

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **ФИЗИЧЕСКИЙ**

Кафедра **ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ**

Направление подготовки **03.03.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **МАГИСТРАТУРА**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

Худяков Вадим Константинович

(Фамилия, Имя, Отчество автора)

Тема работы Моделирование долговременной эволюции кильватерной волны в радиально-ограниченной плазме с учётом элементарных процессов

«К защите допущена»

и. о. заведующего кафедрой

кандидат физ.-мат. наук,

Беклемишев А. Д./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....2020 г.

Научный руководитель

д-р. физ.-мат. наук,

Профессор РАН

Лотов К. В./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....2020 г.

Дата защиты: «.....».....2020 г.

Новосибирск, 2020

Содержание

1	Введение	3
1.1	Эксперимент в лаборатории FACET	5
2	Элементарные процессы	7
2.1	Кулоновские столкновения	7
2.1.1	Среднеквадратичный угол рассеяния	7
2.1.2	Алгоритм Такизуки и Абе	10
2.1.3	Тест: плоский поток в равновесной плазме	11
2.2	Возбуждение и ионизация нейтральных атомов	13
2.2.1	Алгоритм	13
2.2.2	Состояние частиц после столкновения	14
2.2.3	Сечения возбуждения и ионизации	14
3	Сравнение результатов моделирования с экспериментом	16
4	Динамика ионов в моделировании	20
4.1	Осевой пик плотности	21
4.2	Ионно-звуковые солитоны	22
4.3	Волна сжатия вблизи границы плазмы	24
5	Заключение	26

1 Введение

Ускорители элементарных частиц занимают важное место в современной науке и технике. Они находят применение в фундаментальных исследованиях (физика высоких энергий), а также в прикладных областях (медицина, обработка материалов и т. д.). Современные задачи приводят к все более высоким требованиям на энергию ускоряемых частиц. До недавнего времени темпы развития ускорительной техники обеспечивали практически экспоненциальный рост энергии ускоренных электронов (т.н. график Ливингстона [1]), однако, сейчас этот рост замедлился. Проблема достижения более высоких энергий частиц имеет два пути решения – увеличение размеров ускорительных комплексов или создание более сильных электромагнитных полей. Крупнейшие современные установки имеют характерные размеры в единицы и десятки километров, а также большую стоимость постройки и обслуживания. Напряженность поля в этих установках близка к технологическому пределу, обусловленному возникновением пробоя в ускоряющей структуре. Несмотря на продолжающиеся поиски более совершенных конфигураций ускоряющих элементов, нет оснований полагать, что величина поля в классических ускорителях будет увеличена на порядки. В связи с этим возрастает интерес к альтернативным методам, примером которых служит плазменное кильватерное ускорение.

В плазме могут существовать поля масштаба E_0 [ГВ/м] $\approx \sqrt{n_e [10^{14}\text{см}^{-3}]}$, где n_e – плотность электронов. Для $n_e \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $E_0 \sim 30$ ГВ/м, что на три порядка превышает напряженности полей в современных ускорителях (0.03 ГВ/м) [2]. Такие поля возникают в плазменных волнах, которые возбуждаются ультрарелятивистскими пучками частиц или лазерными импульсами, запускаемыми в плазму (т. н. драйверами). Возникшее возмущение распространяется в плазме со скоростью драйвера, близкой к скорости света. Если поместить релятивистский пучок (т.н. витнесс) в область

ускоряющего поля, то он будет двигаться вместе с волной долгое время, приобретая энергию.

В современных экспериментах, ориентированных на ускорение электронов или позитронов до энергий нескольких ГэВ на масштабе 1 м, используется плазма малой плотности (10^{17} см $^{-3}$) для предотвращения преждевременного истощения энергии драйвера. Драйвер возбуждает в плазме сильно нелинейную кильватерную волну с плотностью энергии поля порядка плотности энергии покоя электронов. Времена удаления столь большой выделенной энергии ограничивают частоту выстрелов ускорителя.

Частота выстрелов является одним из критически важных параметров для коллайдера на основе кильватерного ускорителя, так как она определяет среднюю светимость и, соответственно, возможность наблюдения редких событий. Современные проекты крупнейших классических коллайдеров (International Linear Collider, Compact Linear Collider) предполагают выделение мощности ~ 10 МВт в точке столкновения. Для достижения таких же показателей проектирование кильватерного ускорителя ориентировано на пучки с зарядом ~ 1 нКл и частоту выстрелов ~ 10 кГц. Другим применением компактных ускорителей до энергий ГэВ с высокой частотой выстрелов служат рентгеновские лазеры на свободных электронах [3]. В современных проектах подобных установок [4] планируется ускорение пучков с зарядом ~ 1 пКл до энергий нескольких ГэВ, а частота выстрелов достигает ~ 1 МГц.

Таким образом, проблема эффективного отвода тепла из ускорительной камеры является критически важной. Однако для решения этой задачи необходимо понимание механизмов перераспределения энергии исходной кильватерной волны в плазме малой плотности. До недавнего времени этому вопросу уделялось малое внимание в теоретических и экспериментальных исследованиях.

1.1 Эксперимент в лаборатории FACET

Лаборатория Facility for Advanced aCcelerator Experimental Tests (FACET) является частью линейного ускорителя SLAC (Калифорния, Стэнфорд) и одним из флагманов экспериментальных исследований кильватерного ускорения. Именно в этой лаборатории, в серии экспериментов E224, исследовался вопрос о диссипации энергии кильватерной волны.

В эксперименте (Рис. 1.а) электронный драйвер (Таб. 1) влетает в камеру с газообразным литием, однократно ионизует газ собственным полем и возбуждает сильно нелинейную кильватерную волну.

Для диагностики радиального профиля плазмы в камеру под малым углом $\theta = 8$ мрад к оси распространения драйвера посылается лазерный импульс (Таб. 2).

Далее с помощью оптической системы получают изображение (Рис. 1.б) интерференционной картины в объектной плоскости О, находящейся в центре камеры. Излучение, отражаясь от областей плотной плазмы, форми-

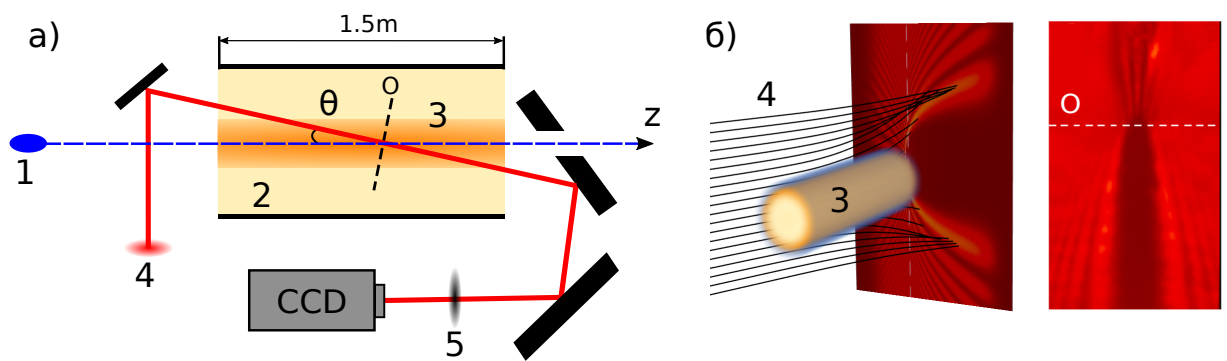


Рис. 1: а) Схема установки: 1 – электронный пучок, 2 – газообразный литий, 3 – столб плазмы, 4 – диагностический лазерный импульс, 5 – линза, z – направление распространения пучка, $\theta = 8$ мрад – угол между направлениями распространения пучка и лазерного импульса. б) Формирование дифракционной картины из-за отклонения лазера от плотных слоев плазмы.

Таблица 1: Параметры драйвера и газа

Энергия пучка	$W_b = 48$ Дж
Заряд пучка	$Q_b = 2.4$ нКл
Поперечный размер	$\sigma_r = 30$ мкм
Продольный размер	$\sigma_z = 30$ мкм
Плотность газа	$n_0 = 8 \cdot 10^{16}$ см ⁻³

Таблица 2: Параметры диагностического лазера

Длина волны лазера	$\lambda_l = 0.8$ мкм
Энергия лазера	$W_l = 1$ мДж
Длительность	$\tau_l = 0.1$ пс

рует параболообразную теневую область, граница которой расширяется с течением времени со скоростью $\sim 10^6$ м/с, покидая область видимости камеры к моменту 1.2 нс после пролета пучка.

