МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет: **ФИЗИЧЕСКИЙ**

Кафедра: **ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ**

Направление подготовки: **03.04.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **МАГИСТРАТУРА**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Глинского Владимира Владимировича

Тема работы: Электромагнитная эмиссия из пучково-плазменной системы при наличии наклонных к магнитному полю периодических градиентов плотности плазмы

«К защите допущена»

Заведующий кафедрой
к.ф.-м.н.
в.н.с., ИЯФ СО РАН

Беклемишев А.Д./_______________
(подпись, МП)

«_____»____________ 2021 г.

Научный руководитель
д.ф.-м.н.
в.н.с., ИЯФ СО РАН

Тимофеев И. В./_______________
(подпись, МП)

«_____»____________ 2021 г.

Дата защиты: «_____»____________ 2021 г.

Новосибирск — 2021 г.

Содержание

Введение

Эмиссия электромагнитного излучения из плазмы вследствие её взаимодействия с потоками ускоренных электронов является одной из наиболее фундаментальных задач современной физики плазмы. Сегодня эта задача активно развивается не только применительно к солнечным радио- и суб-терагерцовым вспышкам [1] - [2], но и с целью разработки мощного источника терагерцового излучения.

В настоящее время на установке ГОЛ-ПЭТ в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН ведется экспериментальное изучение процессов генерации электромагнитного (ЭМ) излучения, возникающего в процессе инжекции в плазму релятивистского электронного пучка с энергией электронов 0.4-0.7 МэВ и током 10-20 кА вдоль магнитного поля. Недавние эксперименты на этой установке показали [3], что в плазме с предварительно созданными возмущениями плотности, радиальный профиль которой имеет периодическую структуру, как на рис. 1, мощность выходящего из установки параллельно магнитному полю потока излучения в терагерцовом диапазоне частот возрастает в 30 раз по сравнению со случаем однородной плазмы и достигает 4 МВт. Изучению возможной причины этого эффекта посвящена данная работа.

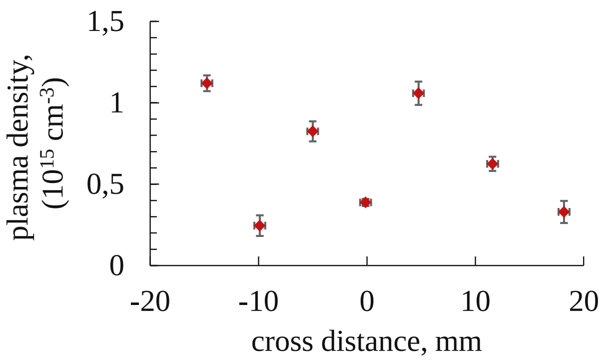

Рис. 1: Радиальный профиль плотности плазмы в установке ГОЛ-ПЭТ [3].

Поскольку в настоящее время отсутствуют экспериментальные данные о продольной структуре неоднородности плазмы, остаётся значительный произвол в выборе механизма, который мог бы объяснить наблюдаемое увеличение мощности излучения. Первой естественной гипотезой является предположение о том, что излучение генерируется вблизи области, в которой измеряется радиальный профиль плотности плазмы и в которой неоднородность можно считать сильной (по радиусу плотность меняется в разы). Для проверки этой гипотезы были проведены PIC (particle-in-cell) расчёты, в которых изучалось влияние на эффективность излучения либо строго поперечных градиентов плотности с тем же характерным периодом изменения, который наблюдается в эксперименте, либо локализованных в продольном направлении возмущений с теми же поперечными градиентами и той же амплитудой. Поскольку PIC расчёты не подтвердили возможность эффективной генерации излучения в плазме со столь высокими градиентами плотности, возникло предположение о том, что зона генерации ЭМ волн располагается в области, где по-прежнему возбуждены периодические возмущения плотности, но со значительно меньшей глубиной модуляции (порядка 5 % средней плотности плазмы).

Процессы конверсии потенциальных плазменных колебаний в ЭМ в плазме с модулированной плотностью изучались в работах [4–7]. Юн [4] рассмотрел возможность линейной конверсии пучковых мод в излучение за счёт пересечения допплеровски сдвинутой пучковой ветви с собственными ЭМ колебаниями плазмы. В данной работе мы обобщим этот формализм на случай ведущего магнитного поля и релятивистских энергий пучка, который характерен для экспериментов на установке ГОЛ-ПЭТ. В работе [5] для плазмы с периодическим возмущением плотности рассматривалось возбуждение ЭМ волн, имеющих дисперсионное соотношение, как у вакуумных колебаний $\omega \approx kc$. Однако такие волны имеют высокую частоту (на порядок выше плазменной), а их неустойчивость требует затравки на данной частоте и поэтому не играет доминирующей роли при нарастании возмущений с уровня тепловых шумов. Известно также, что наличие периодической модуляции плотности плазмы может быть причиной высокоэффективной генерации ЭМ волн на плазменной частоте [6] и её гармониках [7] в тонкой плазме за счёт механизма пучково-плазменной антенны. В данной работе мы покажем, что высокая эффективность антенного механизма может сохраняться и в толстой плазме, поперечные размеры которой значительно превышают длину волны излучения, если вместо строго продольной модуляции использовать косую.

Таким образом, работа состоит из трёх частей. В первой части изучается влияние возмущений плотности с таким же, как в эксперименте, поперечным градиентом на генерацию выходящего из плазменного столба излучения. Для изучения процессов эмиссии в продольном направлении в этой части работы проводится модификация PIC модели, в которой допускается обрыв плазменного столба внутри расчётной области. Вторая часть посвящена теоретическому анализу влияния малой наклонной модуляции плотности на эту эмиссию. И в третьей части приведены результаты моделирований, подтверждающих выводы из предыдущего раздела.

1 PIC моделирование генерации излучения в плазме с сильными градиентами плотности

1.1 Численная модель

Проверка влияния градиента с измеренной в эксперименте неоднородностью на эффективность генерации излучения проводилась путем численного моделирования при использовании параллельного 2D3V PIC (Particle In Cell) кода. В нем для расчета самосогласованной динамики частиц и полей использовались алгоритмы Бориса [8] и Йи [9], а для подсчета токов - алгоритм Езиркепова [10].

Схематический вид расчетной области представлен на рис. 2. Центр этой системы занят водородной плазмой, которая в 2D3V геометрии полагается однородной и бесконечной вдоль оси z. Ионы плазмы холодные и в начальный момент времени равномерно распределены по пространственной сетке, шаг которой одинаков в направлениях x и y и равен 0.04 c/ω_p (c - скорость света, $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_e}$, e и m_e являются зарядом и массой электрона, n_0 - плотность плазмы). Изначально располагающиеся в тех же местах электроны имеют максвелловское распределение по импульсам $f_e \sim exp(-\vec{p}^2/(2m_eT_e))$ с температурой $T_e = 80$ эВ. Разлет плазмы поперек предотвращает направленное строго по оси x внешнее магнитное поле, характеризующееся величиной $\Omega = eB/(m_ec\omega_p) = 0.4$. В продольном направлении расположены специаль-

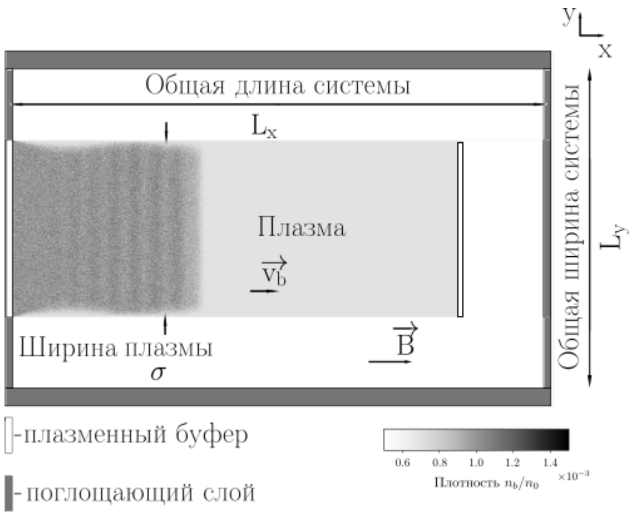

Рис. 2: Схема расчетной области.

