

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г. И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ТИМОФЕЕВ Игорь Валериевич

**ГЕНЕРАЦИЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ
КОЛЛЕКТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ
ЭЛЕКТРОННЫХ И ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ С
ПЛАЗМОЙ**

01.04.08 – Физика плазмы

Диссертация на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук

Научный консультант

Лотов Константин Владимирович

доктор физико-математических наук

НОВОСИБИРСК — 2018

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Релятивистская кинетическая теория неустойчивости электронного пучка в замагниченной плазме	17
1.1 Новое представление для диэлектрического тензора в замагниченной плазме	20
1.2 Алгоритм численного решения дисперсионного уравнения	23
1.3 Неустойчивость горячего пучка в максвелловской плазме	25
1.4 Неустойчивость в сильнонеравновесной плазме с надтепловыми хвостами электронов	27
Глава 2. Особенности возбуждения плазменной турбулентности сильноточными электронными пучками	30
2.1 Установление турбулентного режима с постоянной мощностью накачки	31
2.2 Эффекты захвата пучка в двумерной задаче	34
2.2.1 Параметры численного эксперимента	35
2.2.2 Линейная стадия неустойчивости	36
2.2.3 Нелинейная стадия	39
2.2.4 Обсуждение результатов моделирования	51
2.3 Модель спектра сильной турбулентности	54
2.4 Влияние интенсивных хвостов надтепловых электронов на развитие модуляционной неустойчивости	58
2.4.1 Законы дисперсии потенциальных колебаний плазмы	60
2.4.2 Модуляционная неустойчивость	68
2.5 Основные выводы	75
Глава 3. Генерация электромагнитного излучения в сильнотурбулентной плазме под действием электронного пучка	76

3.1	Теория генерации ЭМ волн вблизи ω_p и $2\omega_p$	78
3.1.1	Динамические уравнения для амплитуд	79
3.1.2	Статистическое усреднение	80
3.2	Сравнение с лабораторными экспериментами на установке ГОЛ-3	83
3.3	Оценки максимальной мощности генерации в терагерцовом диапазоне частот	89
Глава 4. Режимы повышенной электромагнитной эмиссии в плазме с непрерывно инжектируемым электронным пучком		98
4.1	Линейная конверсия мод на крупномасштабных градиентах плотности плазмы	100
4.2	Плазменная антенна с пучковой накачкой	105
4.2.1	Моделирование излучения тонкой плазмы в задаче с периодическими граничными условиями	106
4.2.2	Механизм плазменной антенны	111
4.2.3	Теория пучково-плазменной антенны в режиме косо́й эмиссии	115
4.2.4	РIS моделирование режима прозрачности	130
4.3	Генерация $2\omega_p$ -излучения встречными электронными пучками .	142
4.3.1	Инкремент пучковой неустойчивости	144
4.3.2	Генерация излучения в ограниченной плазме	147
4.3.3	Генерация излучения в бесконечной плазме	154
Глава 5. Генерация узкополосного терагерцового излучения во встречных кильватерных полях фемтосекундных лазерных импульсов		160
5.1	Механизм генерации излучения	162
5.2	Схемы перекрытия кильватерных волн	168
5.3	Перестраиваемость частоты излучения	172
5.4	РIS моделирование	174
5.5	Экспериментальная реализация	177

Заключение	180
Список литературы	184

Введение

Изучение механизмов генерации электромагнитных (ЭМ) волн в плазме в процессе её коллективного взаимодействия с электронными или лазерными пучками относится к числу наиболее фундаментальных и актуальных задач физики плазмы. С одной стороны, понимание этих механизмов даёт ключ к объяснению различных физических явлений в космической плазме, где электромагнитное излучение является зачастую единственным источником информации о происходящих процессах. Ярким примером такого рода является задача интерпретации солнечных радиовсплесков III типа [1], интерес к которым не ослабевает с момента появления широко известной работы В.Л.Гинзбурга и В.В.Железнякова [2]. С другой стороны, знания об эмиссионных процессах в плазме имеют большое значение для создания мощного источника терагерцового излучения.

Генерация ЭМ излучения в ТГц диапазоне частот (0.3-30 ТГц) и его многочисленные приложения составляют сегодня одну из наиболее динамично развивающихся областей научного знания. В литературе эту часть спектра принято называть ТГц провалом („THz gap“), поскольку ни приборы вакуумной электроники (гиротроны, клистроны и т.д.), хорошо зарекомендовавшие себя в СВЧ области, ни лазерные методы генерации излучения, работающие на инфракрасных и оптических частотах, не могут эффективно применяться в этом спектральном диапазоне. Между тем терагерцовая область представляет огромный интерес для различных приложений. В этой части спектра лежат вращательные уровни молекул в газах и колебания кристаллических решёток в твёрдом теле. Если ТГц поля достигают достаточно больших значений (> 1 МВ/см), то открывается возможность нелинейного воздействия на различные колебательные степени свободы в конденсированных средах (спиновые волны, фононы, магноны, экситоны) [3; 4]. Новая физика, связанная с управлением неравновесными процессами в твёрдом теле, инициация поверхностных хими-

ческих реакций, безопасность, локация и масса других приложений требуют создания мощных источников терагерцового излучения, предусматривающих возможность перестройки как центральной частоты, так и ширины спектральной линии.

Высокая активность по созданию мощных источников ТГц излучения наблюдается как в лазерном, так и ускорительном сообществах. Огромный прогресс был достигнут недавно в генерации коротких ТГц импульсов, состоящих всего из одного периода колебаний электрического поля, амплитуда которого достигала уровня 1-100 МВ/см [5—7]. Создание узкополосного источника ТГц излучения с полями такого же масштаба представляет собой гораздо более сложную задачу. Генерация ТГц импульсов даже с умеренными полями 1 МВ/см и полной энергией 1 мДж до сих пор вызывает трудности. Сегодня самыми мощными источниками ТГц излучения (1-10 МВт, десятки мкДж), принципиально допускающими перестройку во всём терагерцовом диапазоне, являются лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) [8]. Несмотря на некоторые теоретические попытки предложить относительно компактные схемы ЛСЭ [9—11], существующие сегодня установки имеют огромные размеры и стоимость, а также весьма низкую доступность для потребителей [12]. Заполнению ТГц провала с помощью гиротронов препятствует как необходимость создания сильных магнитных полей, так и ряд технологических трудностей, благодаря чему они со значительной потерей мощности достигают порога 1 ТГц [13]. Наиболее перспективные лазерные методы генерации ТГц волн используют либо параметрические нелинейные процессы в кристаллах на разности частот двух лазеров [14], либо оптическое выпрямление лазерных импульсов в ниобате лития [15] и в некоторых органических кристаллах [16]. Поскольку эти кристаллы имеют пороги разрушения, упомянутые процессы конверсии лазерной энергии в низкочастотное излучение имеют весьма низкую эффективность ($<0.1\%$).

Значительную часть этих трудностей удаётся избежать в плазменных схемах. Поскольку конвертируемые в излучение колебания плазмы можно воз-

буждать электронными или лазерными пучками вблизи плазменной частоты, центральная частота излучения в этих схемах может легко перестраиваться во всём ТГц диапазоне простым изменением плотности плазмы. Кроме того, плазма может поддерживать гигантские электрические поля, поэтому различные нелинейные процессы в ней могут протекать весьма эффективно. Различные схемы конверсии плазменных колебаний, возбуждаемых как лазерными импульсами, так и пучками частиц, в ТГц волны активно обсуждаются в литературе [17—22]. При этом на пути увеличения полной энергии ТГц импульсов преимущества получают сильноточные электронные пучки, энергозапас которых существенно превышает энергию ультракоротких драйверов и может тратиться на возбуждение плазменных волн более эффективно. Если оставляемая компактным объектом кильватерная волна имеет конечный запас энергии и испытывает истощение, то плазменные колебания, возбуждаемые непрерывно инжектируемым пучком, способны поддерживать свою амплитуду на постоянном уровне, что позволяет генерировать излучение на временах эволюции ионной плотности. Ещё одним преимуществом использования сильноточных пучков является отсутствие необходимости их ускорения до ультрарелятивистских энергий, что делает генерирующую схему гораздо более компактной, чем ЛСЭ.

Различные аспекты коллективного взаимодействия сильноточных электронных пучков с плазмой на протяжении многих лет изучались на открытой ловушке ГОЛ-3 в ИЯФ СО РАН [23; 24]. Основное внимание при этом было сфокусировано на турбулентных режимах нагрева плазмы, при которых генерация ЭМ излучения на гармониках плазменной частоты была лишь сопутствующим процессом, играющим незначительную роль в общем энергобалансе. Детальное экспериментальное изучение процессов ЭМ эмиссии из плазмы в суб-ТГц диапазоне частот началось относительно недавно (в 2010 году) [25]. В 2012 году был обнаружен режим, в котором необычно высокая для турбулентной системы доля мощности инжектируемого пучка (около 1%) конвертировалась

в мощность излучения [26; 27]. Особенностью этого режима было то, что низкоэнергетический (100 кэВ) электронный пучок нарабатывал плазму только в своём объёме, а его поперечный размер был сопоставим с длиной волны выходящего из плазмы излучения. Численное моделирование этого режима [28] показало, что в этих условиях в области наиболее интенсивной релаксации пучка нарастает квазирегулярная продольная модуляция плотности плазмы и тонкий плазменный шнур начинает излучать ЭМ волны как дипольная антенна. При оптимальном периоде такой модуляции эффективность излучения вблизи плазменной частоты может достигать 10% [29]. При использовании мульти-ГВт пучков данный механизм открывает перспективы для создания источника гигаваттного ТГц излучения. Эксперименты с релятивистским пучком большого диаметра на модифицированной установке ГОЛ-ПЭТ тоже обнаружили ряд интересных закономерностей [30; 31], указывающих на важную роль макроскопических градиентов плотности плазмы в процессах генерации ТГц волн.

Таким образом, цель данной диссертационной работы - дать теоретическую интерпретацию явлений, наблюдаемых в лабораторных экспериментах по генерации суб-ТГц излучения в системе плазма-пучок на открытой ловушке ГОЛ-3, и на основе выявленных механизмов предложить новые схемы генерации ТГц излучения гигаваттного уровня мощности.

Вычисление мощности эмиссии ЭМ волн из плазмы в процессе инжекции в неё электронного пучка представляет собой весьма сложную задачу, решение которой в общем случае напрямую связано с определением сценария возбуждения плазменной турбулентности [32–35]. Этим объясняется, в частности, весьма долгая история исследований солнечных радиовсплесков III типа [2; 36–40], для интерпертации которых на разных этапах предлагались совершенно различные модели слабой [41] и сильной турбулентности [42–44]. Несмотря на обилие сценариев формирования турбулентного спектра, общим местом во всех этих моделях было предположение о линейном характере взаимодействия частиц пучка с резонансными волнами, согласно которому мощность их накач-

ки была пропорциональна их энергии и определялась линейным инкрементом пучковой неустойчивости ($P = 2\Gamma W_R$). Однако уже в ранних работах по численному моделированию коллективного пучково-плазменного взаимодействия были обнаружены эффекты захвата частиц пучка резонансными волнами, приводящие к нелинейному взаимодействию отдельных неустойчивых мод [45–47]. Такое взаимодействие приводило к корреляции их фаз, благодаря чему нарастающие плазменные колебания вместо спектра случайных мод формировали когерентные волновые пакеты [48]. Особенно сильно эти эффекты проявляются для относительно плотных пучков, неустойчивость которых развивается в гидродинамическом режиме. Существенный шаг в понимании роли эффектов захвата в общем сценарии коллективного взаимодействия плазмы с такими пучками был сделан в теоретической работе [49], где на основе предположения о насыщении мощности накачки на уровне, соответствующем порогу захвата, удалось объяснить целый ряд экспериментальных зависимостей на установке ГОЛ-3. Это предположение главным образом означало, что мощность, которую пучок накачивает в резонансные колебания, определяется только нелинейной динамикой пучка в их поле и не зависит от деталей спектра плазменной турбулентности. Первые расчёты непрерывной инжекции релятивистского электронного пучка в плазму методом частиц в ячейках (particle in cell, PIC) при характерных для открытых ловушек параметрах [50] действительно показали регулярную нелинейную динамику пучка в поле возбуждаемых колебаний даже в состоянии развитой турбулентности и доказали существование режима с постоянной мощностью накачки, величина которой не зависит от эволюционирующего во времени турбулентного состояния плазмы.

Стоит упомянуть, что эффекты взаимодействия неустойчивых мод через общие захваченные частицы были обнаружены в одномерных численных расчётах, поэтому оставалось неясным, сохраняются ли указанные корреляционные эффекты в общем случае широкого и многомерного спектра плазменных колебаний. Кроме того, характерной особенностью экспериментов с релятивист-

скими пучками в открытых ловушках является формирование сильнонеравномерного распределения плазменных электронов. В связи с этим отдельного исследования требует вопрос о влиянии медленно спадающего хвоста быстрых электронов как на линейную стадию пучковой неустойчивости, так и на ключевой турбулентный процесс, связанный с развитием модуляционной неустойчивости. Ответам на эти вопросы посвящены первые две главы диссертации.