Теоретическое объяснение наблюдаемой картины позволит понять, какие процессы протекают в плазме на больших временах после возбуждения волны. А количественное предсказание формы границы теневой области и темпа её расширения позволит ответить на вопрос о перераспределении переданной драйвером энергии.

Целью данной работы является объяснение наблюдаемой в эксперименте картины при помощи моделирования долговременной эволюции кильватерной волны квазистатическим кодом LCODE с учётом элементарных процессов, а также достижение количественного согласия результатов.

2 Элементарные процессы

Увеличение ширины теневой области в 20 раз по сравнению с начальным значением говорит о возникновении большого количества новой плазмы и необходимости учёта процессов ионизации в моделировании. Кроме этого, корректное моделирование релаксации внутри электронной и ионной компонент плазмы на больших временах требует учёта кулоновских столкновений. Основная часть моделирования проводится при помощи квазистатистического кода LCODE в цилиндрической геометрии. В ходе работы был реализован модуль кулоновских столкновений на основе алгоритма Такизуки и Абе [5] и модуль неупругих столкновений частиц плазмы с нейтральным газом, учитывающий возбуждение и ионизацию электронным ударом и ионизацию ионным ударом.

2.1 Кулоновские столкновения

В моделировании реальные частицы плазмы заменяются гораздо меньшим количеством макрочастиц конечного размера, а электромагнитные поля вычисляются на пространственной сетке. Частица представляет собой распределенное облако заряда, и поэтому поля на расстояниях порядка ее размера сглаживаются по сравнению со случаем точечных частиц. Это искажает взаимодействие на коротких расстояниях, интерпретируемое как столкновение. В связи с чем возникает необходимость искусственного учета парных кулоновских столкновений.

2.1.1 Среднеквадратичный угол рассеяния

Так как в LCODE используются точные релятивистские уравнения, то для обеспечения сохранения импульса и энергии модель столкновений тоже должна учитывать релятивистские эффекты [6].

Рассмотрим две сталкивающиеся частицы. Перейдем в систему отсчета центра масс, в которой они имеют одинаковые по величине и противоположно направленные импульсы \mathbf{p}_{cm} , $-\mathbf{p}_{cm}$. Индекс "cm" всюду далее означает, что величина берется в системе центра масс, при отсутствии данного индекса величина рассматривается в лабораторной системе отсчета.

Вычисления проводятся в некоторой изначально определенной системе координат $Oxyz$, так что \mathbf{p}_{cm} имеет координаты $(p_{cmx}, p_{cm y}, p_{cmz})$. Определим вспомогательную систему координат $Ox'y'z'$, такую что $\mathbf{p}_{cm} \parallel Oz'$, а ось Ox' перпендикулярна плоскости (Oz, \mathbf{p}_{cm}) (Рис. 2).

В системе центра масс столкновение сводится к повороту вектора импульса. Тогда новый импульс частицы \mathbf{p}'_{cm} имеет в $Ox'y'z'$ координаты

$$(p_{cm} \sin \Theta \cos \Phi, p_{cm} \sin \Theta \sin \Phi, p_{cm} \cos \Theta),$$

где Θ – угол рассеяния, определяемый кулоновским взаимодействием, Φ – полярный угол, который выбирается случайно с равномерным распределением на отрезке $[0, 2\pi]$.

В системе координат $Oxyz$ \mathbf{p}'_{cm} примет вид

$$\mathbf{p}'_{cm} = \mathbf{p}_{cm} + \Delta \mathbf{p},$$

где $\Delta \mathbf{p}$ в случае $p_{\perp} = (p_{cmx}^2 + p_{cm y}^2)^{1/2} \neq 0$ выразится следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= \frac{p_{cmx}}{p_{\perp}} p_{cmz} \sin \Theta \cos \Phi - \frac{p_{cm y}}{p_{\perp}} p_{cm} \sin \Theta \sin \Phi - p_{cmx}(1 - \cos \Theta), \\ \Delta p_y &= \frac{p_{cm y}}{p_{\perp}} p_{cmz} \sin \Theta \cos \Phi + \frac{p_{cmx}}{p_{\perp}} p_{cm} \sin \Theta \sin \Phi - p_{cm y}(1 - \cos \Theta), \\ \Delta p_z &= -p_{\perp} \sin \Theta \cos \Phi - p_{cmz}(1 - \cos \Theta), \end{aligned} \quad (1)$$

и в случае $p_{\perp} = 0$:

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= p_{cm} \sin \Theta \cos \Phi, \\ \Delta p_y &= p_{cm} \sin \Theta \sin \Phi, \\ \Delta p_z &= -p_{cm}(1 - \cos \Theta), \end{aligned} \quad (2)$$

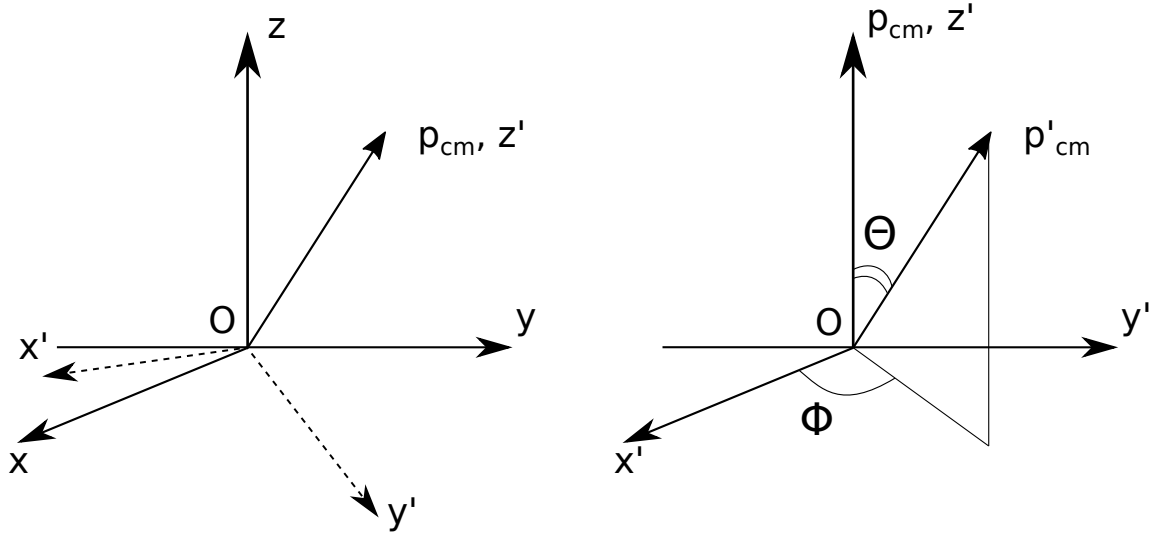


Рис. 2: Импульс частицы до и после столкновения в системе центра масс.

где $p_{cm} = (p_{cmx}^2 + p_{cm y}^2 + p_{cm z}^2)^{1/2}$.

В численной схеме учет столкновений производится за некоторый временной шаг Δt , поэтому отклонение частицы на угол Θ интерпретируется как результат большого числа N малых независимых отклонений на углы $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$. Применяя центральную предельную теорему для результирующего отклонения [7], получим, что угол Θ имеет гауссово распределение с нулевым средним значением и дисперсией

$$\langle \Theta^2 \rangle = N \langle \theta^2 \rangle, \quad (3)$$

где $\langle \theta^2 \rangle$ – дисперсия единичного отклонения. Число столкновений за время Δt дается выражением

$$N = \frac{\gamma_{1cm} \gamma_{2cm}}{\gamma_1 \gamma_2} u_{cm} \sigma_{cm} n_2 \Delta t, \quad (4)$$

где $u_{cm} = |\mathbf{v}_{1cm} - \mathbf{v}_{2cm}|$ – геометрическая относительная скорость частиц, n_2 – плотность сорта частиц, условно принимаемого за мишень, $\gamma_{1,2}$ – гамма-факторы сталкивающихся частиц, σ_{cm} – полное сечение рассеяния [8].

Дифференциальное сечение единичного рассеяния на малый угол θ в

системе центра масс дается следующей формулой

$$\frac{d\sigma_{cm}}{d\Omega} = \left(\frac{2e_1e_2}{p_{cm}v_{rel}} \right)^2 \frac{1}{\theta^4},$$

где p_{cm} – модуль импульса частиц в системе центра масс, а

$$v_{rel} = \frac{v_{1cm} + v_{2cm}}{1 + v_{1cm}v_{2cm}/c^2}$$

– релятивистская относительная скорость, $e_{1,2}$ – заряды частиц.