ные буферы [11], обеспечивающие открытие граничные условия на обоих концах плазмы.

Из левого буфера в начальный момент времени начинается инжекция электронного пучка, чей размер на 8 c/ω_p меньше поперечного размера плазмы. Пучок характеризуется сдвинутым максвелловским распределением $f_b \sim exp(-(\vec{p}-\vec{p_b})^2/(2m_eT_b))$ с температурой $T_b = 64$ кэВ, направленной вдоль магнитного поля средней скоростью $v_b/c = 0.9$ и относительной плотностью $n_b/n_0 = 0.001$. Инжектируемые электроны уничтожаются в правом буфере.

Следует отметить, что наличие буферов не позволяет корректно вывести из плазмы излучение вдоль магнитного поля. Со временем область релаксации, в которой пучок интенсивно накачивает колебания в плазме, доходит до правого буфера, вследствие чего происходит генерация нефизического излучения в продольном направлении. Для избежания этого во всех моделированиях на правом конце плазмы реализована спадающая плотность по закону

$$n(x,y) = n_{before}(x,y)\frac{k(l_x - x) + a}{\left(b^4 + (l_x - x)^4\right)^{1/4}},$$

где $n_{before}(x,y)$-профиль плотности до начала ее спада, l_x - продольный размер плазмы, k, a, b-константы. На этом участке с продольным размером 16 c/ω_p из-за сильного градиента колебания не раскачиваются, а значит, область релаксации не способна дойти до правого буфера и помешать наблюдению выходящего в вакуум ЭМ излучения.

Чтобы предотвратить отражения излучения от границ системы, используются поглощающие слои [11]. В них на каждом временном шаге ЭМ поля умножаются на коэффициент, меняющейся от 0 до 1 по мере приближения к краю системы.

В рассматриваемых расчетах временной шаг составляет $\tau = 0.02\ \omega_p^{-1}$, а количество макрочастиц каждого сорта (ионов, электронов, пучка) с параболическим ядром в одной ячейке равнялось 36.

1.2 Результаты расчётов

Были проведены моделирования со следующими профилями плотности: однородная плазма $n(x, y) = 1$ (здесь и далее будем считать $n_0 = 1$) и плазма с каналом пониженной плотности $n(x, y) = 1 + 0.5sin(2\pi y/\sigma)$ (где $\sigma = 48.32\ c/\omega_p$), повторяющим один период экспериментальной поперечной модуляции на рис. 1. Результаты этих расчетов представлены на рис. 3.

Из графиков мощности (g)-(h) хорошо видно, что эффективность выходящего в вакуум излучения в плазме с каналом пониженной плотности остается на том же уровне, что и в однородной плазме. Отличие заключается лишь в том, что неустойчивость теперь развивается в довольно узкой области на дне канала (несколько c/ω_p), что на стадии развития модуляционной неустойчивости приводит к включению механизма плазменной антенны [12]. Иными словами, один только измеренный в эксперименте градиент не является причиной интенсивной ЭМ эмиссии, которая наблюдалась в выстрелах на установке ГОЛ-ПЭТ.

Тогда было решено провести расчет с поперечным и продольным градиентами, величина которых сравнима с измеренной в эксперименте неоднородностью плотности. Мы провели моделирование плазмы с локальным возмущени-

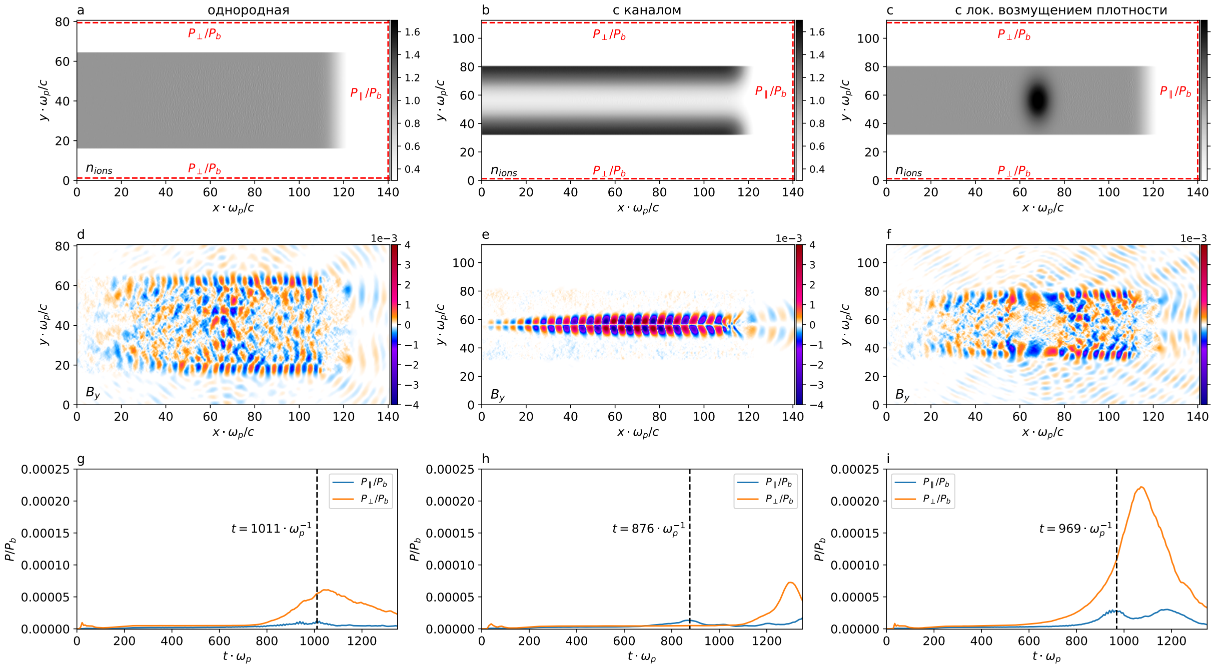

Рис. 3: Результаты моделирований однородной плазмы ((a), (d), (g)), плазмы с каналом пониженной плотности ((b), (e), (h)), плазмы с локальным возмущением плотности ((c), (f), (i)): плотность ионов (a)-(c), карты магнитных полей B_y (d)-(f) в обозначенный ниже момент времени, (g)-(f) - отношение мощности излучения, проходящего через обозначенные на (a)-(c) плоскости, к мощности электронного пучка, как функция времени.

ем плотности

$$n(x, y) = 1 + h \cdot exp(-\frac{(x - x_0)^2}{2\Delta x^2}) \cdot exp(-\frac{y^2}{2\Delta y^2}),$$

где $x_0 = 68\ c/\omega_p, h = 0.8$, $\Delta x = 4\ c/\omega_p$, $\Delta y = 10\ c/\omega_p$. Такой профиль плотности может возникать, к примеру, возле напускающих в установку ГОЛ-ПЭТ газ клапанов.

Приведенные на рис. 3 результаты такого моделирования показывают, что, хоть эффективность выходящего излучения поднялась в 2 раза по сравнению с предыдущими расчетами, наличие таких локальных возмущений не способно объяснить эффект 30–кратного увеличения мощности ЭМ эмиссии. В моделированиях с экспериментальными профилями плотности раскачиваемые пучком колебания срываются на большом градиенте, поэтому значительного увеличения выходящей мощности по сравнению со случаем однородной плазмы не происходит.

На следующем этапе исследования мы обратили внимание на периодическую структуру модуляции плотности. Из экспериментально измеренного профиля плотности видно, что в плазме по какой-то причине присутствует модуляция плотности вида $n = 1 + \Delta n \cdot sin(\vec{q} \cdot \vec{r})$. Она может в некоторых местах установки быть достаточно малой для того, чтобы колебания на ней не срывались. Наличие такой малой модуляции, в частности, открывает возможность включения механизма линейной конверсии допплеровски сдвинутой пучковой ветви в ЭМ моду, которая обсуждалась Юном [4] для незамагниченной плазмы.