Содержание первой главы составляет линейный анализ неустойчивости электронного пучка в плазме. Информация о величине инкремента и направлении распространения самых неустойчивых колебаний важна не только для оценки мощности, которая может накачиваться пучком в плазменную турбулентность, но и для реализации новых схем эффективной генерации ЭМ излучения. В частности, управляемая раскачка плазменных колебаний под определённым углом к магнитному полю позволяет найти режимы оптимальной линейной конверсии этих колебаний на градиентах плотности плазмы (раздел 4.1), а также удовлетворить условию прямого трёхволнового взаимодействия в системе со встречными пучками (раздел 4.3). В интересующих нас режимах положение самой неустойчивой моды в пространстве волновых чисел определяется борьбой сразу трёх эффектов: релятивистской анизотропии массы пучковых электронов, значительными тепловыми разбросами плазмы и пучка и умеренно сильным магнитным полем. Если релятивистские эффекты создают преимущества для раскачки косых волн, то кинетические и магнитные эффекты оказывают на косые неустойчивости стабилизирующее влияние. Проблема анализа всего спектра пучковой неустойчивости в замагниченной плазме в рамках наиболее общей линейной теории, основанной на релятивистском кинетическом уравнении Власова, упоминается в литературе как сложнейшая задача Клеммоу-Догерти ("Clemmow-Dougherty's daunting task") [51]. Сложность задачи состоит в том, что в той спектральной области, где поперечное волновое число неустойчивых колебаний уже нельзя считать малым по сравнению с обратным ларморовским радиусом частиц, традиционное выражение для тензора

диэлектрической проницаемости, содержащее бесконечные ряды произведений функций Бесселя, становится весьма неудобным даже для численного анализа в силу медленной сходимости этих рядов. Решить задачу Клеммоу-Догерти в наиболее общей постановке для произвольных релятивистских функций распределения плазмы и пучка по импульсам удалось только в данной диссертационной работе, когда вместо медленно сходящихся рядов с бесконечным числом членов было предложено использовать интеграл по периоду вращения частиц во внешнем магнитном поле. Это, в частности, позволило впервые определить влияние интенсивных хвостов надтепловых электронов в плазме, характерных для пучково-плазменных экспериментов в открытых ловушках, на раскачку самых неустойчивых мод.

Вторая глава посвящена изучению тех особенностей возбуждения плазменной турбулентности, которые возникают при непрерывной инжекции сильноточных электронных пучков в плазму. Как было установлено в одномерных PIC расчётах [50], основной особенностью турбулентного сценария в этих условиях является переход в режим с постоянной мощностью накачки, при котором уровень насыщения резонансных с пучком мод определяется нелинейной динамикой пучка в их поле и не зависит от плазменных нелинейностей. Чтобы определить, сохраняются ли корреляционные эффекты, связанные с захватом пучка, в условиях нарастания широкого и двумерного спектра колебаний, мы проводим 2D3V PIC расчёты (раздел 2.2) и устанавливаем правила, по которым происходит перераспределение энергии между модами за счёт их взаимодействия через общие захваченные частицы. Совокупность экспериментальных данных, полученных на установке ГОЛ-3, а также PIC моделирование сценария установления плазменной турбулентности при характерных для этой установки параметрах [50] говорят о том, что наиболее адекватной для описания этих экспериментов представляется модель сильной ленгмюровской турбулентности, предложенная в работах [52; 53]. Большая часть волновой энергии в этой модели предполагается равномерно распределенной в длинноволновой области

спектра, размер которой определяется характерным волновым числом модуляционной неустойчивости (раздел 2.3). Согласно работе [36], эти незапертые в коллапсирующие каверны колебания способны давать основной вклад в генерацию ЭМ излучения вблизи гармоник плазменной частоты либо за счёт слабонелинейных процессов слияния, либо посредством рассеяния на флуктуациях плотности плазмы. Таким образом, для последующих расчётов мощности ЭМ эмиссии необходимо определить характерные размеры длинноволновой области источника в k -пространстве и энергосодержание этой части спектра. Для оценки энергии турбулентности мы модифицируем уравнения баланса работы [53], учитывая эффект насыщения мощности накачки на постоянном уровне за счёт появления пучковых нелинейностей. Ключевую роль в этих оценках играют инкремент и характерное волновое число модуляционной неустойчивости. Простые аналитические выражения для них были получены только для случая максвелловской плазмы. Чтобы понять, насколько эти выражения применимы к характерной для экспериментов неравновесной плазме с интенсивными хвостами надтепловых электронов, в которой понятие температуры теряет свой прежний смысл, мы исследуем развитие модуляционной неустойчивости (раздел 2.4) на основе дисперсионного уравнения, полученного из релятивистской кинетической теории.

В третьей главе упрощённая модель турбулентного спектра используется для вычисления мощности генерации ЭМ волн вблизи первой и второй гармоник плазменной частоты. Эти расчёты обобщают предложенную в работе [36] процедуру на случай произвольного магнитного поля (раздел 3.1). Мы предполагаем, что длинноволновая область источника равномерно заселена колебаниями верхнегибридной ветви, а основными эмиссионными процессами являются их рассеяние на флуктуациях плотности плазмы и нелинейное слияние с образованием ЭМ волны на суммарной частоте. Несмотря на малую долю волновой энергии, которая содержится в кавернах, её локальная плотность на финальных стадиях коллапса может достигать весьма высоких значений, что

приводит к дополнительной генерации коротких вспышек излучения. Характерная длительность этих вспышек, отчётливо наблюдаемых в экспериментах, может служить дополнительным тестом на адекватность выбранной модели турбулентности. Сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными, полученными на установке ГОЛ-3, показало согласие не только в уровне мощности излучения в окрестности удвоенной плазменной частоты, но и в характере его поляризации (раздел 3.2). При этом длительность наблюдаемых вспышек удалось связать с характерным временем коллапса каверн. В разделе 3.3 эта же теоретическая модель используется для оценки максимальной мощности излучения, которую можно достичь в терагерцовом диапазоне частот при использовании сильноточных релятивистских электронных пучков, имеющих на установке ГОЛ-3.

Четвёртая глава посвящена исследованию способов повышения эффективности эмиссии ТГц волн из плазмы при её коллективном взаимодействии с электронными пучками. Очевидно, что для усиления относительной роли излучения в общем энергобалансе пучково-плазменной системы, необходимо предотвратить сток энергии из весьма узкой спектральной области, непосредственно накачиваемой пучком, в нерезонансную часть турбулентного спектра. Достичь этой цели можно за счёт создания специальных условий для непосредственного участия самых интенсивных резонансных волн в процессах генерации ЭМ излучения. В плазме, ширина которой значительно превышает длину волны излучения, в качестве таких процессов могут выступать либо линейная конверсия мод на специально ориентированных градиентах плотности плазмы, либо прямое трёхволновое взаимодействие наиболее неустойчивых колебаний в системе встречных пучков. В первом случае мы определяем оптимальную ориентацию градиента плотности плазмы по отношению к ведущему магнитному полю, при которой доминирующая в системе медленная необыкновенная волна при отражении от критической поверхности почти полностью конвертируется в выходящую из плазмы обыкновенную моду (раздел 4.1). Во втором случае

мы находим параметры симметричных пучков и плазмы, при которых косые встречные колебания, нарастающие с максимальным инкрементом, способны удовлетворить условию трёхволнового взаимодействия с ЭМ волной, и проверяем реализуемость эффекта усиления ЭМ эмиссии с помощью двумерных PIC расчётов (раздел 4.3). Ещё один режим повышенной генерации ЭМ волн появляется при переходе к малым поперечным размерам системы, сравнимым с длинами возбуждаемых в плазме колебаний. В экспериментах на ГОЛ-3 [26; 27; 54] такой режим продемонстрировал высокую эффективность преобразования мощности пучка в мощность излучения (на уровне 1%), а последующие теоретические и численные исследования [28; 29; 55] позволили выявить специфичный для такой системы механизм генерации излучения, получивший название механизма плазменной антенны. Было показано, что в процессе развития модуляционной неустойчивости доминирующей резонансной волны в тонкой плазме нарастает квази-регулярная продольная модуляция плотности ионов, которая приводит к возбуждению сверхсветового сателлита первичной волны, попадающего на плазменной границе в резонанс с вакуумными ЭМ волнами. Генерируемое излучение в этом случае лежит чуть ниже плазменной частоты ω_p , поэтому способно эффективно накачиваться плазменными токами только на глубине скин-слоя. В разделе 4.2 мы показываем, что при определённых углах эмиссии замагниченная плазма становится прозрачной для такого излучения, а высокая эффективность его генерации может достигаться даже при относительно большой толщине плазменного канала. Наличие эффекта усиления излучения внутри окон прозрачности в условиях непрерывной инжекции электронного пучка в плазму подтверждается PIC расчётами.

Неожиданным результатом работы по поиску эффективных режимов ЭМ эмиссии из плазмы стало обнаружение нового способа генерации ТГц излучения во встречных кильватерных волнах, который может быть легко реализован путём инжекции в газ встречных лазерных импульсов. Исследования механизма плазменной антенны показали, что при определённых периодах модуляции

плотности плазмы лобовое слияние первичной и отражённой волн приводит к генерации излучения вблизи удвоенной плазменной частоты. Поскольку плазма прозрачна для такого излучения, в его генерации может участвовать весь объём плазменного канала. Это снимает ограничения по возможной толщине плазмы, которые возникают для ω_p -излучения из-за эффекта плазменной экранировки. Очевидно, что для повышения эффективности этого нелинейного процесса амплитуды встречных взаимодействующих волн должны выбираться как можно более высокими. Плазменные волны большой амплитуды можно, в частности, возбуждать короткими лазерными импульсами. Благодаря тому, что взаимодействие этих регулярных волн может идти в однородной плазме, излучение на второй гармонике плазменной частоты в этой схеме имеет весьма узкую спектральную линию $\sim 1\%$. В отличие от механизма плазменной антенны генерация излучения становится возможной только в том случае, когда встречные плазменные волны имеют различные поперечные профили. При равных фазовых скоростях, привязанных к групповой скорости лазеров, и одинаковой поперечной структуре встречных волн сверхсветовые токи, возникающие из-за рассеяния одной волны на возмущениях электронной плотности другой волны, полностью компенсируют друг друга. Именно это обстоятельство не позволило обнаружить данный механизм излучения в работе [56], где встречные лазерные импульсы имели единый фокус. В главе 5 мы предлагаем аналитическую теорию генерации ЭМ волн во встречных кильватерных волнах и находим оптимальные схемы перекрытия кильватерных следов для дифрагирующих лазерных драйверов. Показано, что предсказания этой теории хорошо согласуются с результатами PIC расчётов, что позволяет использовать её для реалистичных оценок той максимальной мощности и энергии ТГц импульсов, которые могут достигаться на современных лазерах петаваттного уровня.

Таким образом, в работе обнаружены новые механизмы эффективной генерации ТГц излучения в плазме и на их основе предложен целый ряд новых схем, позволяющих генерировать узкополосные ТГц импульсы рекордных

энергий. Работоспособность этих схем подтверждается численными расчётами методом частиц в ячейках. По теме диссертации опубликовано 12 работ в рецензируемых научных журналах [57—68].

Основные положения, выносимые на защиту

1. Линейный анализ неустойчивости горячего релятивистского электронного пучка в неравновесной замагниченной плазме с интенсивным хвостом надтепловых электронов (решение задачи Клеммоу-Догерти).
2. Двумерные эффекты во взаимодействии линейно неустойчивых колебаний системы плазма-пучок через общие захваченные частицы.
3. Решение дисперсионного уравнения модуляционной неустойчивости ленгмюровской волны в сильнонеравновесной плазме с медленно спадающим хвостом надтепловых электронов с учётом релятивистских и кинетических эффектов.
4. Теоретическая модель генерации ЭМ волн на удвоенной плазменной частоте в сильнотурбулентной плазме, характерной для экспериментов на открытой ловушке ГОЛ-3.
5. Режим прозрачности в механизме пучково-плазменной антенны.
6. Эффект усиления генерации излучения на второй гармонике плазменной частоты за счёт прямого трёхволнового взаимодействия самых неустойчивых колебаний, раскачиваемых в плазме встречными электронными пучками.
7. Метод генерации узкополосного терагерцового излучения во встречных кильватерных волнах фемтосекундных лазерных импульсов.

Глава 1

Релятивистская кинетическая теория неустойчивости электронного пучка в замагниченной плазме

Задача о коллективном взаимодействии электронного пучка с плазмой возникла на самом раннем этапе плазменных исследований и представляет собой одну из самых фундаментальных проблем в физике плазмы. Процессы возбуждения плазменных колебаний пучками электронов играют ключевую роль как в космических явлениях, таких как гамма-вспышки [69], генерация космических лучей высоких энергий [70], солнечные радио-всплески III типа [71], так и в лабораторных экспериментах, направленных на достижение условий термоядерного зажигания в открытых магнитных системах [72] или в схеме быстрого поджига в инерциальном термоядерном синтезе [73]. Наш интерес к данной проблеме связан с вопросом о том, насколько эффективным источником электромагнитного излучения может быть система плазма-пучок в терагерцовом диапазоне частот.

Важной характеристикой коллективного взаимодействия электронных пучков с плазмой является линейный инкремент нарастания плазменных колебаний, которые оказываются неустойчивыми в этой неравновесной системе. Величина инкремента не только определяет скорость экспоненциального роста этих колебаний на линейной стадии неустойчивости, но и существенно влияет на уровень нелинейного насыщения их энергии. Если, к примеру, стабилизация доминирующей неустойчивой волны с волновым числом k происходит за счёт захвата пучка, то уровень насыщения её энергии W определяется из условия равенства инкремента неустойчивости Γ и баунс-частоты ω_B захваченных электронов [74]:

$$\Gamma \sim \omega_B = \sqrt{\frac{ekE}{m_e}}, \quad W \propto E^2 \propto \Gamma^4, \quad (1.1)$$

где e и m_e — заряд и масса электрона, а E — амплитуда электрического поля волны. Численное моделирование задачи об инжекции электронного пучка в плазму [50] применительно к экспериментам на открытых ловушках показало, что возбуждаемая пучком турбулентность в процессе длительной эволюции переходит в режим с постоянной мощностью накачки [49], величина которой соответствует порогу появления эффектов захвата. Это означает, что мощность накачки энергии в плазменную турбулентность в этом режиме оказывается весьма чувствительной к величине инкремента нарастания наиболее неустойчивых резонансных мод $P \propto GW \propto \Gamma^5$, что делает актуальной задачу как можно более точного вычисления величины Γ .