Средний квадрат угла отклонения в одном столкновении дается выражением

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{\sigma_{cm}} \int \theta^2 d\sigma_{cm} = \frac{8\pi}{\sigma_{cm}} \left(\frac{e_1e_2}{p_{cm}v_{rel}} \right)^2 \ln \left(\frac{\theta_{max}}{\theta_{min}} \right) = \frac{8\pi}{\sigma_{cm}} \left(\frac{e_1e_2}{p_{cm}v_{rel}} \right)^2 \Lambda \quad (5)$$

где $\theta_{min}, \theta_{max}$ – верхняя и нижняя границы углов рассеяния, Λ – кулоновский логарифм.

Итак, используя (3), (4), (5), получаем следующее выражение для дисперсии угла полного отклонения

$$\langle \Theta^2 \rangle = 8\pi\Lambda \left(\frac{e_1e_2}{p_{cm}v_{rel}} \right)^2 \frac{\gamma_{1cm}\gamma_{2cm}}{\gamma_1\gamma_2} u_{cm}n_2\Delta t. \quad (6)$$

2.1.2 Алгоритм Такизуки и Абе

Алгоритм моделирования парных столкновений Такизуки и Абе (ТА) впервые предложен в статье [5]. Пусть в некоторый момент времени заданы координаты и импульсы макрочастиц, и задана пространственная сетка. Тогда выделяются следующие этапы.

1. Ячейки пространственной сетки рассматриваются поочередно.
2. Пусть в данный момент времени в рассматриваемой ячейке N_p частиц, пронумерованных $1, \dots, N_p$. Производится их случайное перемешивание

$$(1, \dots, N_p) \rightarrow (i_1, \dots, i_{N_p})$$

3. В получившемся перемешанном списке частицы последовательно группируются в пары и производится их столкновение.

Процесс столкновения проходит в 3 стадии.

1. Перевод импульсов частиц преобразованием Лоренца в систему центра масс.
2. Поворот импульсов в соответствии с формулами (1), (2).
3. Обратный переход к лабораторной системе отсчета.

Для угла рассеяния $\sin \Theta$, $\cos \Theta$ выражаются через $\delta = \tan(\Theta/2)$,

$$\begin{aligned}\sin \Theta &= \frac{2\delta}{1 + \delta^2}, \\ \cos \Theta &= \frac{1 - \delta^2}{1 + \delta^2}.\end{aligned}$$

Величина δ выбирается случайно с гауссовым распределением с нулевым средним и дисперсией

$$\langle \delta^2 \rangle = 2\pi\Lambda \left(\frac{e_1 e_2}{p_{cm} v_{rel}} \right)^2 \frac{\gamma_{1cm} \gamma_{2cm}}{\gamma_1 \gamma_2} u_{cm} n_2 \Delta t,$$

в соответствии с формулой (6).

Основными достоинствами данного метода являются точное сохранение энергии и импульса при столкновении, а также независимость от характера распределения частиц плазмы по скоростям.

2.1.3 Тест: плоский поток в равновесной плазме

Для того чтобы протестировать модуль столкновений, используется следующая задача, имеющая точное решение [9]. Пучок пробных электронов с одинаковыми начальными импульсами $\mathbf{p}_0 = (0, 0, p_{0z})$ влетает в однородную среду максвелловских электронов с температурой T и концентрацией n . Тогда начальный темп затухания импульса p_z имеет вид

$$\overline{\frac{dp_z}{dt}} = -\frac{4\pi n e^4 \Lambda}{T} f\left(\frac{E_p}{T}\right),$$

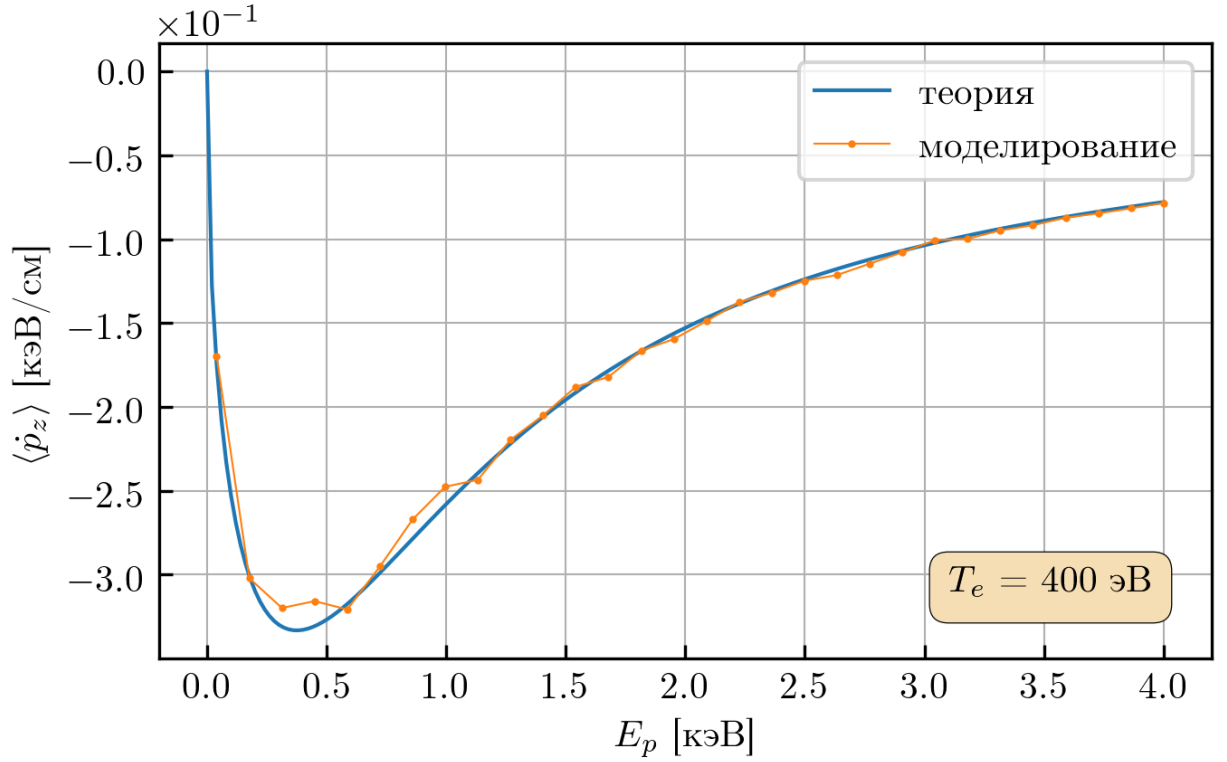


Рис. 3: Темп затухания среднего импульса.

где

$$f(x) = \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{x})}{x} - \frac{2}{\sqrt{\pi x}} e^{-x},$$

а E_p – начальная энергия пробных частиц.

Далее производятся столкновения с некоторым шагом dt и фиксируется зависимость $\overline{p}_z(t)$ пробных частиц. На каждом шаге 125 пробных частиц сталкиваются со 125 частицами среды, что соответствует 250 частицам в ячейке в реальном моделировании. После этого восстанавливается максвелловское распределение частиц среды, т.к. в формуле предполагается невозмущенность среды. Результат усредняется по 500 ячейкам. Наклон начального линейного участка $\overline{p}_z(t)$ дает искомым темп затухания. На Рис. 3 приведено сравнение теории и моделирования для различных значений энергии пробных частиц. Наблюдается великолепное согласие (отклонение $< 3\%$).

2.2 Возбуждение и ионизация нейтральных атомов

В основе моделирования неупругих процессов лежит формула вероятности перехода нейтрального атома из состояния i в состояние f за время Δt при столкновении с плазменной частицей:

$$w = \sigma_{i \rightarrow f}(E_p) \cdot v_p n_a \Delta t, \quad (7)$$

где E_p, v_p – энергия и скорость налетающей частицы, $\sigma_{i \rightarrow f}$ – сечение процесса, n_a – концентрация нейтралов.

2.2.1 Алгоритм

В памяти сохраняется распределение нейтралов в различных состояниях по пространственным ячейкам, по нему вычисляется локальная концентрация. Выделяются следующие шаги.

1. Частицы плазмы рассматриваются по очереди. Определяется номер ячейки, где лежит частица.
2. Имеется набор возможных событий $\{A_1, \dots, A_n\}$, соответствующий всевозможным реакциям с нейтралами. Для каждого из них вычисляется вероятность, $\{w_1, \dots, w_n\}$, согласно формуле (7).
3. Отрезок $[0, 1]$ разбивается числами

$$0 < p_1(= w_1) < p_2(= w_1 + w_2) < \dots < p_n(= w_1 + \dots + w_n) < 1.$$

на несколько не равных в общем случае интервалов.

