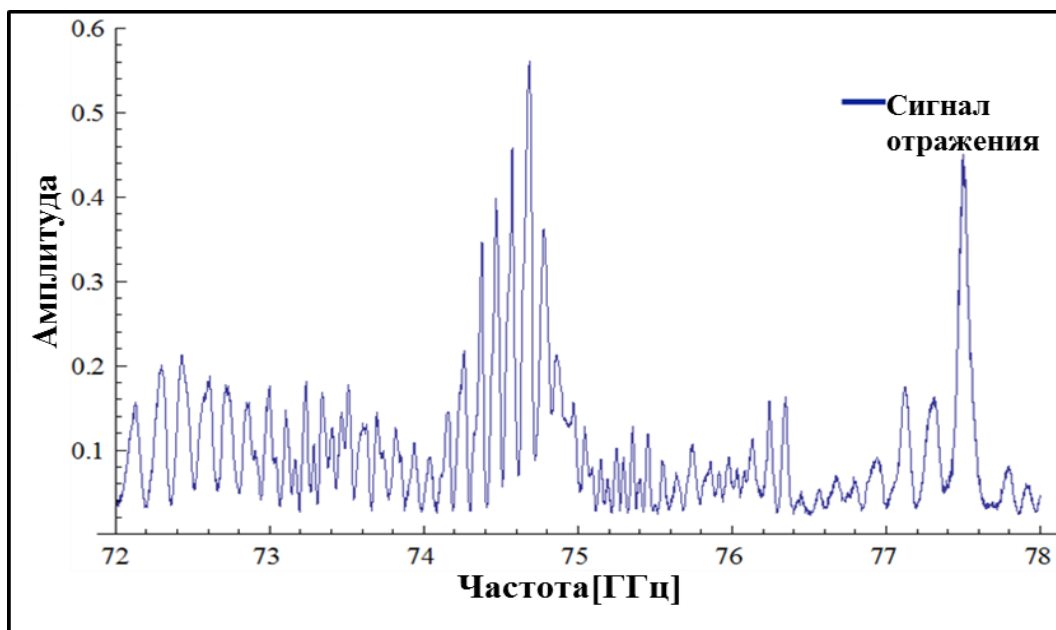


Рисунок 24. Сигнал отражения от двумерного рефлектора

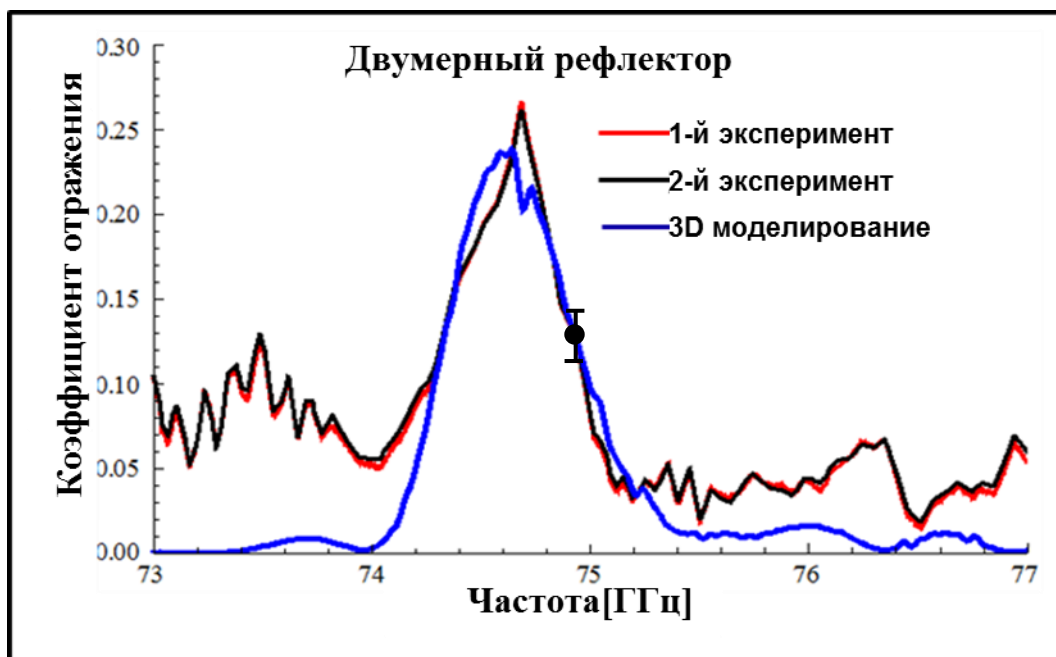


Рисунок 25. Сопоставление результатов для двумерного рефлектора

Результаты аналогичных измерений для двумерного рефлектора и обработки измерений по описанной методике, в сравнении с 3D моделированием представлены на Рис.24 и Рис.25 соответственно. Из сопоставления результатов «холодных» измерений и 3D-моделирования можно заключить, что несмотря на заметно худшее совпадение частотной зависимости, соответствие ширины и положения полосы отражения для расчетной и измеренной зависимостей коэффициента отражения от частоты достаточно хорошее. Несовпадение форм расчетных и измеренных кривых на Рис. 25, по-видимому, связано с низким коэффициентом отражения двумерного рефлектора, что обуславливает заметное влияние многократных отражений внутри рупора, которые не учтены в примененной методике обработки данных. Кроме того, в изменение коэффициента отражения реального 2D - рефлектора с «шахматной» нарезкой могла внести технологическая неточность изготовления гофрировки, которая проявляется в возникновении паразитных полос отражения вследствие конверсии мод.