Линейному анализу спектра неустойчивых колебаний в плазме с электронным пучком посвящено огромное количество работ [51], первые из которых датируются сороковыми годами XX века [75; 76]. Все эти работы, однако, базируются на различных упрощенных моделях, в которых отклик плазмы и пучка вычисляется либо с помощью гидродинамических уравнений, либо с помощью нерелятивистского кинетического уравнения Власова. При этом зачастую рассматриваются только выделенные направления распространения неустойчивых колебаний [77; 78] или используются априорные представления о характере их поляризации. Первые расчёты всего спектра пучковой неустойчивости с учётом как релятивистских, так и кинетических эффектов без использования упрощающих предположений были проведены только недавно и касались случая изотропной плазмы с распределением Максвелла-Ютгнера [79; 80].

В замагниченной плазме поиск неустойчивых решений дисперсионного уравнения для системы плазма-пучок значительно усложняется, в связи с чем эффекты влияния магнитного поля на спектр пучковой неустойчивости сначала были изучены только для случая холодной плазмы и пучка малой плотности [81], а затем для горячей плазмы и пучка с произвольной относительной плотностью с помощью упрощенного гидродинамического подхода [82]. Задача вычисления инкремента пучковой неустойчивости в замагниченной плазме

в рамках более общей релятивистской кинетической теории оказывается настолько трудоёмкой, что в литературе за ней закрепился термин „сложнейшая задача Клеммоу-Догерти“ („Clemmow-Dougherty’s daunting task“) [51; 83]. Сложность задачи состоит в том, что каждая компонента тензора диэлектрической проницаемости горячей магнитоактивной плазмы с аксиально симметричной функцией распределения содержит медленно сходящийся бесконечный ряд из произведений бесселевых функций, который должен быть еще дважды проинтегрирован по импульсам. Первый шаг для решения соответствующего дисперсионного уравнения был сделан в работе [84], где совместное влияние кинетических и магнитных эффектов удалось исследовать только для случая холодной плазмы и моноэнергетического пучка с угловым разбросом.

Целью данной части работы является решение задачи Клеммоу-Догерти для произвольных функций распределения пучка и плазмы. В такой общей постановке задача решается впервые. При этом с физической точки зрения нас будет интересовать вопрос о том, насколько эффективно тепловые разбросы плазменных электронов могут подавлять неустойчивость электронного пучка. Дело в том, что в интересующих нас экспериментах по генерации ЭМ излучения и турбулентному нагреву плазмы в открытой ловушке ГОЛ-3 длительная инжекция пучка приводит к формированию на функции распределения плазменных электронов медленно спадающего по импульсу p степенного хвоста $f \propto p^{-5}$, содержащего подавляющую часть кинетической энергии плазмы. Очевидно, что по мере нагрева плазмы появление такого мощного хвоста надтепловых электронов может значительно понизить инкремент неустойчивости или вовсе привести к срыву пучково-плазменного взаимодействия, что будет не только существенно ослаблять эмиссионные процессы, но и сделает бессмысленными попытки дальнейшего повышения температуры плазмы за счёт увеличения длительности пучка. Поскольку в современных концепциях термоядерного реактора на основе открытой ловушки [72; 85] обсуждается переход к инжекции длинноимпульсных электронных пучков, вопрос о влиянии

эффектов конечной температуры плазмы на эффективность возбуждения турбулентности приобретает дополнительную актуальность.

1.1. Новое представление для диэлектрического тензора в замагниченной плазме

Для определения инкремента нарастания колебаний с волновым вектором \mathbf{k} в системе плазма-пучок необходимо найти неустойчивые решения дисперсионного уравнения

$$F = \left| k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\alpha\beta} \right| = 0, \quad (1.2)$$

в котором тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$ принимает весьма сложный вид. Основная трудность анализа всего спектра пучковой неустойчивости в замагниченной плазме в постановке Клеммоу и Догерти заключается в необходимости вычисления бесконечного ряда

$$S(a, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(z)}{a - n}, \quad (1.3)$$

который сходится тем медленнее, чем больше аргумент функции Бесселя. Сравнительно недавно [86; 87] было обнаружено, что данный ряд можно просуммировать и выразить через функцию Бесселя с вещественным аргументом z и комплексным порядком a :

$$S(a, z) = \frac{\pi}{\sin \pi a} J_{-a}(z) J_a(z). \quad (1.4)$$

В работах [88—90] диэлектрический тензор замагниченной плазмы с учётом указанного правила суммирования был приведен к новой форме, которая, по мнению авторов [88], должна существенно упрощать процедуру численного решения дисперсионного уравнения. Таким образом, для системы плазма-пучок компоненты тензора диэлектрической проницаемости удобно представить в следующем виде:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}^{(e)} + \chi_{\alpha\beta}^{(b)}, \quad (1.5)$$

$$\chi_{\alpha\beta}^{(\sigma)} = \frac{2\pi}{\omega^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{\parallel} \int_0^{\infty} dp_{\perp} p_{\perp} \left[\frac{\omega v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \frac{\partial f^{(\sigma)}}{\partial p_{\parallel}} h_{\alpha} h_{\beta} + VT_{\alpha\beta} \right], \quad (1.6)$$

где

$$V = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}} \left[v_{\parallel} \frac{\partial f^{(\sigma)}}{\partial p_{\perp}} - v_{\perp} \frac{\partial f^{(\sigma)}}{\partial p_{\parallel}} \left(1 - \frac{\omega}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \right) \right], \quad (1.7)$$

$$T_{xx} = \frac{a^2}{z^2} (RG_a - 1), \quad (1.8)$$

$$T_{yy} = \frac{a^2}{z^2} - \frac{R}{2} \left(G_{a+1} + G_{a-1} + 2 \frac{a^2}{z^2} G_a \right), \quad (1.9)$$

$$T_{xy} = -T_{yx} = -i \frac{R}{4} (G_{a+1} - G_{a-1}), \quad (1.10)$$

$$T_{xz} = T_{zx} = \frac{p_{\parallel} a}{p_{\perp} z} (RG_a - 1), \quad (1.11)$$

$$T_{yz} = -T_{zy} = i \frac{R p_{\parallel} z}{4 p_{\perp} a} (G_{a+1} - G_{a-1}), \quad (1.12)$$

$$T_{zz} = \frac{p_{\parallel}^2}{p_{\perp}^2} (RG_a - 1), \quad (1.13)$$

$$R = \frac{\pi a}{\sin \pi a}, \quad z = \frac{k_{\perp} p_{\perp}}{\Omega}, \quad a = \frac{\gamma \omega - k_{\parallel} p_{\parallel}}{\Omega},$$

$$G_a = J_{-a}(z) J_a(z), \quad h_{\alpha} = \frac{B_{\alpha}}{B}, \quad \Omega = \frac{eB}{m_e c \omega_p}.$$

Однородное магнитное поле $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ здесь предполагается сонаправленным со скоростью пучка, частота волны ω выражена в единицах плазменной частоты ω_p , волновой вектор $\mathbf{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ в единицах ω_p/c , скорости частиц \mathbf{v} измеряются в единицах скорости света c , а их импульсы $\mathbf{p} = \gamma \mathbf{v}$ в единицах $m_e c$.

Функция распределения каждого сорта частиц нормирована на свою относительную плотность (в единицах плотности ионов)

$$\int f^{(\sigma)} d^3 p = n^{(\sigma)} \quad (1.14)$$

и удовлетворяет условию равенства нулю плотности невозмущенного тока

$$\sum_{\sigma} \int \mathbf{v} f^{(\sigma)} d^3 p = 0. \quad (1.15)$$

Концентрации электронов плазмы и пучка при этом связаны соотношением $n^{(e)} + n^{(b)} = 1$, что позволяет рассматривать пучки с произвольной относительной плотностью. Учет подвижных ионов не представляет дополнительного труда, однако их вклад в неустойчивость высокочастотных ветвей очень мал и в последующих расчётах не учитывается.

Несмотря на то, что бесконечный ряд $S(a, z)$ удалось выразить через функцию Бесселя $J_a(z)$, вычисление этой величины по-прежнему представляет собой трудоёмкую задачу. Дело в том, что при расчётах инкремента в широкой области волновых чисел возникает ситуация, когда и аргумент, и порядок функции Бесселя одновременно являются большими величинами. В этом случае для численных расчетов не могут быть эффективно использованы ни степенные разложения этой функции, ни известные асимптотические формулы для больших z . Анализ показал, что наиболее эффективным является алгоритм, в котором используется следующее интегральное представление для функции G_a :

$$G_a = \frac{e^{i\pi a}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ia\varphi} J_0\left(2z \sin \frac{\varphi}{2}\right) d\varphi. \quad (1.16)$$

Такое представление возникает также и в том случае, если при выводе диэлектрического тензора следовать предложенному в работе [88] методу, использующему свойства симметрии гиро-орбит электронов во внешнем магнитном поле.

Эффекты, связанные с конечными тепловыми разбросами электронов плазмы и пучка, будем исследовать как с помощью анизотропного максвелловского распределения

$$f^{(\sigma)}(\mathbf{p}) = C_1 \exp \left[-\frac{p_{\perp}^2}{\Delta p_{\perp}^{(\sigma)2}} - \frac{(p_{\parallel} - p^{(\sigma)})^2}{\Delta p_{\parallel}^{(\sigma)2}} \right] \times \\ \left[H(p_{\parallel} - p^{(\sigma)} + 3\Delta p_{\parallel}^{(\sigma)}) - H(p_{\parallel} - p^{(\sigma)} - 3\Delta p_{\parallel}^{(\sigma)}) \right] \times H(3\Delta p_{\perp}^{(\sigma)} - p_{\perp}), \quad (1.17)$$

так и с помощью распределения, содержащего высокоэнергетичный степенной хвост, формирование которого характерно для пучково-плазменных экспери-

ментов в открытых ловушках [91],

$$f^{(e)}(\mathbf{p}) = \frac{C_2 H(p_h - p_\perp)}{(p_\perp^2 + (p_\parallel - p^{(e)})^2 + \Delta p^{(e)2})^{5/2}} \times \left[H(p_\parallel - p^{(e)} + p_h) - H(p_\parallel - p^{(e)} - p_h) \right] \quad (1.18)$$

где $H(p)$ – функция Хевисайда, p_h – пороговое значение компонентов импульса, выше которого в плазме отсутствуют частицы, $\Delta p^{(\sigma)}$ – характерные разбросы плазменных или пучковых электронов по импульсам, $p^{(\sigma)}$ – усреднённый по распределению импульс электронов сорта σ , а C_1 и C_2 – коэффициенты, соответствующие нормировке $\int f^{(\sigma)} d\mathbf{p} = n^{(\sigma)}$. Для максвелловской плазмы температуру электронов при малых разбросах по импульсам можно приближенно вычислять по формуле $T_e/m_e c^2 = \Delta p^{(e)2}/2$. Во втором же случае понятие температуры теряет свой привычный смысл [60], поскольку кинетическая энергия, содержащаяся в надтепловых частицах, значительно превышает энергию ядра распределения.

1.2. Алгоритм численного решения дисперсионного уравнения

С математической точки зрения задача (1.2) сводится к отысканию всех нулей некоторой комплексной функции $F(\omega)$ в верхней полуплоскости комплексной переменной ω . Для поиска нулей будем использовать метод Ньютона, то есть будем искать корень ω_k как предел рекуррентной последовательности

$$\omega_{n+1} = \omega_n - F(\omega_n)/F'(\omega_n). \quad (1.19)$$

Сходимость этого итерационного процесса зависит от выбора начального приближения ω_0 , которое должно располагаться достаточно близко от ω_k . Чтобы найти ω_0 , мы предположим функцию $F(\omega)$ аналитической и вычислим интегралы по контуру, охватывающему искомый корень. Благодаря тому, что все полюса функции $F(\omega)$ лежат на действительной оси, принцип аргумента Коши, примененный к верхней полуплоскости, позволяет определить количество

корней в области:

$$N = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{F'(\omega)}{F(\omega)} d\omega. \quad (1.20)$$

При $N = 1$ начальное приближение находим как

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi i} \oint \omega \frac{F'(\omega)}{F(\omega)} d\omega. \quad (1.21)$$

Это значение не равно ω_k , поскольку интеграл (1.21) находится численно с некоторыми ошибками. При $N = 2$ начальные приближения ω_{01} и ω_{02} для двух корней находятся из системы уравнений

$$\begin{aligned} \omega_{01} + \omega_{02} &= \frac{1}{2\pi i} \oint \omega \frac{F'(\omega)}{F(\omega)} d\omega, \\ \omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 &= \frac{1}{2\pi i} \oint \omega^2 \frac{F'(\omega)}{F(\omega)} d\omega. \end{aligned} \quad (1.22)$$

При $N > 2$ область будем делить на части, содержащие меньшее количество корней.

Такой способ поиска начального приближения оказывается гораздо более трудоёмким, чем последующая итерационная процедура в методе Ньютона. Действительно, расчёт контурного интеграла в комплексной плоскости ω требует многократного вычисления функции $F(\omega)$, в то время как в методе Ньютона, как правило, достаточно ограничиться вычислением всего лишь нескольких значений $F(\omega)$ и $F'(\omega)$. В связи с этим более эффективно в качестве нулевого приближения для метода Ньютона в определенной точке k -пространства использовать уже известное решение в соседней точке. Таким образом, зная решение хотя бы в одной точке, можно "вырастить" неустойчивую ветвь плазменных колебаний во всем k -пространстве. При этом для поиска решений, описывающих различные ветви, будем по-прежнему вычислять контурные интегралы (1.20)-(1.22), но не во всем пространстве волновых чисел, а лишь вдоль отдельных линий $k_{\perp} = \text{const}$.