4. Далее генерируется случайное число $\xi \in [0, 1]$. Попадание ξ в отрезок $[p_{i-1}, p_i]$ означает реализацию события i .
5. В результате исчезает нейтрал одного типа, и появляется нейтрал нового типа, или рождается электрон-ионная пара.

2.2.2 Состояние частиц после столкновения

Найденные в источниках сечения возбуждения и ионизации не содержат информации о состоянии частиц после столкновения, то есть о конечных импульсах и перераспределении энергии. В алгоритме была принята следующая простейшая модель.

- Если происходит реакция возбуждения нейтрала с уровня E_1 на E_2 частицей плазмы с энергией и импульсом (\mathbf{p}, E) , соответственно, то энергия налетающей частицы изменяется на $\Delta E = E_1 - E_2$, а импульс сохраняет направление:

$$(\mathbf{p}, E) \rightarrow (\alpha\mathbf{p}, E + \Delta E), \quad \alpha = \frac{\sqrt{(E + \Delta E)^2 - m^2c^4}}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}}$$

- Если происходит ионизация электроном с уровня E_1 , то оставшаяся у налетающей частицы кинетическая энергия W случайным образом делится между ней (W') и новым электроном (W_e):

$$W \rightarrow W' + W_e,$$

$$W' = \eta \cdot W, \quad W_e = (1 - \eta) \cdot W,$$

где η случайно выбирается на отрезке $[0, 1]$. Импульс исходной частицы масштабируется, аналогично предыдущему случаю. Импульс нового электрона задается в случайном направлении. Новый ион покоится.

- В случае ионизации ионом, его импульс масштабируется в соответствии с потерянной энергией. Новые электрон и ион считаются покоящимися.

2.2.3 Сечения возбуждения и ионизации

Аппроксимирующие формулы сечений ионизации и возбуждения атомов лития при столкновении с электроном (Рис. 4), основанные на экспериментальных данных, получены из источников [10] и [11], соответственно. Изначально неочевидно, какой канал ионизации будет доминирующим, поэтому

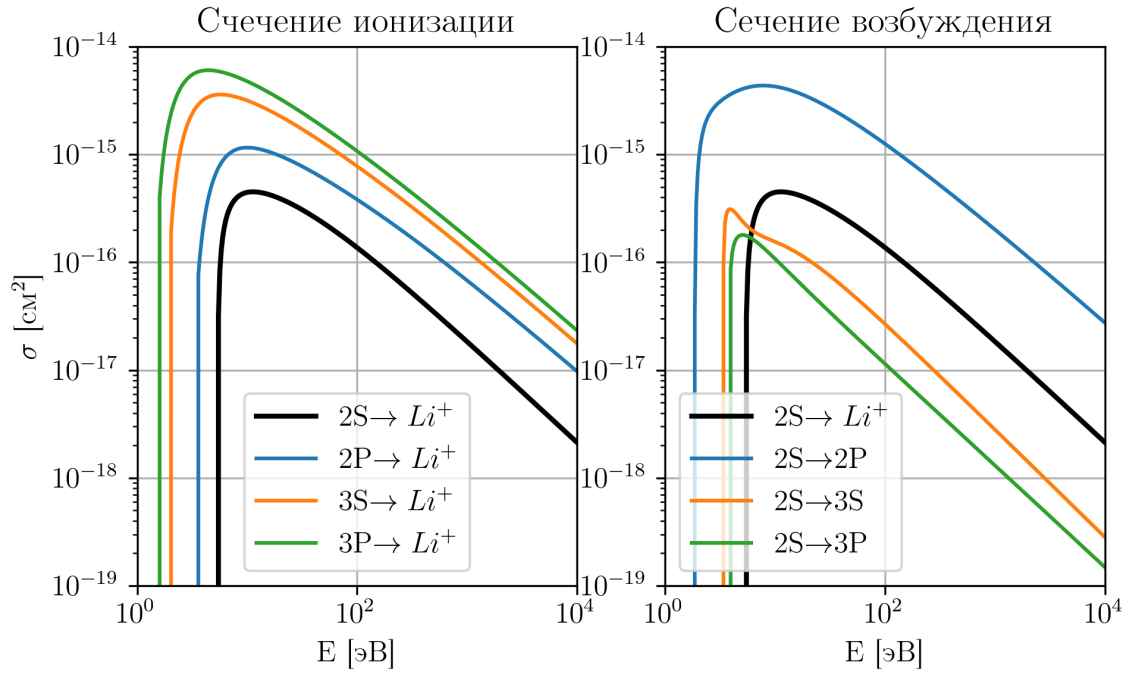


Рис. 4: Сечения ионизации и возбуждения электронным ударом.

в алгоритме были учтены многоступенчатая ионизация из первых четырех состояний атома лития: 2S, 2P, 3S, 3P.

Характерные времена жизни возбужденных атомов (8), обусловленные спонтанным излучением, на два порядка выше времени моделирования, так что эти состояния можно считать стабильными.

$$\tau_{sp} \sim \frac{3}{32\pi^3} \frac{\lambda_{fi}^3}{\alpha c a_B^2} \sim 10^{-7} c, \quad (8)$$

где α – постоянная тонкой структуры, λ_{fi} – длина волны излучаемого кванта, a_B – радиус Бора.

Для сечения ионизации ионным ударом была использована аппроксимирующая формула из статьи [12].

3 Сравнение результатов моделирования с экспериментом

Моделирование позволяет получить зависимость электронной концентрации от радиуса и времени $n_e(r, t)$, а также концентрацию нейтральных атомов в основном и возбужденных состояниях, что важно для вычисления показателя преломления среды. Это позволяет смоделировать распространение лазерного импульса в такой среде, получить дифракционную картину в объектной плоскости O и использовать ее для количественного сравнения с экспериментом.

В качестве сравниваемой величины используется полуширина теневой области на пунктирной линии O (Рис. 5), которая соответствует изображению сечения плазменного столба объектной плоскостью оптической системы. Результат сравнения приведен на Рис. 6, где наблюдается количественное согласие.

Полученное согласие говорит о том, что результатам моделирования можно доверять и получить из них больше информации о протекающих в плазме процессах.

Уже при схлопывании первой каверны происходит пересечение траекторий, часть электронов приобретает большой поперечный импульс и по-

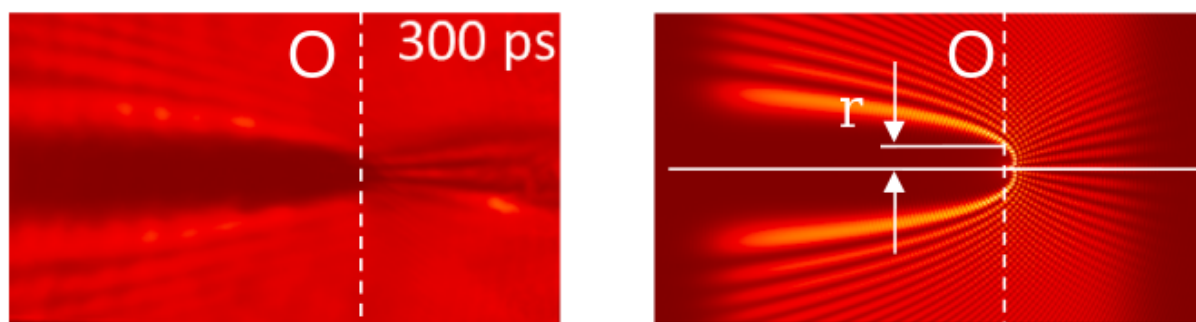


Рис. 5: Распределение интенсивности излучения лазера: слева – эксперимент, справа – моделирование.