2 Генерация излучения в плазме с косой модуляцией плотности

2.1 Механизм плазменной антенны

Раньше уже проводилось исследование влияния малой модуляции плотности на генерацию ЭМ излучения в замагниченной плазме в рамках механизма плазменной антенны [13].

В данном механизме рассматривается тонкая холодная плазма с чисто продольной модуляцией $n = 1 + \Delta n \cdot sin(q \cdot x)$ при наличии холодного электронного пучка (см. рис. 4 (a)). Благодаря черенковскому резонансу пучок раскачивает ленгмюровские колебания $\vec{E}_b = (E_{b0} cos(k_b x - \omega_p t), 0, 0)$, где $k_b = \omega_p / v_b$ является модулем волнового вектора ленгмюровской волны. Из-за модуляции плотности электроны, двигаясь в этих колебаниях, создают волну с продольным током $\vec{j} = (j_0 cos((k_b - q)x - \omega_p t), 0, 0)$. Такую волну далее будем называть сателлитом основной пучковой моды.

Сателлит имеет чисто продольный ток и волновой вектор, а значит, у него отсутствует магнитное поле. Вследствие этого данная волна не может выходить из плазмы в вакуум. Однако ток этого сателлита входит в резонанс с имеющими тот же продольный волновой вектор $k_\parallel$ и частоту ω устойчивыми плазменными модами и накачивает их.

Для простоты в первоначальном варианте теории плазменной антенны под устойчивыми плазменными модами понимались собственные колебания холод-

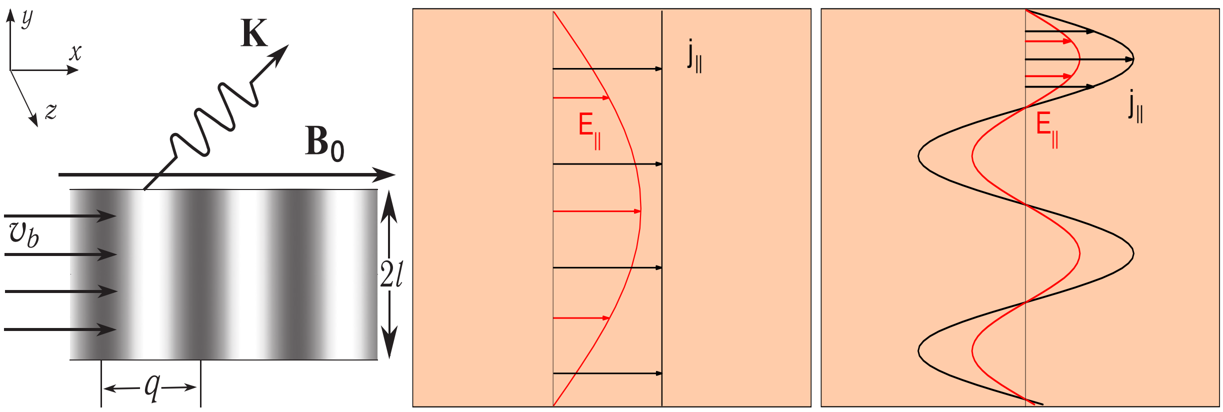

Рис. 4: (a) - геометрия рассматриваемой в механизме плазменной антенны системы [13], столб плазмы с наложенным поверх электрическое полем устойчивой моды и током сателлита в случае резонанса в случае чисто продольной (b) и косой (c) модуляций плотности.

ной замагниченной плазмы без учёта пучка и модуляции плотности. В этом приближении квадраты поперечных волновых чисел плазменных мод ($k_\perp^2 = \varkappa^2$), бегущих вдоль плазменного столба с фазовой скоростью сателлита, показаны на рис. 5. Накаченные сателлитом моды выходят из плазмы, вынося с собой мощность, достигающую 10 % мощности пучка.

Такая большая эффективность достигается в том случае, когда толщина плазмы равна половине поперечной длины волны накачиваемых устойчивых мод. Это можно объяснить, рассматривая работу тока сателлита над электрическим полем данных мод $\vec{E} = \vec{E_0} cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t))$ во всем объеме плазмы:

$$A = \int \vec{j}\vec{E}dV = \int \frac{j_0 E_0}{2}(cos((k_b - q + k_\parallel)x + k_\perp y - 2\omega t) \\ + cos((k_b - q - k_\parallel)x - k_\perp y))dV, \quad (2.1)$$

где $dV = dxdydz$. Из-за наличия в (2.1) у всех слагаемых $\vec{j}\vec{E}$ поперечного волнового числа $k_\perp$, работа A максимальна при толщине плазмы $\pi/k_\perp$. Более наглядно это обстоятельство показано на рис. 4 (b) (однородный по сечению ток вынужден совершать работу над полем волны, имеющим периодическую поперечную структуру). По этой же причине при увеличении ширины плазмы, а значит, и мощности пучка P_b, работа тока расти не будет, что ведет к уменьшению эффективности выходящего излучения.

Существует однако возможность сохранить высокую эффективность, присущую механизму плазменной антенны, даже в широкой плазме, размеры которой велики по сравнению с длиной волны возбуждаемых сателлитом плазменных мод. Для этого волновой вектор модуляции должен составлять некоторый угол по отношению к ведущему магнитному полю: $n = 1 + \Delta n \cdot sin(\vec{q} \cdot \vec{r})$. В данном случае чисто продольный ток сателлита $\vec{j} = \vec{j_0} cos((\vec{k_b} - \vec{q})\vec{r} - \omega_p t)$ уже имеет поперечную компоненту волнового вектора и при его совпадении с поперечным волновым числом собственных плазменных мод, бегущих с продольной фазовой скоростью сателлита, может эффективно совершать над ними работу по всей ширине плазмы. Действительно, работа тока над полем излучаемых волн

$$A = \int \vec{j}\vec{E}dV = \int \frac{\vec{j_0}\vec{E_0}}{2}(cos((\vec{k_b} - \vec{q} + \vec{k})\vec{r} - 2\omega t) + cos((\vec{k_b} - \vec{q} - \vec{k})\vec{r}))dV = \int \frac{\vec{j_0}\vec{E_0}}{2} cos(2\vec{k}\vec{r} - 2\omega t)dV + \int \frac{\vec{j_0}\vec{E_0}}{2} dV \quad (2.2)$$

имеет линейно растущее при увеличении ширины плазмы слагаемое (что также видно качественно из рис. 4 (c)). Учитывая, что мощность пучка при росте поперечного размера плазмы будет тоже возрастать линейно, отношение A/P_b не будет изменяться, а значит, в толстой плазме эффективность излучения может достигать уровня нескольких процентов мощности пучка. Поэтому необходимо найти условия, при которых возможен резонанс (совпадение частоты и всех компонент волнового вектора) между сателлитом самой неустойчивой пучковой волны и устойчивыми модами плазмы. Для этого нужно с хорошей точностью определить дисперсионные свойства системы релятивистский электронный пучок - замагниченная модулированная плазма.

Прямое обобщение формализма, использованного в теории плазменной ан-

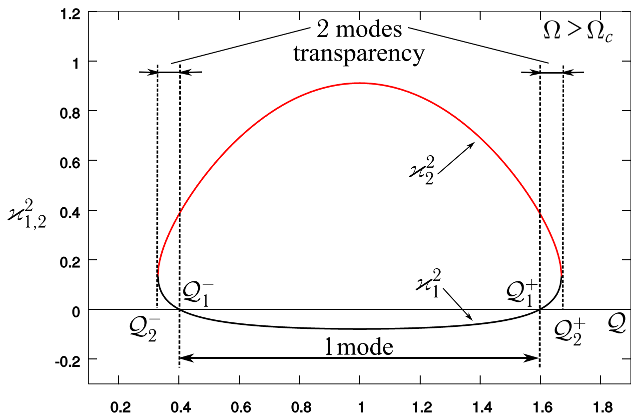

Рис. 5: Зависимости квадрата волнового вектора устойчивой моды плазмы от $Q = q/k_b$. График взят из [13].