1.3. Неустойчивость горячего пучка в максвелловской плазме

Исследуем сначала влияние конечной температуры электронов максвелловской плазмы на неустойчивость типичного для ГОЛ-3 пучка, имеющего анизотропное распределение (1.17) с относительной плотностью $n^{(b)} = 0.002$, скоростью $v^{(b)} = 0.9$ и фиксированными разбросами по импульсам $\Delta p_{\parallel}^{(b)} = 0.05$ и $\Delta p_{\perp}^{(b)} = 0.5$ в магнитном поле $\Omega = 2$. Несмотря на то, что выбранные разбросы пучка примерно соответствуют тем, которые использовались в расчетах с моноэнергетическим пучком [84], имеющим конечный угловой разброс, переход к более плавному распределению привёл к подавлению слабых циклотронных неустойчивостей, поэтому на представленных далее картах инкремента заметна только черенковская раскачка верхнегибридной ветви. Из рисунков 1.1 (a), (b), (c) видно, что увеличение температуры приводит к подавлению косых волн, практически не оказывая влияния на неустойчивость колебаний, бегущих вдоль магнитного поля. Это означает, что нарастание температуры плазменных электронов в процессе инжекции пучка до величины порядка 10 кэВ не может привести к стабилизации самых неустойчивых мод. Гораздо более сильное влияние на них оказывает тепловой разброс пучка. Действительно, как показано на рисунках 1.1 (g), (h), (i), увеличение разброса пучка по продольному импульсу заметно снижает инкремент неустойчивости во всём пространстве волновых чисел.

Более наглядно стабилизирующая роль температуры плазмы показана на рисунках 1.1(d) и 1.1(e), где мнимая и вещественная части частоты колебаний вычислены вдоль линий в k -пространстве, на которых достигается локальный максимум инкремента. Для пучка малой плотности форма этих линий может быть найдена из условия пересечения ветвей собственных колебаний плазмы $\omega_k(k_{\perp}, k_{\parallel})$ и пучковых ветвей с частотой $k_{\parallel}v_b + n\Omega/\gamma$. Видно, что включение конечной температуры плазмы приводит к появлению области довольно резкого уменьшения инкремента, которая с ростом теплового разброса продвигается в

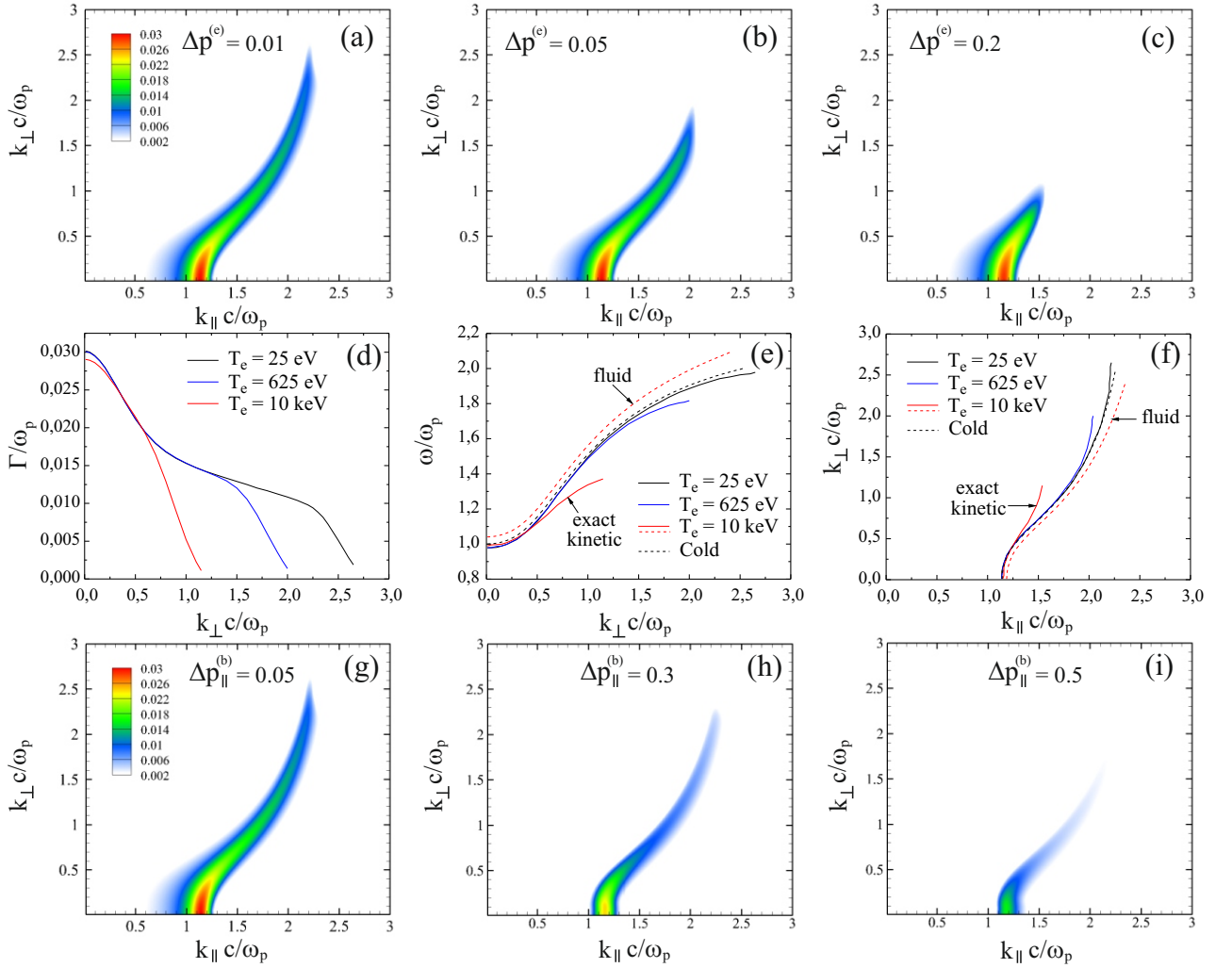


Рис. 1.1. Кинетические эффекты в максвелловской плазме: (a), (b), (c) — Изменение инкремента пучковой неустойчивости $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel})$ с увеличением электронной температуры плазмы при фиксированных параметрах пучка $\Delta p_{\parallel}^{(b)} = 0.05$ и $\Delta p_{\perp}^{(b)} = 0.5$. (d), (e) — Инкремент и вещественная частота неустойчивых колебаний вдоль линий $k_{\parallel} = k_{\parallel}(k_{\perp})$, на которых достигаются локальные максимумы инкремента на картах (a), (b), (c). (f) — Форма линий, на которых достигается максимум инкремента. (g), (h), (i) — Подавление неустойчивости с увеличением продольного разброса пучка при фиксированных параметрах $\Delta p^{(e)} = 0.01$ и $\Delta p_{\perp}^{(b)} = 0.5$. Магнитное поле во всех расчётах $\Omega = 2$.

малые k_{\perp} . Видно также, что в этой области происходит заметное уменьшение частоты нарастающих волн по сравнению со случаем холодной плазмы, что противоречит гидродинамическим представлениям, согласно которым частота

верхнегибридной моды должна увеличиваться с ростом температуры плазменных электронов. Действительно, в рамках гидродинамического подхода модифицированные с учётом тепловых эффектов законы дисперсии собственных колебаний плазмы должны определяться из дисперсионного уравнения, в котором диэлектрический тензор имеет вид:

$$\varepsilon_{xx} = 1 - A \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (1.23)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i \frac{\Omega}{\omega} A \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (1.24)$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 - A \left(1 - \frac{k^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (1.25)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -A \frac{k_{\parallel} k_{\perp} V_T^2}{\omega^2}, \quad (1.26)$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} = -i \frac{\Omega}{\omega} A \frac{k_{\parallel} k_{\perp} V_T^2}{\omega^2}, \quad (1.27)$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - A \left(1 - \frac{k_{\perp}^2 V_T^2 + \Omega^2}{\omega^2} \right), \quad (1.28)$$

$$A = \left(\omega^2 - \Omega^2 - k^2 V_T^2 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} k_{\parallel}^2 V_T^2 \right)^{-1},$$

где $V_T^2 = 3T_e/(m_e c^2)$, а $k^2 = k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2$. Как видно из рисунков 1.1 (е) и (ф) (штриховые линии), определенная таким образом частота резонансной с пучком верхнегибридной моды растёт с ростом температуры плазмы, приводя к ошибочному результату для положения линии максимума инкремента в k -пространстве. Таким образом, в интересующем нас режиме учёт даже малых нерелятивистских температур плазмы не может быть корректно проведён в рамках гидродинамических моделей.

1.4. Неустойчивость в сильнонеравновесной плазме с надтепловыми хвостами электронов

В плазме с интенсивным хвостом надтепловых электронов влияние кинетических эффектов на инкремент нарастания пучковой неустойчивости стано-

вится более существенным. Как видно из рисунков 1.2 (a), (b), (c), увеличение теплового разброса $\Delta p^{(e)}$, характеризующего температуру ядра распределения, не только сужает спектр неустойчивости по поперечному волновому числу, но и значительно уменьшает максимальный инкремент раскачки продольных колебаний. По аналогии с анализом максвелловской плазмы построим мнимую и вещественную части частоты (рис. 1.2 (d) и (e)) вдоль линии, на которой достигается локальный максимум инкремента. Здесь эффект уменьшения частоты верхнегибридной моды по сравнению со случаем холодной плазмы становится ещё более сильным. При разбросе $\Delta p^{(e)} = 0.3$ магнитная добавка к дисперсии этой моды становится практически незаметной, частота локализуется вблизи плазменной частоты (рис. 1.2 (e)), а линия черенковского резонанса превращается в прямую $k_{||} = 1/v_b$ (рис. 1.2 (f)).

Напомним, что в режиме захвата даже незначительное уменьшение инкремента наиболее неустойчивых колебаний должно приводить к заметному снижению мощности, накачиваемой пучком в плазменную турбулентность (в силу зависимости $P \propto \Gamma^5$). Полученные результаты, в частности, показывают, что если плазму нагреть до состояния, при котором температура ядра распределения достигнет величины ~ 10 кэВ ($\Delta p^{(e)} = 0.2$), а в надтепловой части спектра сформируется медленно спадающий степенной хвост, то максимальный инкремент раскачки бегущих вдоль поля ленгмюровских колебаний уменьшится в 1.5 раза, что повлечёт уменьшение мощности нагрева плазмы почти на порядок ($1.5^5 \approx 7.6$).

В заключении отметим, что в данной главе задача вычисления инкремента неустойчивости горячего релятивистского электронного пучка в горячей замагниченной плазме впервые решена в рамках наиболее общей линейной теории, основанной на релятивистском кинетическом уравнении Власова. До сих пор это единственный пример расчёта для магнитоактивной плазмы, в котором анализ всего спектра пучковой неустойчивости проведён без использования каких-либо упрощающих предположений. Благодаря полученным решениям

удалось исследовать стабилизирующую роль теплового разброса плазменных электронов не только в максвелловской, но и в сильно неравновесной плазме, содержащей характерные для пучково-плазменных экспериментов надтепловые хвосты. Показано, что нерелятивистский тепловой разброс в максвелловской плазме приводит к подавлению косых волн, почти не влияя на скорость раскачки продольных колебаний, в то время как формирование хвоста надтепловых электронов способствует заметному снижению инкремента нарастания самой быстрой продольной двухпоточковой неустойчивости, существенно уменьшая эффективность турбулентного нагрева плазмы.

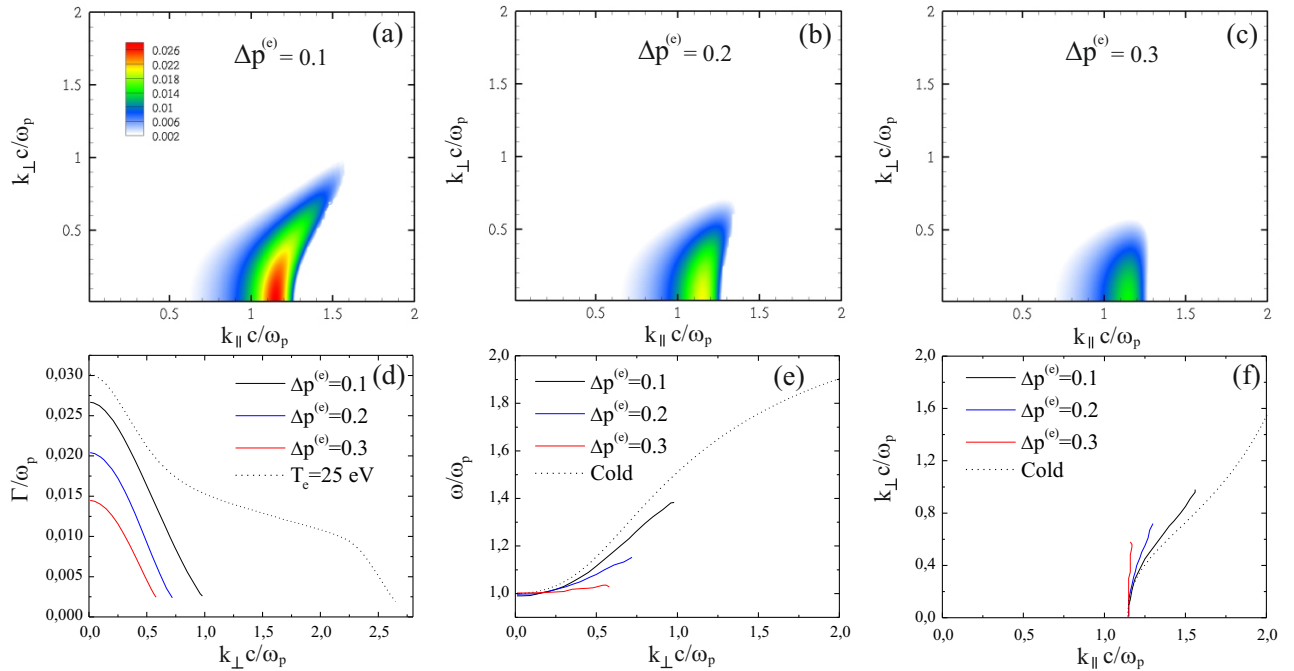


Рис. 1.2. Кинетические эффекты в немаксвелловской плазме: (a), (b), (c) — Изменение инкремента пучковой неустойчивости $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel})$ с увеличением теплового разброса плазменных электронов при фиксированных параметрах пучка $\Delta p_{\parallel}^{(b)} = 0.05$ и $\Delta p_{\perp}^{(b)} = 0.5$. (d), (e) — Инкремент и вещественная частота неустойчивых колебаний вдоль линий $k_{\parallel} = k_{\parallel}(k_{\perp})$, на которых достигаются локальные максимумы инкремента на картах (a), (b), (c). (f) — Форма линий, на которых достигается максимум инкремента. Магнитное поле во всех расчётах $\Omega = 2$, пороговый импульс $p_h = 5$.