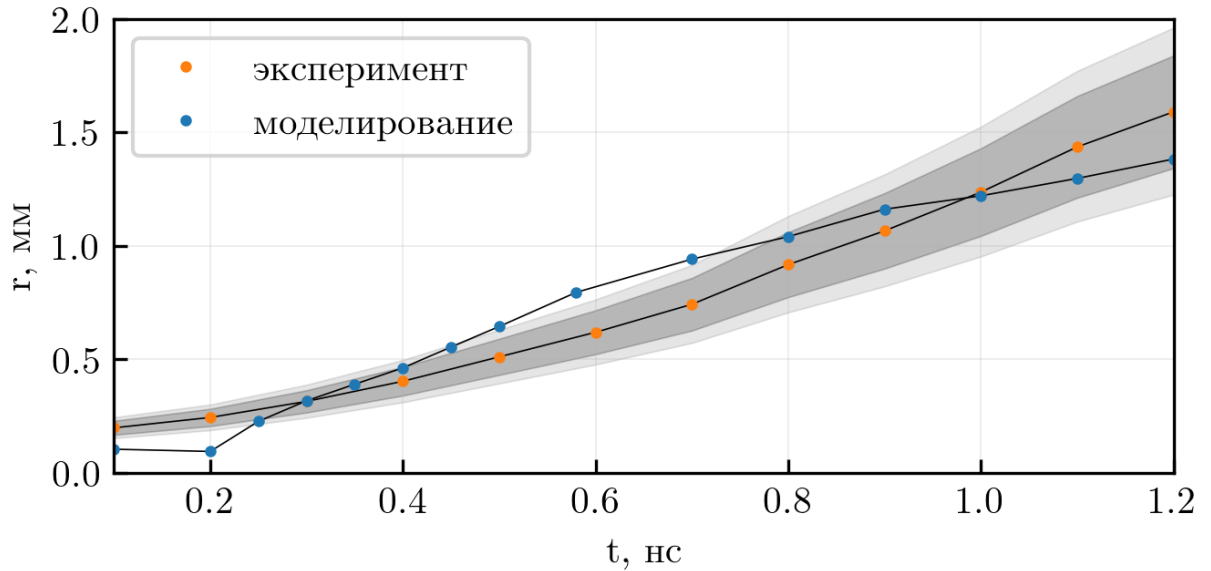


Рис. 6: сравнение радиуса теневой области в эксперименте и моделировании.

кидает плазму (Рис. 7.а, черные линии). Это приводит к двум основным эффектам. Во-первых, плазма положительно заряжается и заряд распределяется на границе. Во-вторых, вылетевшие электроны имеют одинаковый знак продольного импульса p_z и, таким образом, формируют ток. Тогда в плазме возникает компенсирующий ток, не затухающий на протяжении тысяч периодов плазменных колебаний (Рис. 7.б).

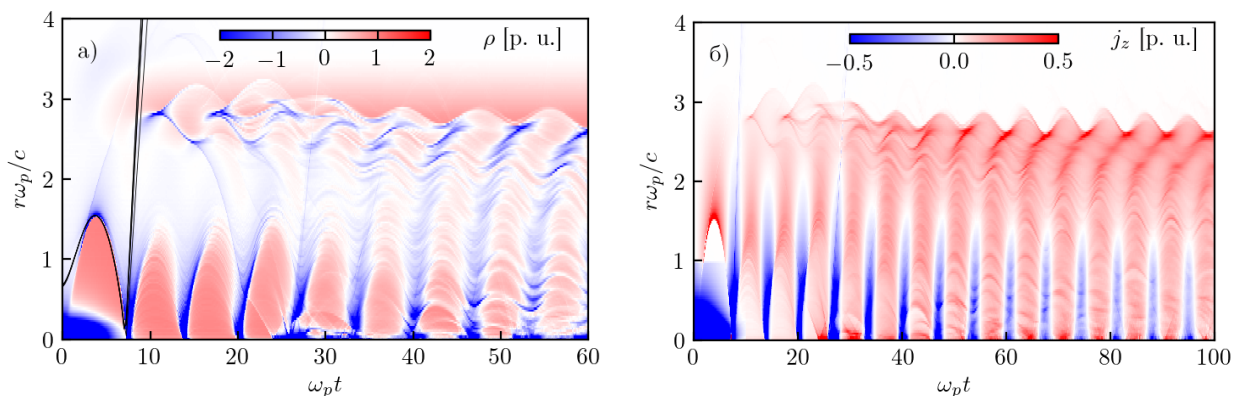


Рис. 7: а) Суммарная плотность заряда пучка и плазмы в плазменных единицах (р.у.). Черные кривые – траектории вылетевших электронов. б) Суммарная плотность тока.

Вылетевшие электроны имеют большую энергию и, соответственно, малое сечение ионизации, они не могут объяснить расширение плазменной границы, наблюдаемое в эксперименте. С другой стороны, ионы из граничной области начинают разлетаться в радиальном направлении под действием собственного нескомпенсированного заряда. Они обладают большим сечением ионизации и создают затравку для дальнейшего роста плотности (Рис. 8.а).

Как только на данном радиусе возникла новая плазма и, соответственно, медленные тепловые электроны, ионизация электронным ударом начинает доминировать, давая сначала экспоненциальный рост, а потом переходя к насыщению. Рис. 8.б показывает доминирование ионизации ионным ударом ($> 80\%$) на начальном этапе (до 150 пс), при больших временах основной вклад дает ионизация электронным ударом из основного и первого возбужденного состояний.

Моделирование позволяет ответить на поставленный изначально вопрос о перераспределении энергии, переданной пучком плазме. Из Рис. 9 видно, что изначально энергия делится примерно поровну между электронами

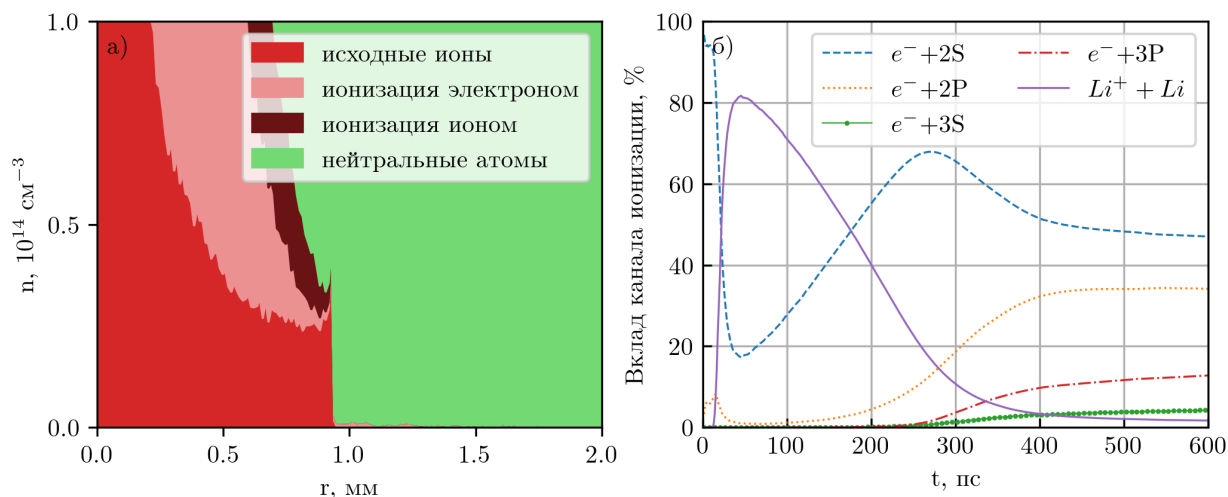


Рис. 8: а) Плотность плазмы в окрестности ионного фронта, цветом показано происхождение ионов. б) Относительный вклад различных каналов ионизации в общее количество новых частиц.

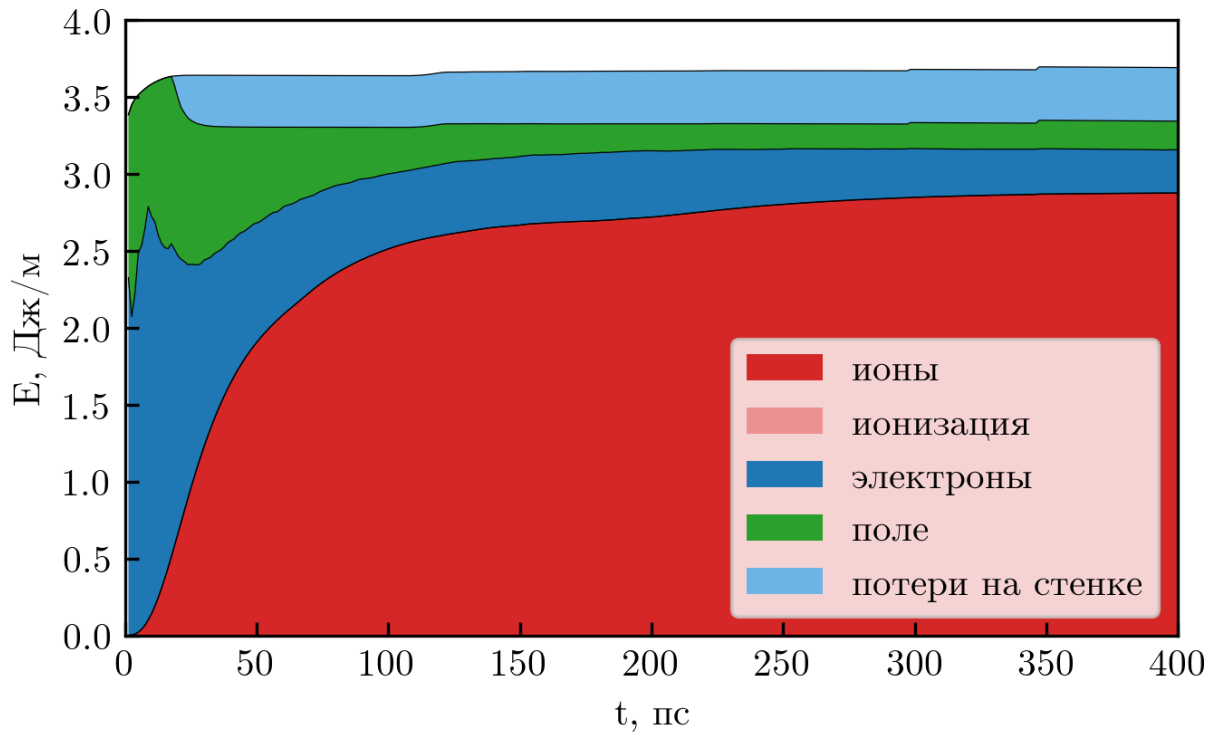


Рис. 9: Перераспределение энергии в плазме с течением времени.