тенны, с целью уточнения собственных мод плазмы и учёта эффекта косой модуляции плотности не имеет смысла в силу того, что в толстой плазме нарушается условие малости ее ширины по сравнению с длиной релаксации пучка. В этом случае более удобно использовать язык конверсии возбуждаемых в плазме колебаний в ЭМ волны на границе раздела плазма-вакуум. В данной работе мы не будем пытаться вычислить абсолютные значения мощности излучения, а сконцентрируемся на изучении возможности либо прямого выхода сверхсветового сателлита пучковой волны из плазмы, либо его резонанса с другими собственными колебаниями плазмы, способными конвертироваться в ЭМ излучение. О первом механизме будем говорить как о линейной конверсии сателлита, который в условиях косой модуляции имеет магнитное поле, второй же механизм будем по-прежнему называть механизмом плазменной антенны, имея в виду ту же физическую суть явления, которое обсуждалось ранее только для продольной модуляции.

2.2 Дисперсионное уравнение

Для отыскания устойчивых мод плазмы выведем дисперсионное уравнение для холодной модулированной ($n = 1 + \Delta n \cdot cos(\vec{q} \cdot \vec{r})$) бесконечной плазмы с холодным электронным релятивистским пучком. Рассмотрение плазменной антенны на основе этого уравнения теряет свою простоту, зато позволяет учесть влияние пучка и модуляции плотности на плазменные колебания.

Будем считать ионы неподвижными, внешнее магнитное поле $\vec{B_0}$ и скорость пучка направленными по оси x.

Пусть по плазме распространяется группа волн с малыми амплитудами $\vec{E}^{\vec{k},\omega}$:

$$\vec{E} = Re \sum_{\vec{k},\omega} \vec{E}^{\vec{k},\omega} exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t).$$

Тогда появятся возмущения скорости пучка, скорости электронов плазмы, плотности пучка, магнитного поля:

$$\vec{v_b} = \vec{v_0} + Re \sum_{\vec{k},\omega} \delta \vec{v_b}^{\vec{k},\omega} exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t),$$

$$\vec{v} = Re \sum_{\vec{k},\omega} \delta \vec{v}^{\vec{k},\omega} exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t),$$

$$n_b = n_{b0} + \delta n_b,$$

$$\vec{B} = \vec{B_0} + Re \sum_{\vec{k},\omega} \delta \vec{B}^{\vec{k},\omega} exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t).$$

Подставляя это в уравнение движения, непрерывности тока пучка, Максвелла, и оставляя только члены первого порядка малости, получаем следующие уравнения для каждой гармоники:

$$- i\omega m \delta v_\alpha^{\vec{k},\omega} = -eE_\alpha^{\vec{k},\omega} - \frac{e}{c}(\delta \vec{v}^{\vec{k},\omega} \times \vec{B_0})_\alpha \tag{2.3}$$

$$m\gamma_b(-i\omega + i\vec{v_0}\vec{k})(\delta\vec{v_b}^{\vec{k},\omega} + \gamma_b^2 \vec{v_0}(\vec{v_0}\delta\vec{v_b}^{\vec{k},\omega}))_\alpha = -eE_\alpha^{\vec{k},\omega} - \frac{e}{c}(\delta\vec{v_b}^{\vec{k},\omega} \times \vec{B_0})_\alpha - \frac{e}{c}(\vec{v_0} \times \delta\vec{B}^{\vec{k},\omega})_\alpha \tag{2.4}$$

$$- i\omega\delta n_b^{\vec{k},\omega} + in_{b0}\vec{k}\delta\vec{v_b}^{\vec{k},\omega} + i\delta n_b^{\vec{k},\omega}\vec{k}\vec{v_0} = 0 \tag{2.5}$$

$$(k_\alpha k_\beta - k^2\delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega^2}{c^2}\delta_{\alpha\beta})E_\beta^{\vec{k},\omega} = -i\frac{4\pi}{c^2} j_\alpha^{\vec{k},\omega}\omega \tag{2.6}$$

где e-заряд электрона по модулю, m-его масса, $\gamma_b = 1/\sqrt{1-v_0^2/c^2}$, а $j_\alpha^{\vec{k},\omega}$ - гармоника плотности тока

$$\vec{j} = -e\vec{v}_b n_b - e\vec{v}\left(1 + \Delta n \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}} + e^{-i\vec{q}\vec{r}}}{2}\right) =$$
$$Re \sum_{\vec{k},\omega} \left(-en_{b0}\delta\vec{v}_b^{\vec{k},\omega} - e\vec{v}_0 \delta n_b^{\vec{k},\omega} - e\delta\vec{v}^{\vec{k},\omega} - \frac{e\Delta n}{2}(\delta\vec{v}^{\vec{k}-\vec{q},\omega} + \delta\vec{v}^{\vec{k}+\vec{q},\omega})\right) e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t} =$$
$$Re \sum_{\vec{k},\omega} \vec{j}^{\vec{k},\omega} e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t} \quad (2.7)$$

(тут были оставлены только члены первого порядка малости).

Положим $\omega_p = 1$ и $c = 1$. Тогда, выражая из (2.3) $\delta v_\alpha^{\vec{k},\omega}$, из (2.4) $\delta v_{b\alpha}^{\vec{k},\omega}$ (исключая $\delta B_\alpha^{\vec{k},\omega}$ с помощью ур-я Максвелла), а из (2.5) - δn_b и подставляя это в (2.6), после упрощения получаем уравнение

$$G^{-1}_{m\alpha} L^{\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} E^{\vec{k},\omega}_\beta = \frac{\Delta n}{2}(E_m^{\vec{k}-\vec{q},\omega} + E_m^{\vec{k}+\vec{q},\omega}), \quad (2.8)$$

где

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{1-(\Omega/\omega)^2}\left(\delta_{\alpha\beta} + \frac{i}{\omega}\Omega\epsilon_{\alpha\beta m} h_m - \frac{\Omega^2}{\omega^2} h_\alpha h_\beta\right),$$

$$G^{-1}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - i\frac{\Omega}{\omega}\epsilon_{\alpha\beta\nu} h_\nu,$$

$$L^{\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} = k_\alpha k_\beta - k^2\delta_{\alpha\beta} + \omega^2 \epsilon^{\vec{k},\omega}_{\alpha\beta},$$

$$\epsilon^{\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \epsilon^{e\,\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} + \epsilon^{b\,\vec{k},\omega}_{\alpha\beta},$$

$$\epsilon^{e\,\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} = -\frac{1}{\omega^2 - \Omega^2}\left(\frac{i\Omega\epsilon_{\alpha\beta m} h_m}{\omega} - \frac{\Omega^2 h_\alpha h_\beta}{\omega^2} + \delta_{\alpha\beta}\right),$$

$$\epsilon^{b\,\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} = -\frac{n_b}{\gamma_b \omega^2} \frac{(\omega - \vec{v_0}\vec{k})^2}{(\omega - \vec{v_0}\vec{k})^2 - \Omega^2/\gamma_b^2} \left(\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{\omega - \vec{v_0}\vec{k}} \left(v_0 \left(k_\alpha h_\beta + k_\beta h_\alpha \right) + \frac{i}{\gamma_b} \Omega \epsilon_{\alpha\beta\nu} h_\nu \right) + \frac{1}{(\omega - \vec{v_0}\vec{k})^2} \left((k^2 - \omega^2) v_0^2 h_\alpha h_\beta + \frac{i\Omega}{\gamma_b} (\epsilon_{n\beta\nu} h_\alpha + \epsilon_{\alpha n\nu} h_\beta) v_{0\nu} k_n \right) - \frac{1}{(\omega - \vec{v_0}\vec{k})^4} \frac{\Omega^2 \omega^2}{\gamma_b^4} h_\alpha h_\beta \right),$$

$$h_\alpha = \frac{B_{0\alpha}}{B_0},\ \Omega = -\frac{eB_0}{m}.$$

Замены $\vec{k} \to \vec{k} + \vec{q}$ и $\vec{k} \to \vec{k} - \vec{q}$ в (2.8) позволяют получить систему уравнений:

$$\begin{cases} G^{-1}_{m\alpha} L^{\vec{k},\omega}_{\alpha\beta} E^{\vec{k},\omega}_{\beta} = \frac{\Delta n}{2} (E^{\vec{k}-\vec{q},\omega}_m + E^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_m) \\ G^{-1}_{m\alpha} L^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} E^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\beta} = \frac{\Delta n}{2} (E^{\vec{k},\omega}_m + E^{\vec{k}+2\vec{q},\omega}_m) \\ G^{-1}_{m\alpha} L^{\vec{k}-\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} E^{\vec{k}-\vec{q},\omega}_{\beta} = \frac{\Delta n}{2} (E^{\vec{k}-2\vec{q},\omega}_m + E^{\vec{k},\omega}_m) \end{cases} \tag{2.9}$$