Глава 2

Особенности возбуждения плазменной турбулентности сильноточными электронными пучками

Прежде чем вычислять мощность генерации электромагнитных волн в турбулентной пучково-плазменной системе, необходимо исследовать основные характеристики спектра плазменной турбулентности, который формируется под действием непрерывно инжектируемого электронного пучка. Поскольку основным мотивом для наших исследований являются лабораторные эксперименты по инъекции гигаваттных и килоамперных электронных пучков в плазму в открытой ловушке ГОЛ-3 [25; 62], стоит обратить внимание на ряд особенностей, которые присущи турбулентным процессам в такой системе (раздел 2.1). Численное PIC моделирование [50] коллективного взаимодействия столь мощных электронных пучков с плазмой показало, что линейная стадия раскачки пучковой неустойчивости заканчивается захватом пучка доминирующими резонансными колебаниями и формированием когерентных волновых пакетов, энергия которых значительно превосходит тепловую энергию плазмы. Эти интенсивные ленгмюровские колебания стимулируют развитие коротковолновой модуляционной неустойчивости [92], которая создаёт прямой канал спектральной перекачки энергии из длинноволновой области накачки в область поглощения на электронах плазмы. После быстрого нагрева плазменных электронов устанавливается режим сильной турбулентности, мощность накачки энергии в которую не зависит от деталей турбулентного спектра, а всецело определяется нелинейными процессами взаимодействия электронов пучка с резонансными волнами, которые остаются регулярными даже в режиме развитой турбулентности. Чтобы понять, не является ли появление когерентных структур на фазовой плоскости пучка следствием одномерности используемой численной модели, мы проводим двумерные PIC расчёты (раздел 2.2), в которых роль

эффектов захвата на нелинейной стадии пучковой неустойчивости исследуется в условиях возбуждения широкого спектра резонансных колебаний. Факт ограничения мощности накачки энергии в плазменную турбулентность из-за захвата пучка важен для определения характерных размеров и энергосодержания так называемой области источника в сильнотурбулентном спектре (раздел 2.3), состоящей из незапертых в каверны длинноволновых колебаний, которые, по нашему мнению, играют ключевую роль в генерации ЭМ излучения. Ещё одной важной особенностью интересующих нас режимов пучково-плазменного взаимодействия является формирование весьма интенсивных надтепловых хвостов на функции распределения плазменных электронов ($f_e \propto p^{-5}$). Этот хвост спадает настолько медленно, что способен оказать существенное влияние как на дисперсию ленгмюровских колебаний, так и на характерное волновое число их модуляционной неустойчивости, которое определяет размеры энергосодержащей области турбулентного спектра (раздел 2.4).

2.1. Установление турбулентного режима с постоянной мощностью накачки

Приведём здесь кратко результаты работы [93], в которой были выявлены основные особенности установления турбулентного состояния в плазме в процессе инъекции в неё сильноточного электронного пучка. Как показало одномерное численное моделирование задачи для характерных параметров установки ГОЛ-3 [50], процесс релаксации пучка можно разделить на динамическую стадию и стадию развитой турбулентности. На начальном этапе благодаря пучковой неустойчивости возбуждается регулярная ленгмюровская волна, энергия которой благодаря захвату пучка локализуется в когерентных волновых пакетах и нарастает до значений, превышающих не только порог модуляционной неустойчивости, но и тепловую энергию плазмы. Особенность перехода этого режима в турбулентное состояние связана с нарастанием коротковолновых

флуктуаций плотности плазмы, рассеяние на которых напрямую доставляет энергию плазменных колебаний из области накачки в область поглощения, минуя стадию коллапса.

После появления механизма перекачки энергии из области возбуждения в область затухания устанавливается квазистационарное турбулентное состояние, которое можно описывать статистически в терминах средней энергии турбулентности W и средней мощности накачки P . Последняя определяет то количество энергии, которое поступает в турбулентность в единицу времени от внешнего источника. Разумеется, такая же мощность поглощается частицами плазмы и характеризует скорость и эффективность ее нагрева.

Развитие коротковолновой модуляционной неустойчивости в конце динамической стадии приводит к тому, что вся энергия, запасенная в колебательном движении электронов плазмы, фактически превращается в их тепловую энергию. С ростом внутренней энергии плазмы турбулентность переходит в режим $W < nT$, при этом результаты численного моделирования [50] на этой стадии во многом повторяют результаты, полученные для случая с параметрическим возбуждением турбулентности [53]. Скорость выноса ВЧ колебаний из резонанса с пучком определяется их рассеянием на длинноволновых флуктуациях плотности $\nu = \sqrt{\langle \delta n^2 / n^2 \rangle} \sim W/nT$, а дальнейшая перекачка по спектру осуществляется как за счет эстафетного процесса рассеяния, так и за счет форсированного коллапса.

Если предположить, что за доставку энергии в область поглощения отвечает сверхзвуковой коллапс, то мощность, которую пучок накачивает в плазму в режиме сильной турбулентности, можно определить из соображений энергетического баланса

$$P \sim \frac{W}{nT} W_R \sim \sqrt{\frac{m_e}{m_i} \frac{W}{nT}} W, \quad (2.1)$$

где W_R и W – плотности энергии резонансных и нерезонансных волн. Если было бы верным предположение о линейном характере развития пучковой неустойчивости, то есть $P = \Gamma W_R$, то мощность нагрева плазмы должна была бы расти

с увеличением температуры $P \propto \Gamma^{3/2}T$. Однако в численных расчетах по длительной инжекции пучка [50] такого поведения не наблюдается. В действительности с ростом температуры турбулентность переходит в режим $\nu < \Gamma$, когда рассеяние на флуктуациях плотности не успевает разрушить нелинейные корреляционные эффекты, приводящие к захвату пучка. Расчёты показали, что несмотря на интенсивные коротковолновые флуктуации электрического поля, взаимодействие пучка с резонансными длинноволновыми гармониками является регулярным. При этом длина когерентности поля в резонансной волне оказывается достаточно большой для того, чтобы динамика пучка в этом поле оставалась нелинейной. Таким образом, в условиях недостаточно эффективной диссипации со стороны турбулентности пучок сам поглощает избыток волновой энергии, что приводит к насыщению мощности накачки на уровне, определяемом только пучковой нелинейностью. Что касается турбулентности, то она в этом режиме выполняет вспомогательную роль, обеспечивая насыщение волновой энергии на том минимальном уровне, который необходим для транспортировки заданного потока энергии в область диссипации. В этом режиме мощность накачки оказывается независимой от эволюционирующих параметров турбулентности, причем уровень ее насыщения в турбулентном состоянии совпадает с той максимальной мощностью, которую пучок теряет на динамической стадии, когда единственным нелинейным эффектом является захват его частиц полем регулярной волны.

Таким образом, в условиях длительной инжекции пучка в плазму естественным следствием нелинейной эволюции возбуждаемой пучком турбулентности является установление режима с постоянной во времени мощностью накачки, уровень насыщения которой не зависит от природы турбулентных процессов в плазме и определяется исключительно нелинейными эффектами взаимодействия пучка с резонансной волной.

2.2. Эффекты захвата пучка в двумерной задаче

В последнее время основное внимание исследователей было сфокусировано на тех режимах взаимодействия электронного пучка с плазмой, которые характерны либо для схемы быстрого поджига мишени в инерциальном термоядерном синтезе, либо для явлений в ионосферной и космической плазме. В связи с этим в теоретических и численных исследованиях последних лет предпочтение отдавалось изучению неустойчивостей электронных потоков сравнимой плотности. Так, в случае изотропной плазмы проведена ревизия результатов линейной теории, относящихся к этому режиму, и определены области параметров, в которых доминируют различные типы неустойчивых колебаний [79; 80]. С помощью двумерных [94—96] и трехмерных [82; 97; 98] PIC расчетов проведено моделирование нелинейной стадии эволюции системы плазма-пучок в рамках так называемой временной задачи и исследованы эффекты совместного нарастания филаментационно-вейбелевской и двухпоточковой неустойчивости. Что касается замагниченной плазмы, то основное внимание здесь было уделено исследованию механизмов формирования и последующего разрушения нелинейных фазовых структур (электронных дыр), возникающих в процессе насыщения двухпоточковой неустойчивости [99—104].

Данный раздел направлен на исследование сценария нелинейной эволюции пучково-плазменной системы в случае малой плотности пучка $n_b \ll n_p$, а также на изучение тех изменений, которые происходят в этом сценарии под действием внешнего магнитного поля. Очевидно, что качественно картины взаимодействия слабых и сильных пучков с плазмой оказываются во многом схожими, тем не менее, на наш взгляд, необходимо обратить более пристальное внимание на процесс последовательной перекачки энергии от одних мод к другим. Наш интерес к этому вопросу мотивирован тем, что нелинейная динамика пучка в поле возбуждаемых колебаний, приводящая к обмену энергией между модами во временной задаче, играет также важную роль и в задаче об

инжекции пучка через плазменную границу. В одномерных расчетах [50] был обнаружен режим релаксации пучка, в котором даже в состоянии развитой турбулентности с установившимся широким спектром колебаний взаимодействие пучка с резонансными волнами носило регулярный характер, причем длина когерентности поля в этих волнах оказывалась достаточной для захвата частиц пучка. Таким образом, нелинейность пучка в этих расчетах приводила к корреляции фаз резонансных гармоник и формированию когерентных волновых пакетов, мощность накачки энергии в которые благодаря захвату пучка оказывалась ограниченной. Важным аргументом против того, что такой турбулентный режим реально существует, является одномерность задачи. В связи с этим интересно выяснить, какую роль играет нелинейная динамика пучка в процессе раскачки достаточно широкого двумерного спектра колебаний и приводит ли многомодовый характер неустойчивости к разрушению нелинейных корреляций между модами. С этой целью при моделировании нелинейной стадии неустойчивости мы ограничимся рассмотрением временной задачи с периодическими граничными условиями, в которой взаимодействие резонансных с пучком мод в течение продолжительного времени обусловлено только нелинейностью пучка.

2.2.1. Параметры численного эксперимента

Рассмотрим релаксацию электронного пучка с относительной плотностью $n_b/n_p = 0.002$, направленной скоростью $v_b/c = 0.382$ (c – скорость света) и температурой $T_b = 10$ эВ в однородной плазме с температурой $T_e = 60$ эВ. Такой набор параметров представляет интерес для экспериментов по турбулентному нагреву плазмы в открытых ловушках [26]. Поскольку для удержания плазмы в этих системах используется внешнее магнитное поле B , величину которого можно характеризовать отношением циклотронной $\omega_c = eB/(m_e c)$ и плазменной $\omega_p = (4\pi e^2 n_p / m_e)^{1/2}$ частот электронов $\Omega = \omega_c / \omega_p$, имеет смысл рассмот-

реть три различных случая $\Omega = 0$, $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$ (e и m_e здесь обозначают заряд и массу электрона).

Для моделирования нелинейной эволюции пучково-плазменной системы в работе используется двумерный электромагнитный PIC код [92] с периодическими граничными условиями для частиц и полей. Расчет стартует из состояния, в котором заряд и ток движущегося вдоль x пучка полностью скомпенсирован зарядом и током плазмы. Размер области $L_x \times L_y = 360\Delta x \times 384\Delta y$ и шаг пространственной сетки $\Delta x = \Delta y = 0.02c/\omega_p$ выбраны так, чтобы моды с $k_x = 6\pi/L_x = \omega_p/v_b$ попадали в черенковский резонанс с невозмущенным пучком, а дебаевский радиус электронов плазмы был сравним с размером одной ячейки. Временное разрешение в модели выбрано равным $\tau = 0.01\omega_p^{-1}$, а приемлемый уровень шума в расчетах достигается при использовании 256 частиц каждого сорта в ячейке. Кроме электронов пучка и электронов плазмы, в модели учитывается также и динамика ионов, имеющих массу $m_i = 1836m_e$.