и полем, но затем 77% этой энергии переходит в кинетическую энергию разлета исходных ионов, на ионизацию тратится $< 1\%$.

4 Динамика ионов в моделировании

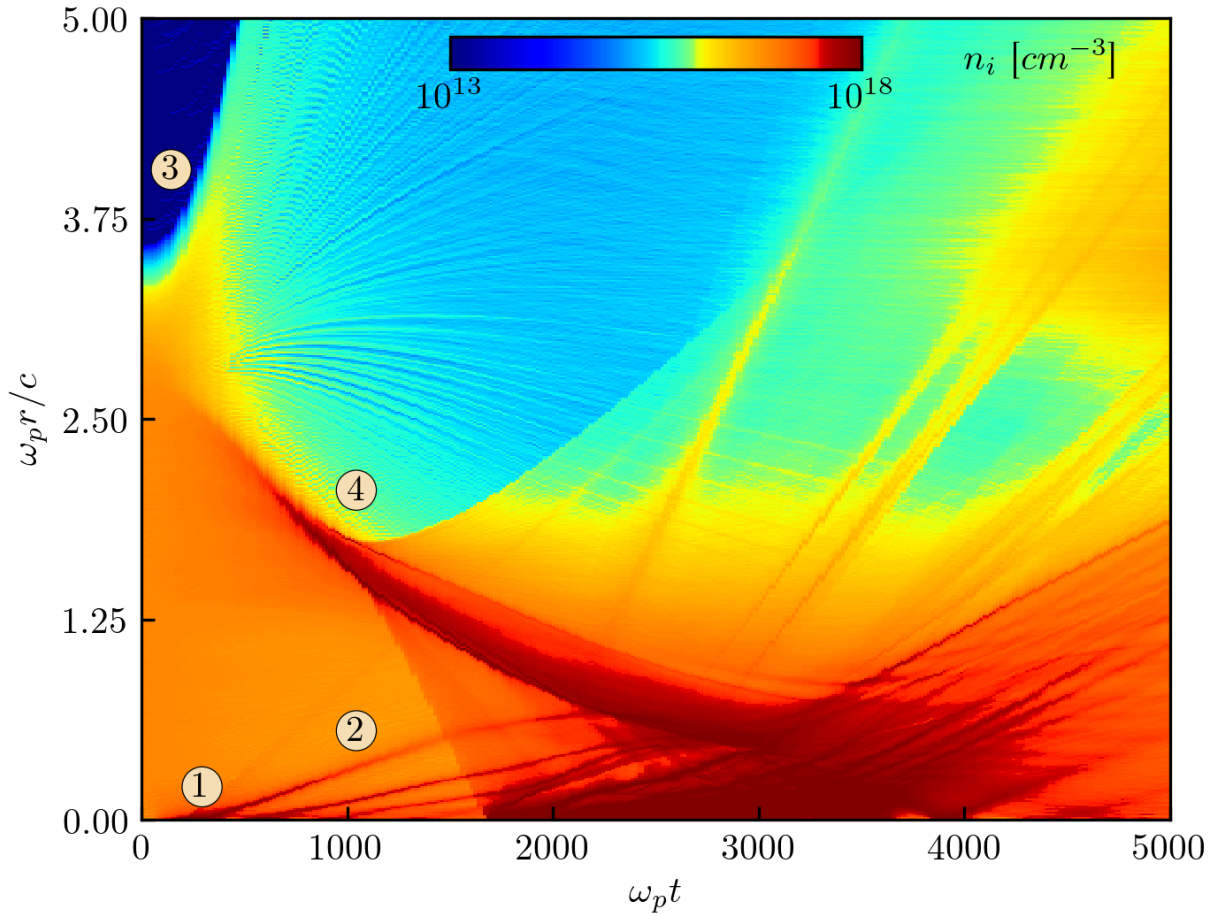


Рис. 10: Карта ионной плотности. 1 – формирование осевого пика, 2 – распад пика на ионно-звуковые солитоны, 3 – разлет заряженной границы плазмы, 4 – формирование сильной волны сжатия вблизи границы.

Разлет ионов играет доминирующую роль в процессе перераспределения энергии, и то, как они будут разлетаться, определяется на ранних временах. Если рассмотреть карту плотности ионов (Рис. 10), то можно выделить четыре основных эффекта:

1. формирование пика плотности на оси ($t \lesssim 100 \omega_p^{-1}$),
2. распад осевого пика на несколько меньших пиков, распространяющихся в положительном направлении по радиусу ($t \sim 200 - 1000 \omega_p^{-1}$),

которые далее будут идентифицированы как ионно-звуковые солитоны,

3. разлет ионов с границы плазмы, обусловленный нескомпенсированным зарядом, что было объяснено ранее,
4. формирование волны сжатия большой амплитуды вблизи границы плазмы.

Рассмотрим эти эффекты подробнее.

4.1 Осевой пик плотности

Возникновение осевого пика плотности имеет сравнительно простое объяснение. Радиальное электрическое поле драйвера оказывается достаточно сильным, чтобы за время его пролета сообщить ионам существенный импульс по направлению к оси. Пучок помещается внутри первой каверны, и радиальное электрическое поле в ней можно с хорошей точностью считать электростатическим, тогда оно имеет вид

$$E_r(r, t) \approx \frac{N_i(r) - N_b(r, t)}{r},$$

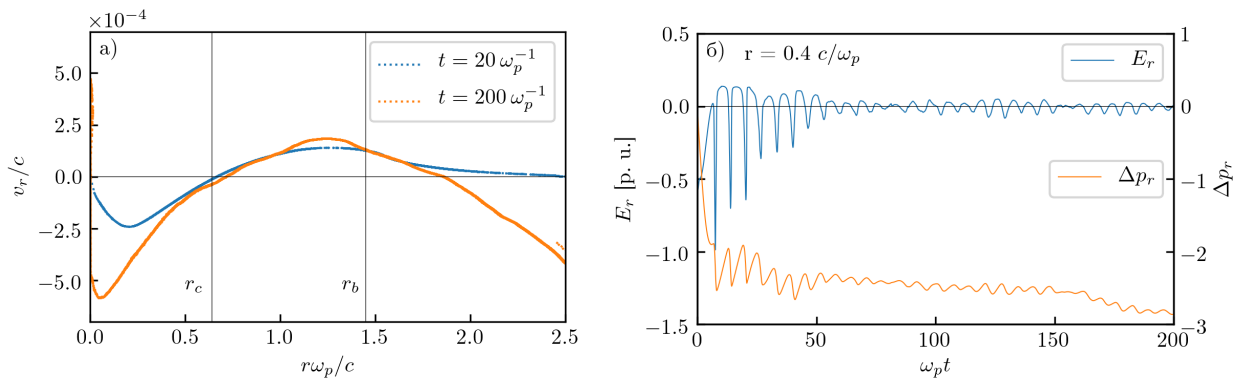


Рис. 11: а) Зависимость электрического поля и переданного иону импульса от времени на некотором радиусе ниже критического. б) Профиль радиальной скорости ионов.