Пусть накачивается мода $(\vec{k}, \omega)$ и пусть $\Delta n << 1$. Как видно из (2.8) и (2.9), вместе с этой модой будут возбуждаться ее сателлиты $E^{\vec{k}\pm p\vec{q},w}_\alpha \sim \Delta n^p$. Тогда, пренебрегая членами, которые по порядку величины меньше Δn^2, из системы (2.9) следует:

$$\left(L^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} G^{-1}_{\beta m} L^{\vec{k},\omega}_{m\nu} - \frac{\Delta n^2}{4n_0^2} \left(\delta_{\alpha\gamma} + L^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} \left(L^{\vec{k}-\vec{q},\omega} \right)^{-1}_{\beta\gamma} \right) G_{\gamma\nu} \right) E^{\vec{k},\omega}_\nu = 0.$$

Отсюда получается дисперсионное уравнение

$$Det \left(L^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} G^{-1}_{\beta m} L^{\vec{k},\omega}_{m\nu} - \frac{\Delta n^2}{4n_0^2} \left(\delta_{\alpha\gamma} + L^{\vec{k}+\vec{q},\omega}_{\alpha\beta} \left(L^{\vec{k}-\vec{q},\omega} \right)^{-1}_{\beta\gamma} \right) G_{\gamma\nu} \right) = 0. \tag{2.10}$$

2.3 Сателлиты

Хорошо известно, что в холодной замагниченной однородной плазме с холодным электронным пучком накачиваются волны только благодаря черенковскому и циклотронным резонансам (далее волновой вектор таких колебаний будет обозначаться как $\vec{k_b}$). Но при появлении малой модуляции плотности должны появиться дополнительные неустойчивые волны. Как видно из (2.8), электроны, двигаясь в полях волн $(\vec{k_b}, \omega)$, создают сателлиты $(\vec{k_b} \pm \vec{q}, \omega)$ с током $\vec{j_0} cos((\vec{k_b} \pm \vec{q})x - \omega_p t)$. Аналогично, движение электронов в полях таких колебаний создает сателлиты $(\vec{k_b} \pm 2\vec{q}, \omega)$ более высокого порядка и так далее.

Определим точные параметры обсуждаемых волн, численно решив дисперсионное уравнение (2.10). Везде далее в данной работе будем рассматривать плазму с $\Omega = 0.4\ \omega_p$, $n_b = 0.01$, $\Delta n = 0.05$.

Решения ур-я (2.10) для плазмы с волновыми числами модуляции $q_\parallel = 0.7\ \omega_p/c$, $q_\perp = 0.2\ \omega_p/c$ представлены на рис. 6. Как видно из рис. 6 (a), накачиваются колебания с $k_\parallel = 1.11,\ k_\perp = 0,\ Re\omega = 0.96\ \omega_p$ благодаря черенковскому резонансу, сателлиты этих колебаний: $\vec{k_b} - \vec{q} = (0.4, -0.2, 0)$ и $\vec{k_b} + \vec{q} = (1.8, 0.2, 0)$ с одинаковыми частотами $Re\omega = 0.96\ \omega_p$. Также присутствуют колебания с $|k_\perp| > 1.5$: моды, накачиваемые благодаря циклотронным резонансам, и их сателлиты. Можно заметить, что не наблюдаются сателлиты $\vec{k_b} \pm 2\vec{q}$ и более высшего порядка. Это обусловлено пренебрежением членами $E_\alpha^{\vec{k} \pm p\vec{q}, w}$ при $p > 1$ во время вывода (2.10).

Как показывают моделирования, колебания на циклотронном резонансе вместе с их сателлитами подавляются из-за того, что пучок электронов имеет разброс в пространстве скоростей, а сателлит $\vec{k_b} + \vec{q}$ раскачивается слабо. Поэтому из всего этого разнообразия мод нас будет интересовать сателлит $\vec{k_b} - \vec{q}$.

Он при ненулевой поперечной компоненте волнового вектора модуляции $q_\perp$ имеет магнитное поле и способен сам выходить из плазмы, переходя на ее границе в ЭМ колебания. Действительно, рассмотрим рис. 6 (b) и (c), где представлена зависимость частоты от модуля волнового вектора для волн, идущих в плазме под тем же углом, что и сателлит $\vec{k_b} - \vec{q}$ (т.е., как видно из рис. 6 (a), под углом -0.519 рад. к внешнему магнитному полю). На этом графике он имеет координаты $(k, Re\ \omega) = (0.46, 0.96)$ и лежит на ветви, пересекающую ту часть черной ЭМ ветви, которая при больших k стремиться к прямой $\omega = k \cdot c$. Это го-