2.2.2. Линейная стадия неустойчивости

Выясним сначала, какие плазменные колебания оказываются неустойчивыми согласно линейной теории и как магнитное поле влияет на инкремент их нарастания. Благодаря малому разбросу пучка по скоростям неустойчивость основных мод должна развиваться в гидродинамическом режиме. В этом случае спектр собственных колебаний, существующих в системе плазма–пучок, определяется из уравнения

$$\left| k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\alpha\beta} \right| = 0, \quad (2.2)$$

где компоненты тензора диэлектрической проницаемости даются выражениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{n_b}{n\gamma^3} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2} - \frac{n_b k_y^2 v_b^2}{n\gamma \omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} - \frac{n_b}{n\gamma} \frac{(\omega - k_x v_b)^2}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= -\frac{n_b k_y v_b (\omega - k_x v_b) \omega_p^2}{n\gamma \omega^2 \left[(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2 \right]}, \\ \varepsilon_{zx} = -\varepsilon_{xz} &= i \frac{n_b k_y v_b \omega_c}{n\gamma^2} \frac{\omega}{\omega} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}, \\ \varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} &= -i \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} - i \frac{n_b}{n\gamma^2} \frac{(\omega - k_x v_b) \omega_c}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_x v_b)^2 - \omega_c^2/\gamma^2}.\end{aligned}$$

Система координат здесь выбрана таким образом, что направление движения пучка и магнитного поля совпадает с направлением x , а волновой вектор имеет компоненты $\mathbf{k} = (k_x, k_y, 0)$.

В пространственно периодической системе с размерами $L_x \times L_y$ возможные значения волновых чисел ограничены следующими дискретными наборами:

$$k_x = \frac{2\pi n}{L_x} = \frac{\omega_p n}{3v_b}, \quad k_y = \frac{2\pi m}{L_y} = \frac{\omega_p m}{3v_b} \frac{L_x}{L_y},$$

поэтому в дальнейшем положение любой моды системы на плоскости (k_x, k_y) будем характеризовать двумя целыми числами n - m . При выбранных параметрах пучка неустойчивыми оказываются колебания только с $n = 0, 1, 2, 3$. Зависимости инкремента неустойчивости от поперечного волнового числа при таких n , полученные в результате численного решения дисперсионного уравнения, показаны на рисунках 2.1(а)-(с). Видно, что при переходе от изотропной плазмы, где должны доминировать почти поперечные колебания, к плазме с сильным магнитным полем происходит полное подавление филаментационной неустойчивости и существенное снижение эффективности раскачки косых волн.

Выясним теперь, насколько детально предсказания линейной теории согласуются с результатами PIC расчетов. Как видно из рисунков 2.1 (d)-(f),

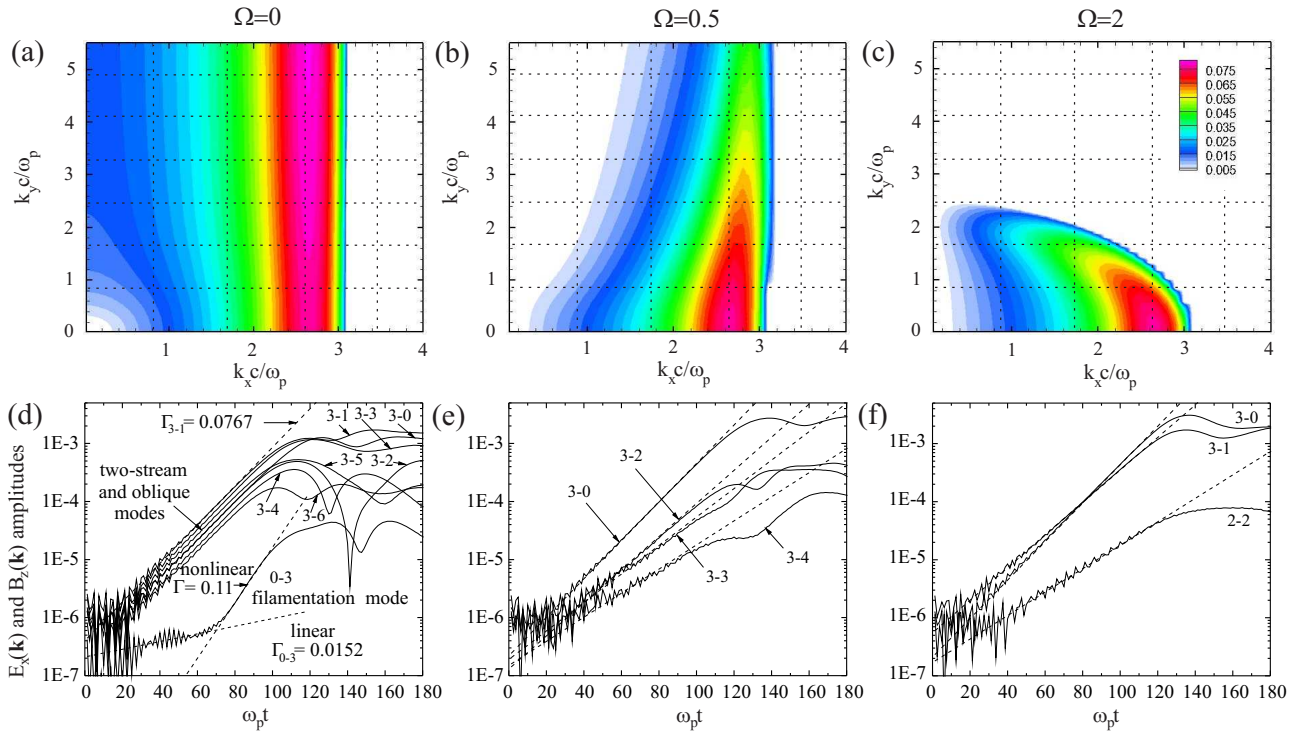


Рис. 2.1. (a)–(c) Инкременты нарастания различных мод в системе плазма-пучок, предсказываемые линейной теорией при различных значениях внешнего магнитного поля. (d)–(f) Линейная стадия нарастания амплитуд Фурье-гармоник полей E_x и B_z для основных неустойчивых мод в PIC расчетах.

амплитуды Фурье-гармоник полей E_x и B_z на начальном этапе действительно проходят стадию экспоненциального роста, но при этом не все моды растут с предсказанными инкрементами. Как показывают расчеты, нарастание доминирующих мод существенно влияет на раскачку более медленных неустойчивостей с таким же поперечным волновым числом. Действительно, из рисунка 2.1 (d) видно, что в случае изотропной плазмы скорости нарастания мод $3-m$ вплоть до больших номеров m хорошо согласуются с предсказаниями линейной теории, подтверждая гидродинамический характер наблюдаемой неустойчивости. Неустойчивость же пучковых мод $1-m$ и $2-m$ в условиях доминирования колебаний с $n = 3$ оказывается подавленной. Что касается чисто поперечных филаментационных возмущений, то на примере моды 0-3 видно, что их экспоненциальный рост с линейным инкрементом, едва заметный на фоне тепловых

шумов, довольно быстро переходит в нелинейный режим с инкрементом, существенно превышающим максимальный инкремент линейной теории. Нелинейная природа такого поведения филаментационных мод в расчетах подтверждается тем, что к моменту времени $\omega_p t = 75$ флуктуации плотности пучка по абсолютной величине оказываются сравнимыми с его невозмущенной плотностью.

В слабом магнитном поле $\Omega = 0.5$ снижение эффективности раскачки косых мод $3-m$ хорошо воспроизводится в PIC расчетах, при этом моды $1-m$ и $2-m$ по-прежнему оказываются устойчивыми. При переходе к сильному магнитному полю происходит значительное сужение спектра неустойчивых колебаний, в результате чего, кроме мод $3-0$ и $3-1$, экспоненциальный рост с предсказуемым инкрементом испытывает только мода $2-2$, которая в отличие от предыдущих случаев попадает в такой диапазон поперечных волновых чисел, внутри которого она оказывается доминирующей.

2.2.3. Нелинейная стадия

Прежде чем более детально обсуждать сценарии нелинейной эволюции системы плазма-пучок и механизмы взаимодействия мод в трех различных случаях $\Omega = 0$, $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$, опишем основные этапы нелинейной стадии взаимодействия пучка с плазмой. На рисунке 2.2 показано изменение со временем амплитуд полей E_x доминирующих мод. В изотропной плазме на начальном этапе захвата пучка наиболее высокий уровень насыщения имеют моды $3-0$ и $3-1$. Получившееся нелинейное равновесие, однако, оказывается неустойчивым относительно нарастания более коротковолновых колебаний с $n = 4$ и $n = 5$. Основную роль среди этих первоначально устойчивых колебаний играют моды с малыми углами распространения ($m = 0, 1$). Как видно из рисунка 2.2 (а), в среднем по времени рост этих колебаний является экспоненциальным, а уровень насыщения вторичной неустойчивости оказывается так высок, что мо-

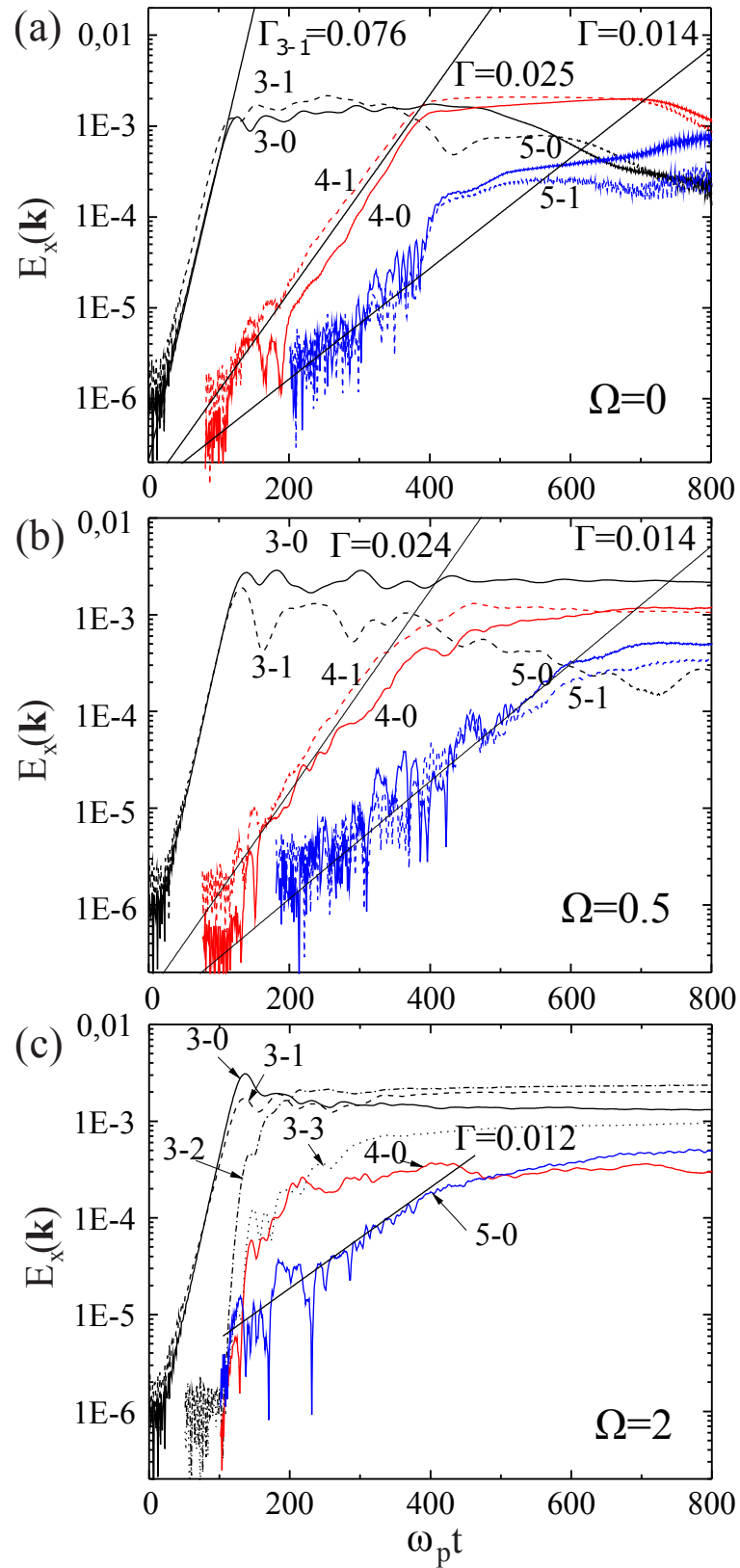


Рис. 2.2. Изменение со временем амплитуд доминирующих Фурье-гармоник поля E_x на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия при $\Omega = 0$ (a), $\Omega = 0.5$ (b) и $\Omega = 2$ (c).

ды 4-0 и 4-1 с некоторого момента времени начинают доминировать в спектре. Дальнейшее затухание всех мод связано с развитием модуляционной неустойчивости и поглощением волновой энергии электронами плазмы.

Включение слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$ не приводит к существенному изменению картины нелинейной эволюции системы. По-прежнему вслед за насыщением доминирующих в спектре первоначально неустойчивых мод 3-0 и 3-1 наблюдается раскачка вторичных неустойчивостей с теми же средними значениями инкремента, что и в случае без магнитного поля (рис. 2.2 (b)). При этом в состоянии насыщения колебания с $n = 4$ уже не играют доминирующей роли. Существенное изменение в характере спектральной перекачки энергии на нелинейной стадии неустойчивости происходит только при переходе к сильно-му магнитному полю $\Omega = 2$. В этом случае с появлением захвата пучка полями волн 3-0 и 3-1 возбуждение первоначально устойчивых косых мод 3- m становится гораздо более эффективным, чем раскачка почти продольных колебаний с $n = 4$ и $n = 5$ (рис. 2.2 (c)).