Сопоставление результатов расчетов и измерений для волнового дефлектора представлено на Рис.26.

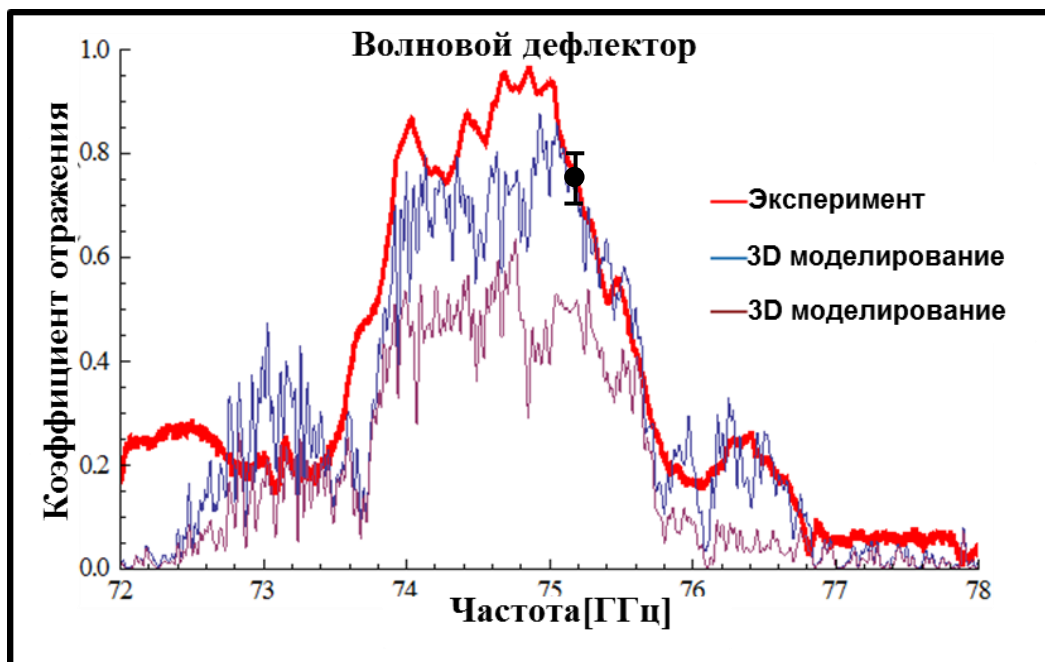


Рисунок 26. Сопоставление результатов для волнового дефлектора

В отличие от предыдущих элементов электродинамической системы 3D моделирование показало, что в полосе отражения дефлектора наблюдается существенная конверсия моды H_{10} в моду H_{20} . Это обстоятельство должно быть учтено при сравнении результатов моделирования и «холодных» измерений следующим образом. Через рупор (см. Рис.19) проходит волна только типа H_{10} , затем при отражении от дефлектора эта волна частично преобразуется в волну типа H_{20} . Далее, отраженные от дефлектора H_{10} и H_{20} волны распространяются внутри рупора в обратном направлении. Далее H_{20} волна на входе рупора отражается полностью назад в сторону дефлектора, на котором она вновь конверсируется и уже в виде волны H_{10} распространяется к входу в рупор. Следовательно, мощность отраженной волны H_{10} , измеряемая в «холодных» экспериментах есть интерференция волны H_{10} и дважды преобразованной волны H_{10} ($H_{10} \rightarrow H_{20}, H_{20} \rightarrow H_{10}$). Поэтому, полагая, что S_{11} -амплитуда отражения моды типа H_{10} , а S_{12} -