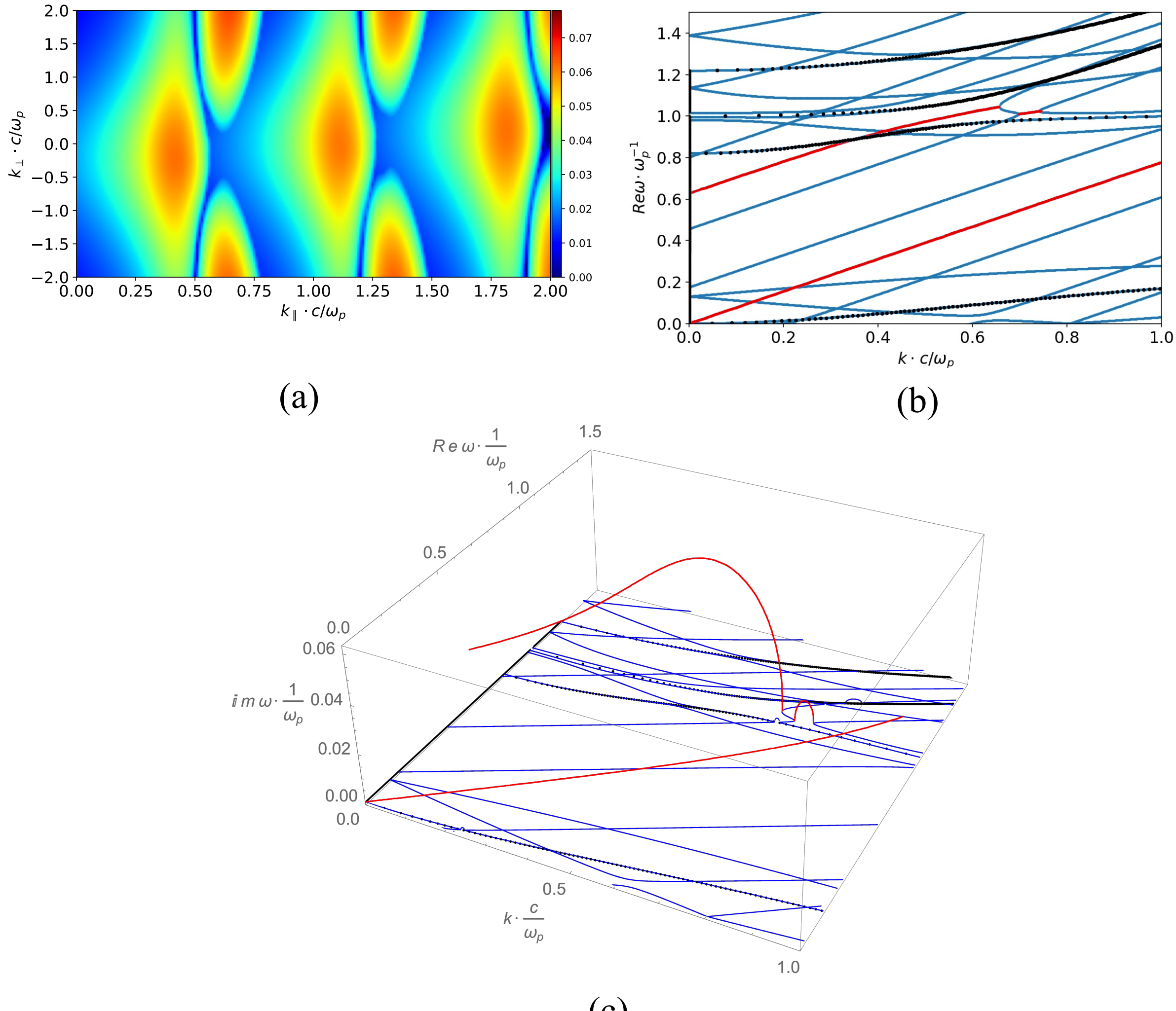

Рис. 6: (a) Инкремент в пространстве волновых векторов. (b) и (c) Зависимости реальной и мнимой части частоты от модуля волнового вектора для волн, идущих под углом -0.519 рад к внешнему магнитному полю, красным цветом выделены решения с ненулевым инкрементом, черным - дисперсионные кривые для холодной однородной замагниченной плазмы. Все построено для модуляции с $q_\parallel = 0.7\ \omega_p/c$, $q_\perp = 0.2\ \omega_p/c$.

ворит о возможности линейной конверсии сателлита в ЭМ волну при наличии параллельного к $\vec{k_b} - \vec{q}$ градиента плотности. Безусловно, данный вопрос требует дальнейшего исследования для различных градиентов плотности на границе плазмы, но, как будет показано в части 3.1 этой работы, возможность выхода сателлита из плазмы в вакуум подтверждается PIC моделированием.

Также при определенных волновых числах модуляции возможен резонанс данного сателлита с устойчивыми модами плазмы. Тогда они накачиваются и тоже выходят в вакуум, тем самым увеличивая мощность покидающего плазму излучения.

2.4 Устойчивые моды

Чтобы понять, какие нужны условия для такого резонанса, следует найти устойчивые плазменные колебания с продольным волновым вектором $k_\parallel = (\vec{k_b} - \vec{q})_\parallel$ и частотой $\omega = 0.962\ \omega_p$, как у сателлита $\vec{k_b} - \vec{q}$.

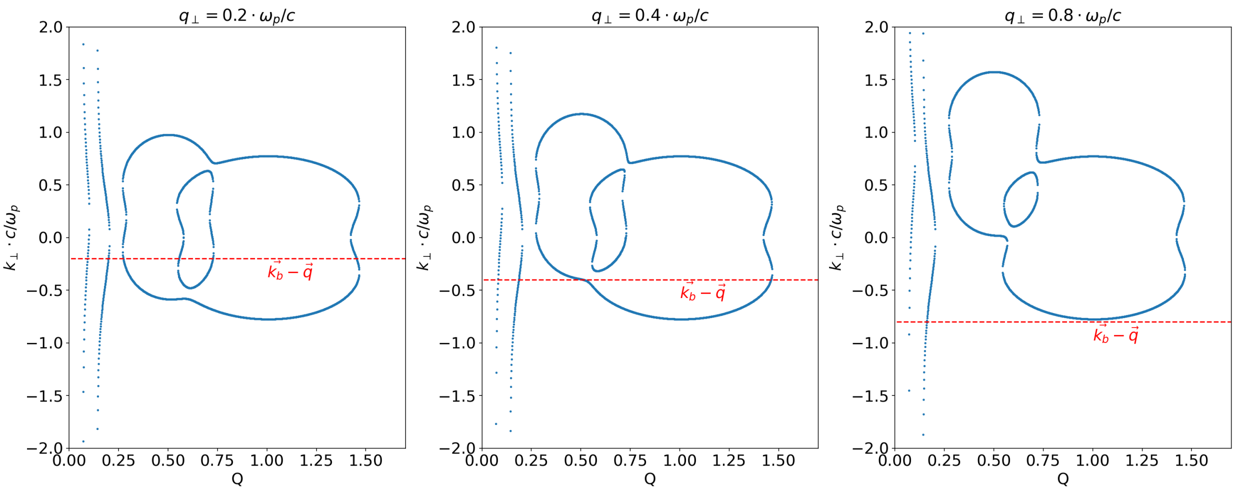

Рис. 7: Зависимости поперечных волновых чисел устойчивых плазменных мод $k_\perp$ от величины $Q = q_\parallel/k_b$, продольные волновые числа и частота считаются теми же, что у сателлита $\vec{k_b} - \vec{q}$. Зависимости представлены для плазм с разными поперечными модуляциями.

Это было сделано с помощью уравнения (2.10). Зависимости поперечных волновых чисел устойчивых плазменных мод $k_\perp$ от величины $Q = q_\parallel/k_b$ в случае разных поперечных волновых чисел модуляции представлены на рис. 7.

Резонанс возможен в том случае, когда волновые числа, частоты сателлита и колебаний плазмы совпадают. Значит, для его существования нужно создавать плазму с таким Q, чтобы поперечное волновое число $k_\perp$ равнялось поперечному волновому числу сателлита. Этому требованию отвечает плазма с фиксированной поперечной модуляцией ($q_\perp = 0.2, 0.4, 0.8\ \omega_p/c$) и такой продольной, при которой существуют устойчивые моды, лежащие на красной линии (см. рис. 7).

3 Проверка моделированием

В предыдущих разделах было рассмотрено два механизма излучения из толстой плазмы:

1. Линейная конверсия сателлитов на градиенте плотности в ЭМ волны.
2. Возбуждение резонансных с сателлитом устойчивых колебаний плазмы и их последующий выход в вакуум.

Проверим их работу посредством PIC моделирования. Используется та же численная модель, что описана в разделе 1.1, за двумя исключениями: ионы были неподвижны в течение всего расчета, плотность пучка $n_b/n_0 = 0.01$. Считалось, что: $\Omega = 0.4\ \omega_p$, $n = 1 + \Delta n \cdot cos(q_\| x + q_\perp y)$ (пример профиля плотности показан на рис. 8), $\Delta n = 0.05$.

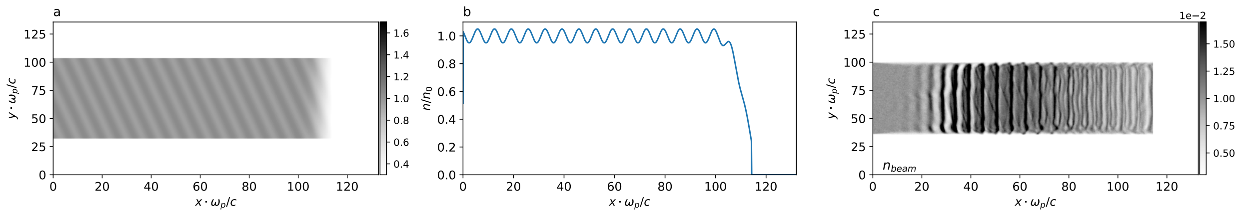

Рис. 8: Плотность ионов (a) и ее центральный срез (b), плотность пучка (c) в плазме с $q_\| = 0.94\ \omega_p/c$, $q_\perp = 0.2\ \omega_p/c$.

3.1 Линейная конверсия сателлита на границе плазмы

Сначала проверим возможность генерации потока излучения с малыми углами распространения по отношению к оси системы за счёт линейной конверсии сателлита в ЭМ волну на границе плазмы. Для этого проведем моделирование, параметры которого находятся вдали от резонансных условий: расчет с $q_{\|} = 0.94\ \omega_p/c$, $q_{\perp} = 0.2\ \omega_p/c$ (если считать $k_b = 1.11\ \omega_p/c$, то $Q = q_{\|}/k_b = 0.85$, а значит, как видно из рис. 7, резонанса с устойчивыми плазменными модами нет). Ширина плазмы в этих расчётах составляет 71 c/ω_p, что значительно превышает длину волны генерируемого излучения. В этом смысле плазму можно считать толстой.