Случай изотропной плазмы $\Omega = 0$. Для более детального изучения последовательного сценария нелинейной эволюции системы плазма-пучок будем следить за тем, как меняются со временем пространственная плотность пучка $n_b(x, y)$ и его функция распределения по импульсам на фазовых плоскостях (x, p_x) и (x, p_y) (рис. 2.3).

Итак, нелинейным последствием преимущественной раскачки почти электростатических косых мод 3- m является захват пучка в направлении их распространения. Действительно, на промежутке времени от $\omega_p t = 75.1$ до $\omega_p t = 100.5$ на рисунке 2.3 отчетливо наблюдается процесс модуляции плотности пучка под действием косых волн с последующим образованием характерных вихревых структур в его фазовом пространстве. Как уже было замечено, начало этой стадии совпадает по времени с переходом филаментационной неустойчивости

в нелинейный режим раскачки. Обсудим возможный механизм нелинейного возбуждения чисто поперечных филаментационных возмущений.

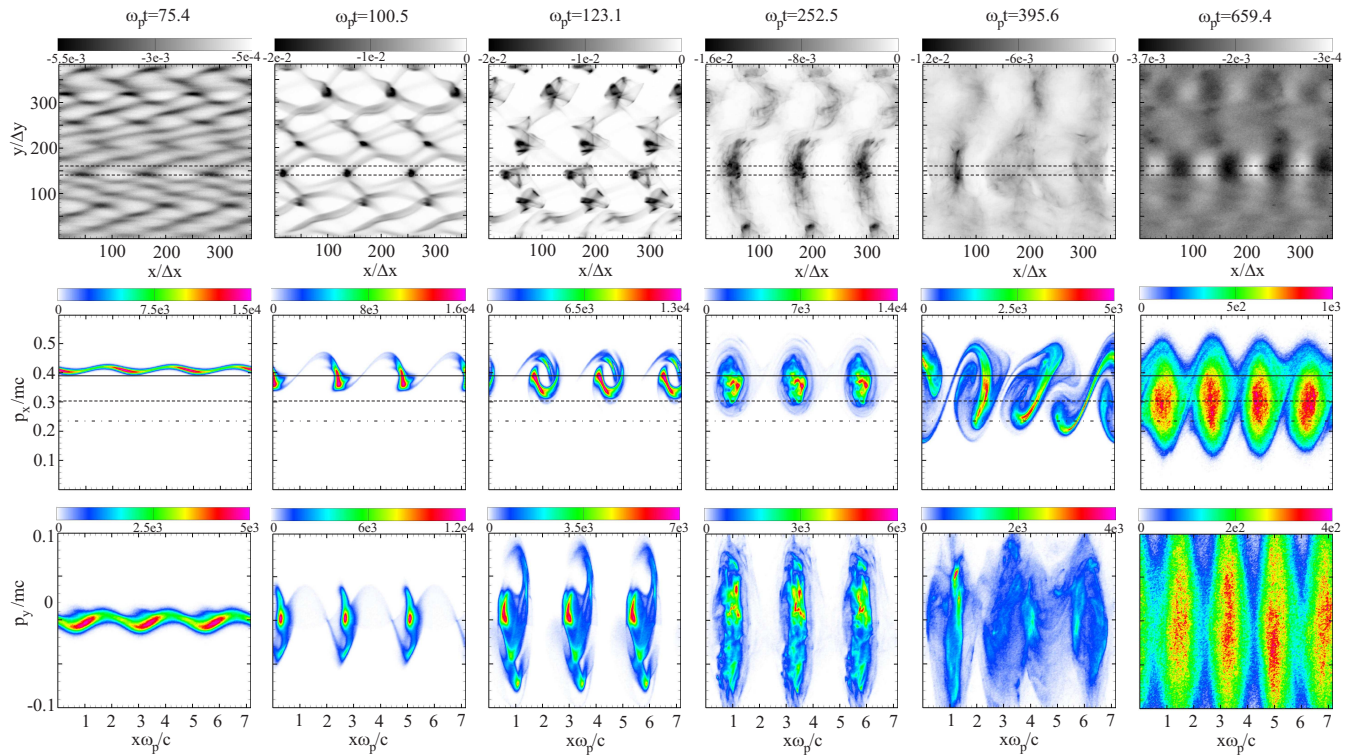


Рис. 2.3. Эволюция пространственной плотности пучка (верхний ряд) и его фазовых плоскостей (x, p_x) (средний ряд) и (x, p_y) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в изотропной плазме. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получены фазовые плоскости (x, p_x) и (x, p_y) . На фазовой плоскости (x, p_x) прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 4-0 (пунктирная) и 5-0 (штрихпунктирная).

Модуляция плотности пучка в электрическом поле неустойчивых мод $3-m$ и $3-(-m)$ приводит к нарастанию возмущений плотности со следующей структурой

$$\delta n_b \propto e^{i\omega_p(x/v_b - t) + \Gamma_{3-m}t} \cos(2\pi y m / L_y).$$

Здесь мы пренебрегли отличием вещественной части частоты моды $3-m$ от ω_p . Поскольку наравне с этим возмущением растет возмущение продольной скоро-

сти пучка под действием моды 3-0

$$\delta v_b \propto e^{i\omega_p(x/v_b - t) + \Gamma_{3-0}t},$$

в продольном токе появляются нелинейные слагаемые

$$\delta j_x \propto \delta n_b \delta v_b \propto e^{(\Gamma_{3-m} + \Gamma_{3-0})t} \cos(2\pi y m / L_y),$$

приводящие к генерации магнитного поля B_z с такой же пространственной структурой. Таким образом, на стадии, когда относительные возмущения плотности и скорости пучка еще можно считать малыми, филаментационные возмущения 0- m благодаря этому нелинейному процессу должны нарастать практически с удвоенным инкрементом Γ_{3-0} . В расчетах скорость этого роста оказывается несколько меньше, что, по-видимому, объясняется довольно быстрым выходом процесса из слабонелинейного режима.

Как видно, в процессе захвата пучок разбивается на сгустки, локализованные в пространстве как в поперечном, так и в продольном направлениях. Видно также, что вдоль x эти сгустки выстраиваются друг за другом, формируя отдельные токовые слои. Поскольку при взаимодействии с косыми волнами пучок приобретает значительный разброс по поперечным импульсам, различные токовые слои интенсивно обмениваются частицами и последовательно сливаются в один. Параллельно этому идет процесс перемешивания частиц пучка на фазовых плоскостях (x, p_x) и (x, p_y) с образованием квазистационарной нелинейной волны Бернштейна-Грина-Крускала (БГК), амплитуда которой в отличие от одномерного случая оказывается локализованной в поперечном направлении.

Исследуем теперь устойчивость образовавшейся нелинейной волны. Как уже было замечено, на данном этапе в системе начинают нарастать более коротковолновые почти продольные колебания с $n = 4$ и $n = 5$. Экспоненциальный характер нарастания вторичных неустойчивостей говорит о том, что начальная стадия их раскачки может быть описана теорией, линеаризован-

ной по амплитудам неустойчивых возмущений. В качестве невозмущенного состояния, однако, в нашем случае нельзя рассматривать однородную систему плазма-пучок пусть и с увеличенным разбросом пучка. Механизм возбуждения колебаний здесь отличен от черенковского. Как видно из рисунков 2.2 и 2.3, неустойчивость моды 5-0, например, начинает нарастать раньше, чем появляются частицы пучка, удовлетворяющие условию черенковского резонанса (на плоскости (x, p_x) импульс, соответствующий фазовой скорости этой моды, обозначен штрихпунктирной линией). Более адекватным теоретическим подходом в данном случае является анализ устойчивости одномерной (однородной вдоль y) нелинейной БГК-волны, представляющей собой точное стационарное решение системы уравнений Власова–Пуассона. Согласно теории, развитой в работах [105; 106], эффективный обмен энергией между плазменными колебаниями с частотой ω и волновым числом k и нелинейной БГК-волной с фазовой скоростью v_0 и баунс-частотой ω_b осуществляется при выполнении следующих резонансных условий $\omega = kv_0 + N\omega_b$. Вычислим в рамках этой теории инкременты нарастания продольных мод 4-0 и 5-0, раскачиваемых на резонансах $N = -1$ и $N = -3$ соответственно.

Воспользуемся результатами работы [106], сделав следующие упрощения. Будем считать, что подавляющая часть частиц пучка сконцентрирована на дне потенциальной ямы с параболическим профилем $V(x) = -e\varphi_0(1 - k_0^2 x^2/2)$, а их функция распределения $f(W)$ постоянна внутри следующего диапазона энергий $-e\varphi_0 < W < -0.9e\varphi_0 = W_0$ (φ_0 здесь обозначает амплитуду электрического потенциала в нелинейной БГК-волне). Все частицы пучка тогда совершают баунс-колебания с одинаковой частотой $\omega_b = k_0(e\varphi_0/m)^{1/2}$, а их максимальное отклонение от центра ямы определяется длиной

$$a = \frac{1}{k_0} \sqrt{2 \left(\frac{W_0}{e\varphi_0} + 1 \right)}.$$

Теория Гольдмана [106] в этом случае дает следующее дисперсионное уравнение

$$(\varepsilon(k, \omega) + \chi_{0,0}) (\varepsilon(k - 2k_0, \omega - 2\omega_0) + \chi_{-2,-2}) = \chi_{0,-2}^2, \quad (2.3)$$

где

$$\chi_{l,s} = -\omega_p^2 \frac{n_T}{n_p} \sum_{N=1}^{\infty} \frac{4N^2 J_N(z_l) J_N(z_s)}{z_l z_s ((\omega - kv_0)^2 - N^2 \omega_b^2)},$$

$\varepsilon(k, \omega)$ – линейная диэлектрическая проницаемость плазмы без БГК-волны, J_N – функции Бесселя от аргумента $z_j = (k + jk_0)a$, а n_T – средняя по длине плотность захваченных частиц. Для вычисления инкремента нарастания моды 4-0 в дисперсионном уравнении достаточно учесть вклады резонансов только с $N = 1$. Численное решение этого уравнения тогда дает следующую зависимость инкремента неустойчивости от баунс-частоты захваченных электронов (рис. 2.4).

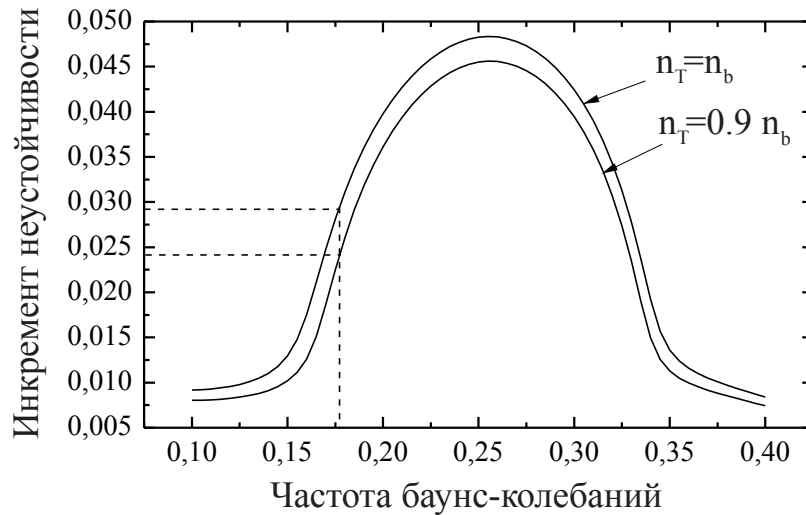


Рис. 2.4. Зависимость инкремента нарастания моды 4-0 от баунс-частоты захваченных электронов в одномерной БГК-волне.

Из рисунка 2.4 видно, что при той амплитуде нелинейной волны, которая наблюдается в PIC расчетах, наилучшее согласие теории с численным экспериментом достигается при условии, что эффективная плотность частиц, захваченных на дне потенциальной ямы, оказывается несколько меньше полной плотности пучка $n_T = 0.9n_b$. Если в полученном дисперсионном уравнении при тех же параметрах нелинейной волны учесть вклады резонансов с $N = 3$, то удастся объяснить также и неустойчивость моды 5-0, инкремент нарастания которой предсказывается на уровне $\Gamma/\omega_p \simeq 0.015$. Кроме строго продольных мод

4-0 и 5-0, которые могут быть предсказаны теорией, в расчетах со сравнимыми инкрементами нарастают также и колебания с малыми углами распространения 4- m и 5- m .

Что касается нелинейного насыщения вторичных неустойчивостей, то этот процесс на промежутке времени $\omega_p t = 395.6 \div 659.4$ (рис. 2.3) сопровождается трансформацией БГК-волны с $n = 3$ в другую БГК-волну с $n = 4$. Из характера движения частиц пучка на фазовой плоскости (x, p_x) видно, что энергия в моду 4-0 поступает не только от пучка, который замедляется при захвате в эту более медленную волну, но и от первоначально доминирующей моды 3-0, которая в процессе нелинейного взаимодействия с другими модами теряет практически всю свою энергию.

На следующей стадии в игру вступают плазменные нелинейности, и образовавшаяся БГК-волна с $n = 4$ разрушается благодаря локальному (по y) развитию модуляционной неустойчивости с последующим нагревом части электронов плазмы.

Случай слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$. В слабом магнитном поле благодаря снижению эффективности раскачки косых волн основную роль на нелинейной стадии неустойчивости играют две моды 3-0 и 3-1. Насыщение роста их амплитуд определяется захватом пучка, причем в выбранной локальной по y области этот процесс практически не отличается от одномерного. Рисунок 2.5 действительно показывает, что в моменты времени $\omega_p t = 115.6$ и $\omega_p t = 252.5$ на фазовой плоскости (x, p_x) идет процесс перемешивания частиц внутри области захвата, определяемой модой 3-0, без заметного изменения разброса пучка по поперечным импульсам.