где

$$N_b(r, z) = \int_0^r n_b(r', z) \cdot r' dr'; \quad N_i(r) = \int_0^r n_{i0}(r') \cdot r' dr',$$

а n_b, n_{i0} – плотность пучка и невозмущенного ионного фона, соответственно. При этом существует некоторый критический радиус $r_c \sim 0.7 c/\omega_p$, ниже которого доминирует притяжение драйвера, а выше – отталкивание ионного фона. А также есть характерный радиус $r_b \sim 1.5 c/\omega_p$, на котором отталкивание оказывается максимальным, он близок к радиусу каверны, так как выше него поле экранируется электронами плазмы. Профиль радиальной ионной скорости (Рис. 11.а) отражает указанную качественную зависимость, более того она сохраняется при дальнейших плазменных колебаниях. Это также видно на графике зависимости электрического поля E_r и его интеграла $\Delta p_r = \int E_r dt$ от времени (Рис. 11.б) на некотором фиксированном радиусе ниже критического, где основной вклад в переданный ионам импульс набирается во время прохождения драйвера и далее остается устойчивым к последующим плазменным колебаниям.

4.2 Ионно-звуковые солитоны

Приблизительно в момент $t = 200 \omega_p^{-1}$ осевой пик плотности начинает распадаться на меньшие пики, распространяющиеся в положительном направлении по радиусу с постоянной скоростью (Рис. 12). Природа этих волн была не вполне ясна, и было сделано предположение, что это ионно-звуковые солитоны.

Из плоской одномерной теории известно, что характерная скорость распространения солитона u порядка ионно-звуковой c_s :

$$1 < \frac{u}{c_s} < 1.6, \quad c_s = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}},$$

где T_e – плотность электронов, m_i – масса ионов. Скорость распространения можно получить измерив наклон траектории пика плотности (Рис. 13.а),

которая с хорошей точностью является прямолинейной на интервале

$$200 < \omega_p t < 1400.$$

Для верхнего пика получаем $u = 4 \cdot 10^{-4}c$. Теперь можно оценить электронную температуру $T_e \sim u^2 \cdot m_i = 1.5$ кэВ. Сравнивая реальное распределение электронов по скоростям в моделировании с максвелловским, соответствующим оценочной температуре, видим, что они хорошо согласуются (Рис. 13.б).

Таким образом, можно утверждать, что рассматриваемые волны имеют ионно звуковую природу.

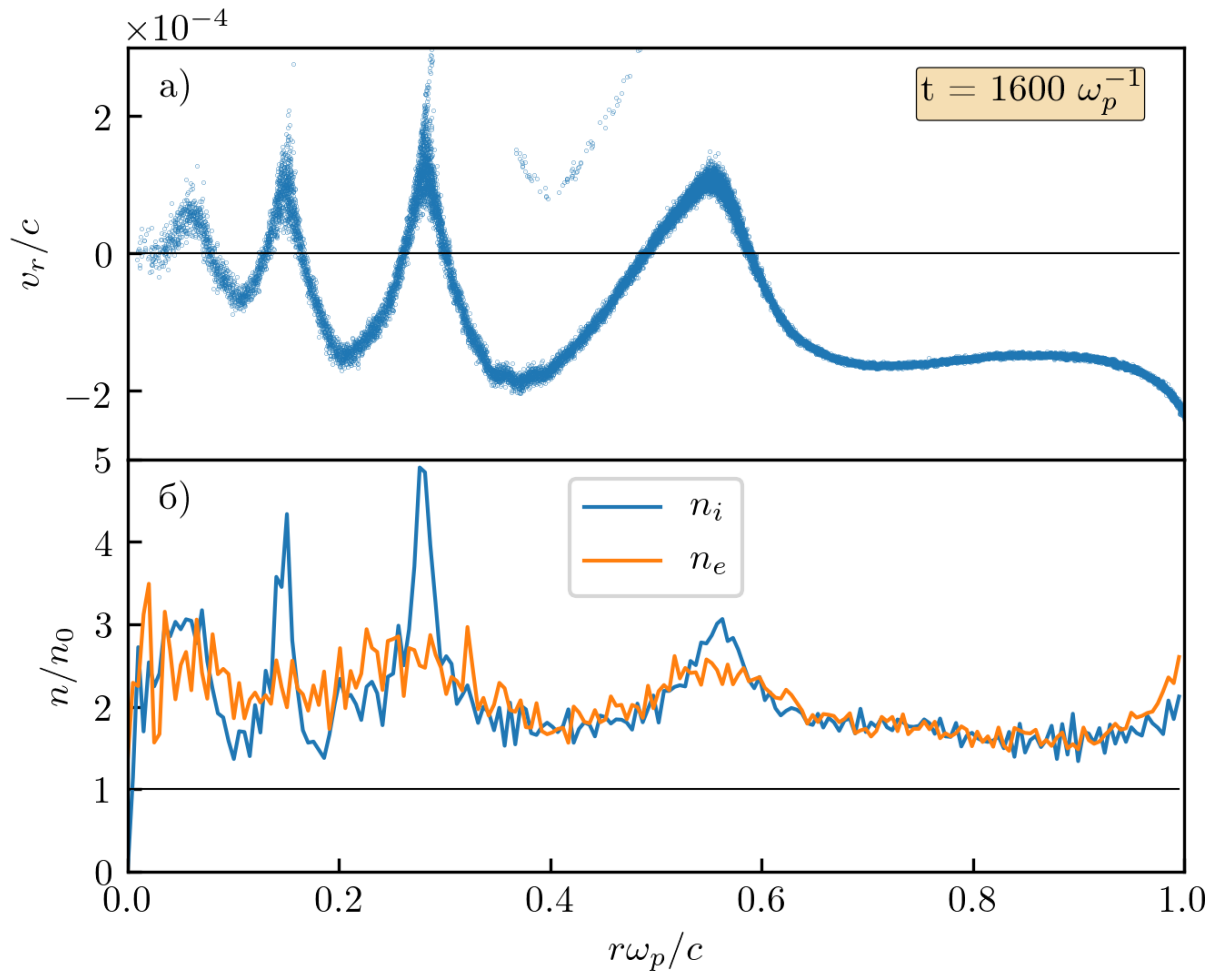


Рис. 12: Разлетающиеся ионно-звуковые солитоны: а) на профиле радиальной скорости, б) на профиле плотности.

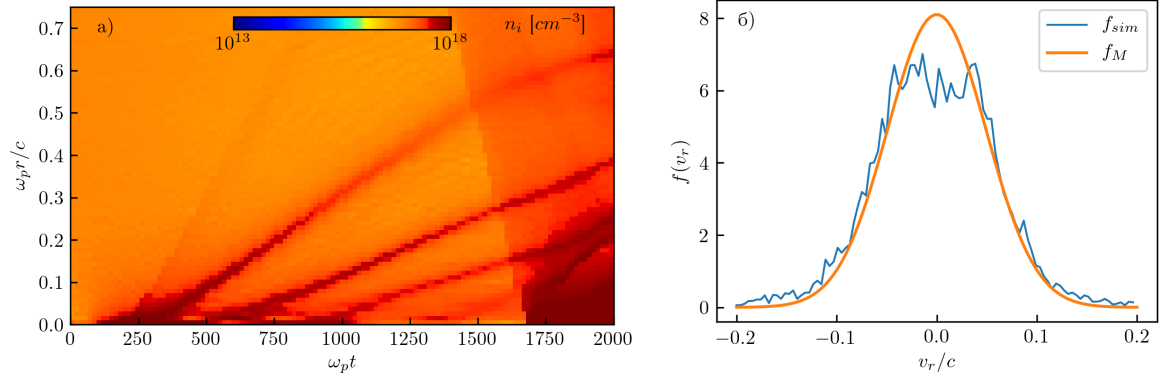


Рис. 13: а) Приосевой участок карты ионной плотности, на котором видны линейные траектории пиков. б) Распределение электронов по скоростям в моделировании (синяя кривая, $r \in [0.42, 0.48] c/\omega_p$, $t = 1400\omega_p^{-1}$) и максвелловское распределение (оранжевая кривая), соответствующее предсказанной температуре.

4.3 Волна сжатия вблизи границы плазмы

Наиболее неожиданным эффектом оказывается формирование гребня ионной плотности большой амплитуды, распространяющегося к оси. Его возникновение объясняется ненулевыми средними полями, появляющимися в плазме после опрокидывания волны и вылета части электронов.