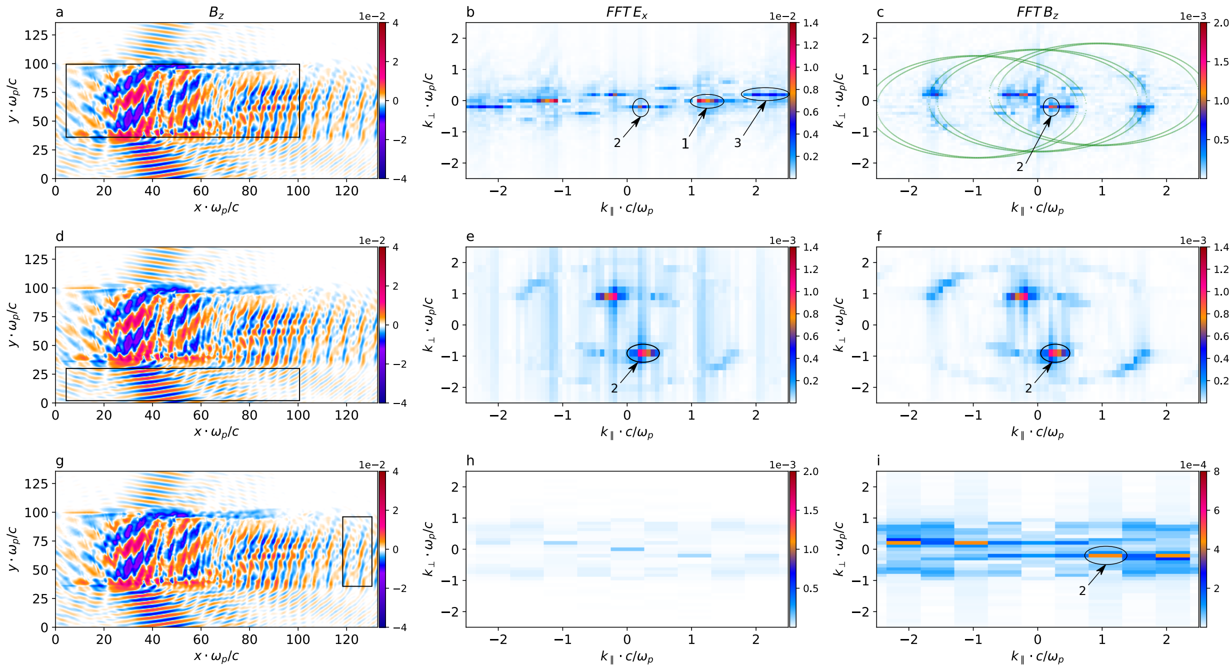

Рис. 9: Колебания в модулированной плазме ($q_{\|} = 0.94\ \omega_p/c$, $q_{\perp} = 0.2\ \omega_p/c$). В каждой строке: карта магнитного поля B_z с выделенной областью, двумерные преобразования фурье полей E_x и B_z, выполненные на этой области. Цифрами обозначены типы колебаний, зеленая линия на (с) является решением дисперсионного уравнения для устойчивых волн с частотой $\omega = 2 \cdot 0.962\ \omega_p$.

Результаты данного моделирования представлены на рис. 9. Из (b), (c) видно, что в плазме раскачивается колебание посредством черенковского резонанса (мода 1) и его сателлиты: $\vec{k_b} - \vec{q}$ (мода 2), $\vec{k_b} + \vec{q}$ (мода 3). Также наблюдаются лежащие на устойчивых решениях дисперсионного уравнения (зеленая кривая на рис. 9 (c)) колебания на частоте $\omega = 2 \cdot 0.962\ \omega_p$.

Снизу плазмы распространяется излучение с тем же продольным волновым вектором и частотой, что и внутри нее (мода 2 на рис. 9 (e), (f)), а справа - излучение с тем же перпендикулярным волновым вектором и частотой (мода 2 на рис. 9 (i)). Известно, что при линейной конверсии мод перпендикулярная градиенту компонента волнового вектора колебания сохраняется, а значит, по бегущим в вакууме в поперечном и продольном направлениях модам можно заключить: сателлит $\vec{k_b} - \vec{q}$ доходит до границы плазмы и посредством линейной конверсии мод переходит в ЭМ волну, продолжая свое движение в вакууме.

3.2 Влияние резонанса на выходящее излучение

Чтобы исследовать влияние резонанса сателлита с устойчивой плазменной модой на выходящее излучение, были проведены моделирования, список которых представлен в табл. 1.

Результаты этих расчетов показали, что в случае, когда возможен подобный резонанс, отношение полной мощности выходящего из плазмы в вакуум излучения P к мощности электронного пучка P_b на порядок больше по сравнению со случаем выхода из резонанса. Это можно увидеть из рис. 10 (d), где эффективность P/P_b моделирования (синяя кривая), в котором, как видно из рис. 10 (a), сателлит способен вступать в резонанс с устойчивой модой, превышает эффективность расчёта (красная кривая), в котором такой резонанс не выполняется, в 10 раз. Следует отметить, что, как видно из рис. 9 (b), черенковский резонанс размазан в пространстве волновых чисел: накачиваются моды с k_b, лежащим в диапазоне от $1.1\ c/\omega_p$ до $1.2\ c/\omega_p$. Поэтому указанные в табл. 1 расчеты имеют разброс величины $Q = q_\parallel / k_b$, что приводит к конечной неопределённости положения точки моделирования и дисперсионных кривых устойчивых мод на

Таблица 1: Таблица моделирований.

Моделирование	$q_{\parallel}, \omega_p/c$	$q_{\perp}, \omega_p/c$	Диапазон Q
Моделирование 1	0.7	0.2	0.58-0.64
Моделирование 2	0.94	0.2	0.78-0.85
Моделирование 3	1.4	0.8	1.17-1.27
Моделирование 4	0.94	0.8	0.78-0.85
Моделирование 5	0.7	0.4	0.58-0.64
Моделирование 6	0.646	0.4	0.54-0.59

рис. 10 (a)-(c).

Максимальная выходящая мощность, достигающая 3.5 % мощности пучка, наблюдалась в моделированиях 5, 6, которые представлены на рис. 10 (c), (f), (i), (l). В них с устойчивой модой могут вступать в резонанс сразу два сателлита: $\vec{k}_b - \vec{q}$ и $\vec{k}_b - 2\vec{q}$. Несмотря на то, что в теории первый сателлит ($\vec{k}_b - \vec{q}$) должен иметь большую амплитуду, чем второй ($\vec{k}_b - 2\vec{q}$), наблюдается наиболее интенсивная накачка устойчивых мод именно благодаря их резонансу с последним сателлитом. Поэтому карты магнитных полей (i), (l) показывают идущее назад излучение.

Нужно отметить, что, создавая в плазме нужный волновой вектор модуляции $\vec{q}$, можно направлять выходящее в поперечном направлении излучение как вдоль внешнего магнитного поля, так и против. Это было хорошо продемонстрировано в моделированиях 3, 4 (рис. 10 (b), (e), (h), (k)), где при изменении только продольного волнового числа модуляции удавалось менять направление распространения ЭМ волн.