амплитуда конверсии волны H_{10} в H_{20} , коэффициент отражения волнового дефлектора с учетом рупора можно представить в таком виде:

$$R(\omega) = |S_{11} \pm S_{12}^2|^2 . \quad (4.5)$$

Знак « \pm » в выражении соответствует сложению интерферирующих волн H_{10} и дважды преобразованной H_{10} в фазе или в противофазе, а квадрат амплитуды S_{12} означает двукратное преобразование волны. Таким образом на графике построена вертикальная полоса отражения (синим цветом выражение (4.5) с плюсом, темно красным- с минусом), в пределах которой может находиться коэффициент отражения дефлектора. Однако стоит отметить, что кроме конверсии в коэффициент отражения вносят вклад неточности используемой нами методики, поскольку мы не учитываем эффект многократного отражения внутри рупора.

Заключение

В процессе выполнения данной квалификационной работы были получены следующие результаты:

- Уточнены условия применимости и решения теории связанных волн, описывающей спектр собственных мод двумерного рефлектора с «шахматной» гофрировкой.
- В рамках численного 3D моделирования свойств элементов электродинамической системы терагерцового генератора показано наличие добротных мод в области точного брэгговского резонанса на частоте 75 ГГц в 2D рефлекторе и паразитной полосы отражения в высокочастотной области (77 – 80 ГГц) в 1D и 2D рефлекторах.
- Проведены «холодные» эксперименты, в которых подтверждены выводы 3D моделирования о наличии паразитных полос отражения.
- С помощью 3D моделирования проведен расчет свойств волнового дефлектора и осуществлена оптимизация его геометрии.
- Из сопоставления результатов «холодных» экспериментов с 3D моделированием сделан вывод о хорошем количественном совпадении профилей рассчитанного и измеренного коэффициентов отражения для всех элементов электродинамической системы.

Список используемой литературы

- [1] Аржанников А.В, Сеницкий С.Л, Гинзбург Н.С и др.//Письма в ЖТФ.2000.Т.26, В.16.
- [2] Bratman V.L., Bogdashov A. A., Glyavin M. Yu.// Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2012, vol.33, no.7.
- [3] M.Yu. Glyavin, A. G. Luchinin, and G.Yu. Golubiatnikov.// Physical Review Letters 100, 015101 (2008)
- [4] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.// Письма в ЖТФ 1992, Т.18, В.9.
- [5] Ginsburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S., Arzhannikov A.V., Sinitsky S.L.// Nuclear Instr. and Meth. in Phys. Research A. 1995. V. A358. P. 189
- [6] Konoplev I.V., Cross A.W., Phelps A.D.R. et al. // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 76. P. 056 406.
- [7] Аржанников А.В., Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю. и др. //Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 11.
- [8] Аржанников А.В, Сеницкий С.Л, Гинзбург Н.С и др.// Письма в ЖТФ.2001.Т.27.В. 6
- [9] Аржанников А.В, Сеницкий С.Л, Гинзбург Н.С, Калинин П.В и др.// Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, В. 18.
- [10] Н.С. Гинзбург, В.Ю. Заславский, А.М. Малкин, Н.Ю. Песков и др.// Журнал технической физики. 2014. Т.84, В.2.
- [11] Диссертация на соискание степени д.ф.-м.н. Н.Ю. Пескова «Мощные мазеры на свободных электронах с одномерной и двумерной распределенной обратной связью », Нижний Новгород, 2011г.
- [12] Ginsburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S.// Phys. Rev. E, 1999, vol.60, no.1, pp.935-945.
- [13] N. S. Ginsburg, V. Yu. Zaslavsky, A. V. Arzhannikov, S. L. Sinitsky, P. V. Kalinin et.al. // JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 112, 000000 (2012)