Как уже было сказано ранее, после опрокидывания волны возникает компенсирующий электронный ток (Рис. 7.б). Этот ток создает азиму-

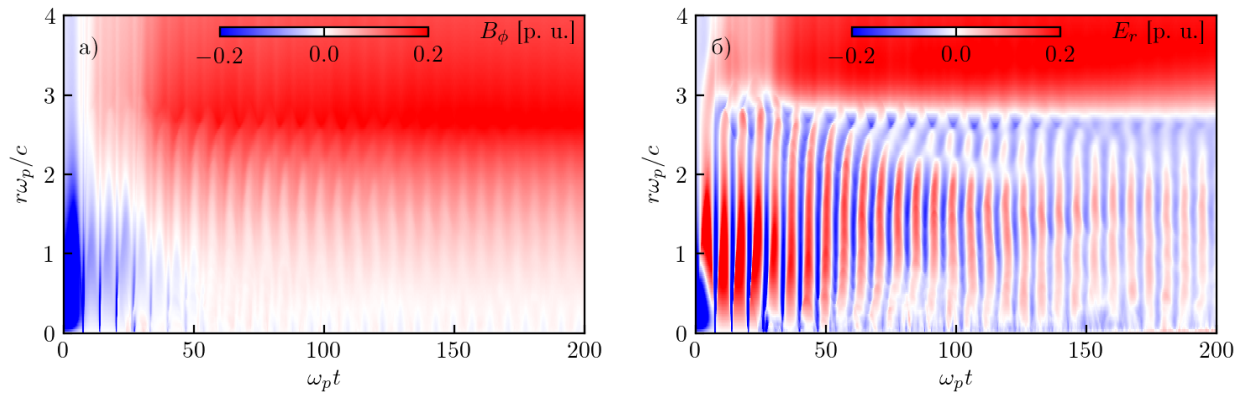


Рис. 14: а) Азимутальное магнитное поле. б) Радиальное электрическое поле.

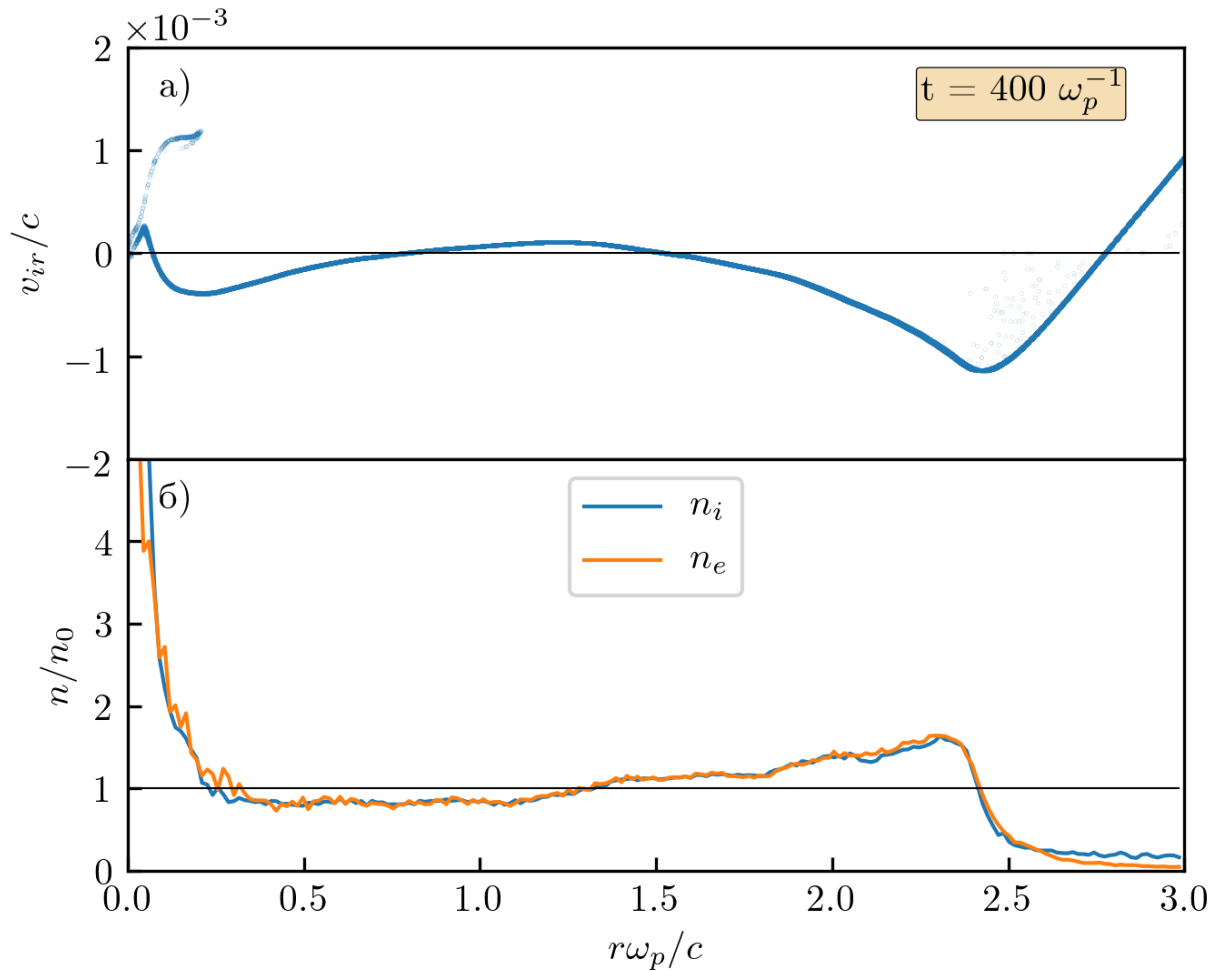


Рис. 15: а) Профиль радиальной скорости ионов. б) Профиль плотности ионов.

тальное магнитное поле (Рис. 14.а) и начинает сжиматься им по радиусу до тех пор, пока возникшее из-за разделения зарядов электрическое поле (Рис. 14.б) не скомпенсирует магнитную силу. Так формируется ненулевое в среднем радиальное электрическое поле, направленное к оси. Медленные ионы реагируют только на электрическое поле и, таким образом, приобретают импульс направленный к оси (Рис. 15).

5 Заключение

В ходе данной работы были выявлены основные физические механизмы, отвечающие за долговременную эволюцию границы плазмы, наблюдаемую в эксперименте на установке FАCЕT. Установлено, что опрокидывание кильватерной волны инициирует разлет ионов с границы и ионизацию окружающего газа. Именно фронт ионов посредством механизма ударной ионизации создает затравку для дальнейшего роста плотности. На больших же временах преобладает многоступенчатая ионизация электронным ударом из основного и первого возбужденного состояний атомов лития. Получено количественное согласие с экспериментом.

Показано, что энергия исходной кильватерной волны остается в плазме преимущественно в форме кинетической энергии разлета ионов (77%).

Анализ ионной динамики, наблюдаемой в моделировании показал наличие четырех основных эффектов:

1. формирование пика плотности на оси полем пучка
2. распад осевого пика на ионно звуковые солитоны
3. разлет ионов с границы плазмы под действием нескомпенсированного заряда, образовавшегося после опрокидывания волны
4. формировании волны сжатия вблизи границы плазмы электрическим полем, обусловленным током электронов.

Список литературы

- [1] T. Katsouleas, Progress on plasma accelerators: from the energy frontier to tabletops. *Plasma Phys. Control. Fusion*, v.46 (2004)
- [2] И.Ю. Костюков, А.М. Пухов, Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы, *УФН* т.85, в.1 (2015)
- [3] M.J.Hogan, Electron and Positron Beam-Driven Plasma Acceleration. *Reviews of Accelerator Science and Technology* 9, 63 (2016)
- [4] J. P. Delahaye et al., in Proc. IPAC2014 (Dresden, Germany, 2014), pp. 3791–3793
- [5] T. Takizuka and H. Abe, A binary collision model for plasma simulation with a particle code, *J. Comput. Phys.* 25, 205 (1977)
- [6] F. Pérez, et al., Improved modeling of relativistic collisions and collisional ionization in particle-in-cell codes, *Phys. Plasmas* 19, 083104 (2012)
- [7] Дж. Джексон, Классическая электродинамика. – М. : Мир, 1965, гл. 13, §7
- [8] Л.Д. Ландау, Е.М Лифшиц, Теоретическая физика. Том 2. Теория поля. / Под редакцией Л.П. Питаевского – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014, §12
- [9] Б. А. Трубников, Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме//Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. – М. : Атомиздат, 1963. – Т.1. §18
- [10] Younger, S., Electron impact ionization of lithium. *J. Res. Natl. Bur. Standards* 87, 49 (1982)
- [11] Janev, R. K. et al., Atomic collision database for Li beam interaction with fusion plasmas. INDC (NDS) - 267 Report, IAEA, Vienna (1993)

- [12] Kaganovich, I. D., Startsev, E. and Davidson, R. C., Scaling and formulary of cross-sections for ion-atom impact ionization. *New J. Phys.* 8, 278 (2006).