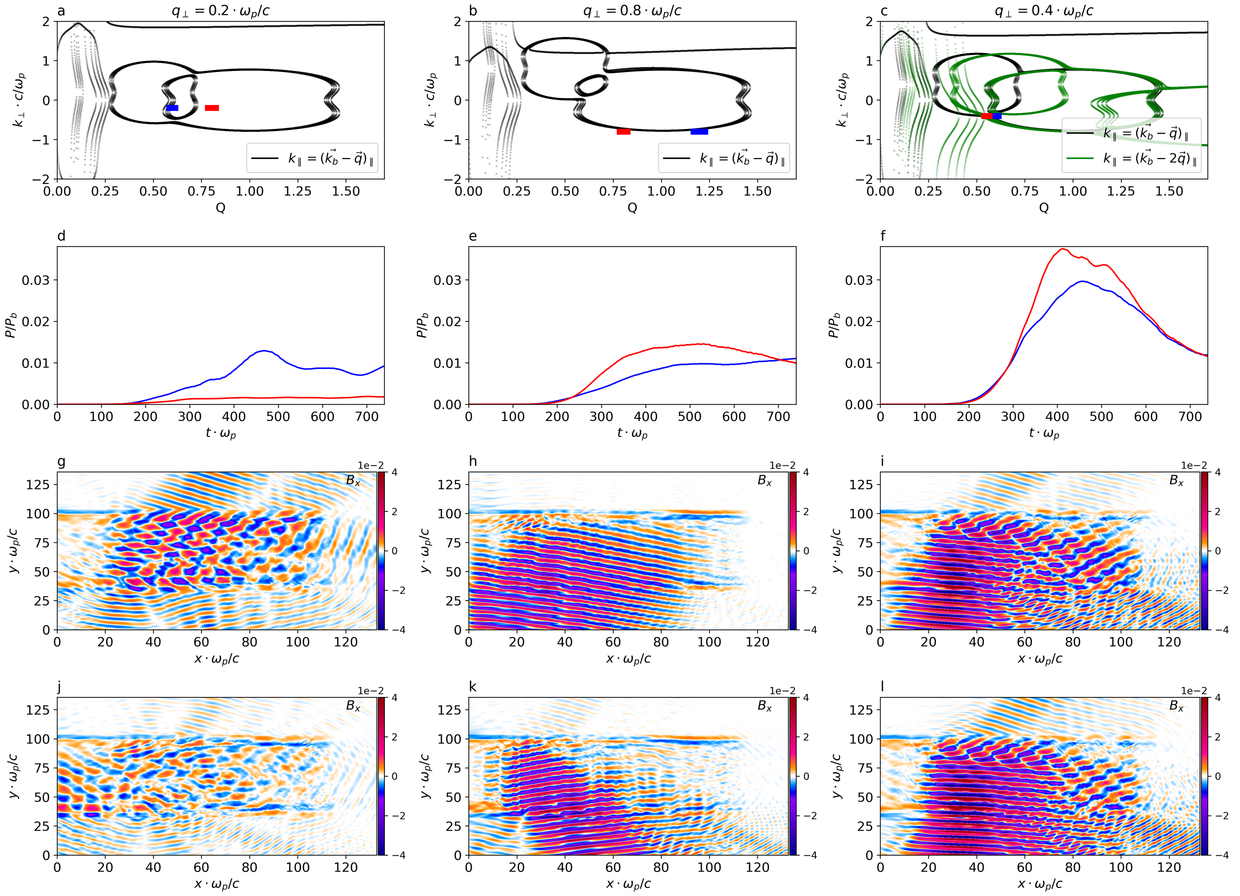

Рис. 10: Результаты представленных в таблице 1 расчетов: (a), (d), (g), (j) моделирования 1-2; (b), (e), (h), (k) моделирования 3-4; (c), (f), (i), (l) моделирования 5-6. (a)-(c) Зависимости поперечных волновых чисел устойчивых мод $k_\perp$ от Q при разных $k_b = 1.1, 1.14, 1.17, 1.2 \ c/\omega_p$ в случаях $k_\parallel = (\vec{k_b} - \vec{q})_\parallel$ (черные кривые) и $k_\parallel = (\vec{k_b} - 2\vec{q})_\parallel$ (зеленые кривые). (d)-(f) Отношение полной мощности выходящего в вакуум излучения P к мощности электронного пучка P_b, как функция времени для каждого из двух моделирований, отмеченных на (a)-(c). (g)-(i) Карты магнитных полей B_x для синего моделирования, (j)-(l) - для красного.

Заключение

В PIC модели реализованы новые граничные условия, позволяющие исследовать продольные потоки излучения в замагниченной системе плазма-пучок. Показано, что строго поперечные градиенты плотности плазмы с измеренными в экспериментах на установке ГОЛ-ПЭТ масштабом и амплитудой не приводят к многократному увеличению мощности излучения по сравнению со случаем однородной плазмы.

Однако наличие в плазме периодических возмущений плотности с наклонным волновым вектором позволяет увеличить эффективность излучения до 1-3 % за счёт двух механизмов: линейной конверсии сверхсветового сателлита самой неустойчивой пучковой волны и антенного механизма возбуждения резонансных с сателлитом устойчивых колебаний плазмы. Анализ этих механизмов производился посредством численного решения выведенного нами дисперсионного уравнения для замагниченной системы плазма-пучок в присутствие наклонной модуляции плотности плазмы (при выводе релятивистские и магнитные эффекты учтены впервые). Существенное влияние исследованных резонансов на эффективность генерации ЭМ излучения в системе плазма-пучок подтвердилось результатами PIC расчётов.

На наш взгляд, упомянутые механизмы могут быть причиной выходящей в продольном направлении высокой мощности излучения в эксперименте. В плазме возможно присутствие областей с малой периодической модуляцией, в которых генерируются сверхсветовые сателлиты самой неустойчивой пучковой волны, а также резонансные с ними устойчивые плазменные моды, способные доходить до границы плазмы и посредством линейной конверсии мод выходить в вакуум.

Список использованных источников

[1] Kaufmann Pierre, Raulin Jean-Pierre, De Castro C. G. Gimenez et al. A new solar burst spectral component emitting only in the terahertz range // The Astrophysical Journal Letters. — 2004. — Vol. 603, no. 2.

[2] Zaitsev V. V., Stepanov A. V., Melnikov V. F. Sub-terahertz emission from solar flares: The plasma mechanism of chromospheric emission // Astronomy Letters. — 2013. — Vol. 39, no. 9. — P. 650–659.

[3] Arzhannikov A. V., Ivanov I. A., Kasatov A. A. et al. Well-directed flux of megawatt sub-mm radiation generated by a relativistic electron beam in a magnetized plasma with strong density gradients // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2020. — Vol. 62, no. 4.

[4] Yoon Peter H., Wu C. S. Plasma emission via a beam instability with density modulation // Physics of plasmas. — 1994. — Vol. 1, no. 1. — P. 76–89.

[5] Pathak Vishwa Bandhu, Dahiya Deepak, Tripathi V. K. Coherent terahertz radiation from interaction of electron beam with rippled density plasma // Journal of Applied Physics. — 2009. — Vol. 105, no. 1.

[6] Timofeev I. V., Berendeev E. A., Dudnikova G. I. Simulations of a beam-driven plasma antenna in the regime of plasma transparency // Physics of Plasmas. — 2017. — Vol. 24, no. 9.

[7] Annenkov V. V., Timofeev I. V., Volchok E. P. Simulations of electromagnetic

emissions produced in a thin plasma by a continuously injected electron beam // Physics of Plasmas. — 2016. — Vol. 23, no. 5.

[8] Boris Jay P. Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code // Proc. Fourth Conf. Num. Sim. Plasmas. — 1970. — P. 3–67.

[9] Yee Kane. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1966. — Vol. 14, no. 3. — P. 302–307.

[10] Esirkepov T. Zh. Exact charge conservation scheme for particle-in-cell simulation with an arbitrary form-factor // Computer Physics Communications. — 2001. — Vol. 135, no. 2. — P. 144–153.

[11] Annenkov V. V., Berendeev E. A., Timofeev I. V., Volchok E. P. High-power terahertz emission from a plasma penetrated by counterstreaming different-size electron beams // Physics of Plasmas. — 2018. — Vol. 25, no. 11.

[12] Глинский В. В., Тимофеев И. В., Анненков В. В., Аржанников А. В. Численное моделирование электромагнитной эмиссии при инжекции электронного пучка в плазму с сильными поперечными градиентами плотности // Сибирский физический журнал. — 2019. — Vol. 14, no. 4. — P. 5–16.

[13] Timofeev I. V., Volchok E. P., Annenkov V. V. Theory of a beam-driven plasma antenna // Physics of Plasmas. — 2016. — Vol. 23, no. 8.