Благодаря последующему затуханию моды 3-1 в системе формируется почти одномерная БГК-волна. Поскольку амплитуда этой нелинейной волны сравнима с той, которая образуется в изотропной плазме, вторичные неустойчивости почти продольных мод с $n = 4$ и $n = 5$ растут с такими же средними

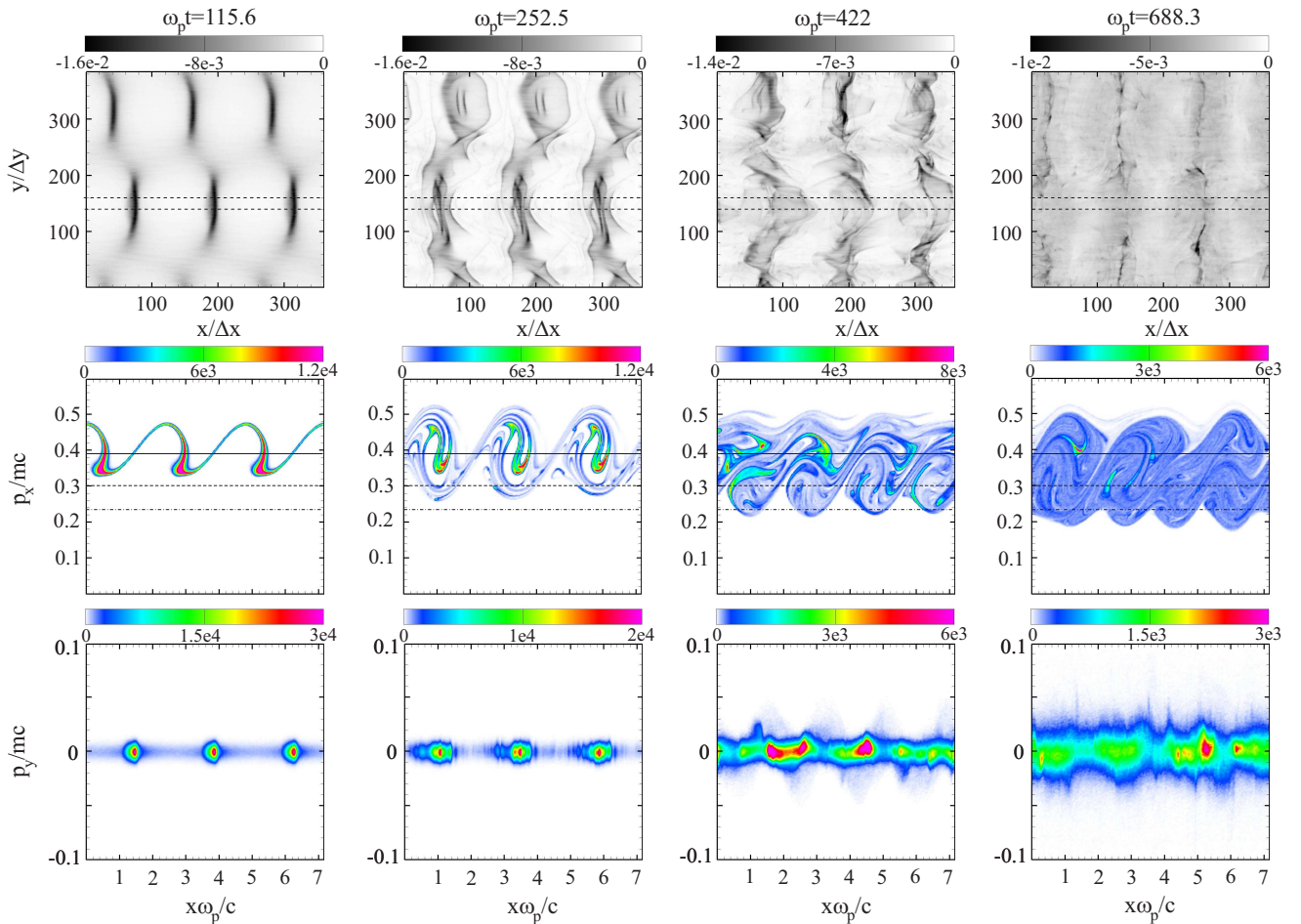


Рис. 2.5. Эволюция пространственной плотности пучка (верхний ряд) и его фазовых плоскостей (x, p_x) (средний ряд) и (x, p_y) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в случае слабого магнитного поля $\Omega = 0.5$. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получены фазовые плоскости (x, p_x) и (x, p_y) . На фазовой плоскости (x, p_x) прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 4-0 (пунктирная) и 5-0 (штрихпунктирная).

инкрементами, что и в предыдущем случае (рис. 2.2(b)). Однако насыщение этих колебаний теперь не сопровождается почти полной перекачкой энергии из первоначально неустойчивых мод в более коротковолновую часть спектра. Как видно из рисунка 2.5, демонстрирующего фазовую плоскость (x, p_x) в моменты времени $\omega_p t = 422$ и $\omega_p t = 688.3$, частицы пучка одновременно совершают сложные вихревые движения как в поле волн с $n = 3$, так и в поле вторичных

колебаний с $n = 4$. Что касается поперечного разброса пучка, представленного на фазовой плоскости (x, p_y) , то его увеличение под действием косых волн 4-1 и 4-2 оказывается гораздо более слабым по сравнению со случаем изотропной плазмы.

Таким образом, включение слабого магнитного поля существенно уменьшает роль косых неустойчивостей, благодаря чему нелинейная стадия пучково-плазменного взаимодействия начинается с квазиодномерного захвата пучка полем почти продольно распространяющихся ленгмюровских волн. Формирование БГК-волны приводит к нарастанию вторичных sideband неустойчивостей. В отличие от предыдущего случая нелинейное взаимодействие между первоначально неустойчивыми и вторичными модами оказывается более слабым и не приводит к полной перекачке волновой энергии в более коротковолновые колебания с малыми углами распространения. В квазистационарном состоянии доминирующие в спектре моды 3-0 и 4-0 теперь имеют сравнимые амплитуды.

Случай сильного магнитного поля $\Omega = 2$. В сильном магнитном поле спектр линейно неустойчивых колебаний значительно сужается. По-прежнему насыщение роста доминирующих мод 3-0 и 3-1 определяется захватом пучка, причем роль косой моды оказывается здесь более заметной. На рисунке 2.6, где показаны пространственные распределения продольного электрического поля E_x и плотности пучка, а также его фазовая плоскость (x, p_x) , видно, что захват частиц в различных областях по y начинается в разное время. К моменту $\omega_p t = 187.1$, когда еще не произошло фазовое перемешивание частиц и образование квазистационарной БГК-волны, в системе уже успевают раскачаться первоначально устойчивые колебания 3-2, 3-3 и 4-0. Все эти моды попадают в черенковский резонанс с захваченным пучком, однако скачкообразный характер их нарастания не позволяет однозначно выяснить, какой из механизмов раскачки (черенковский или нелинейный) играет определяющую роль.

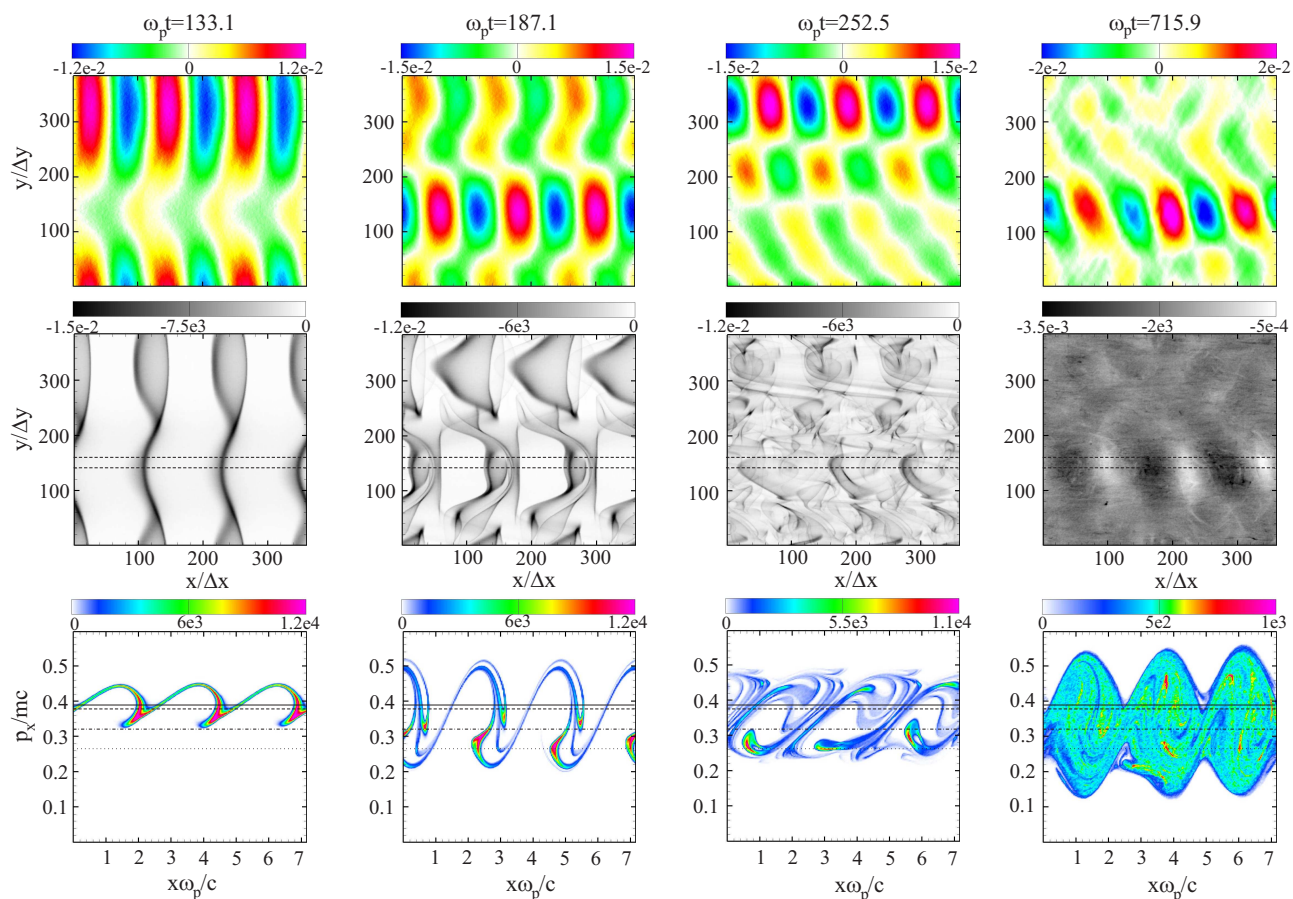


Рис. 2.6. Эволюция пространственного распределения поля E_x (верхний ряд), пространственной плотности пучка (средний ряд) и его фазовой плоскости (x, p_x) (нижний ряд) на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия в случае сильного магнитного поля $\Omega = 2$. На карте плотности пучка выделена область, усреднением по которой получена фазовая плоскость (x, p_x) . На фазовой плоскости прямыми линиями обозначены импульсы электронов, попадающих в черенковский резонанс с модами 3-0 (сплошная), 3-1 (пунктирная), 3-2 (штрихпунктирная) и 3-3 (точечная).

Как видно из рисунка 2.2(с), после насыщения вторичных неустойчивостей в спектре доминируют моды 3- m , причем наибольшую амплитуду имеет косая волна 3-2. Чтобы определить, к какой ветви плазменных колебаний принадлежат вторичные моды с $m \geq 2$, необходимо определить вещественную часть их частоты. Это можно сделать, зная соотношение между компонентами

полей E_x , E_y и B_z

$$\omega(\mathbf{k}) = \frac{c}{B_z(\mathbf{k})} (k_x E_y(\mathbf{k}) - k_y E_x(\mathbf{k})).$$

Подстановка в эту формулу результатов численных расчетов показала, что частота интересующих нас мод хорошо совпадает с частотой замагниченных электронных колебаний или так называемых электростатических вистлеров.

Доминирование в спектре мод с $n = 3$ хорошо заметно также и на фазовой плоскости пучка. На рисунке 2.6 с момента времени $\omega_p t = 252.5$ отчетливо видны вихревые структуры, образуемые модами $3-m$ с различными номерами m . Благодаря различию в продольной фазовой скорости, области захвата этих мод движутся относительно друг друга, однако когда x -координаты центров образуемых ими потенциальных ям сравниваются, поля различных мод когерентно складываются, образуя единую потенциальную яму, в которой происходит перемешивание частиц из различных зон захвата. Как видно из пространственной структуры электрического поля и плотности пучка в моменты времени $\omega_p t = 252.5$ и $\omega_p t = 715.9$, область, в которой происходит когерентное сложение полей различных мод, локализована в поперечном направлении и движется вдоль y . Интенсивное перемешивание частиц в этой области приводит к тому, что нелинейное взаимодействие мод с одинаковым продольным волновым числом оказывается гораздо более эффективным, чем взаимодействие мод с различными n .

Таким образом, в плазме с достаточно сильным магнитным полем нелинейное взаимодействие между модами через общие захваченные частицы приводит к преимущественной перекачке энергии из первоначально неустойчивых волн в косые волны с тем же самым продольным волновым числом. Несмотря на нелинейное возбуждение колебаний, распространяющихся под углом к направлению магнитного поля, разброс пучка по поперечным импульсам в этом случае остается неизменным на протяжении всего процесса взаимодействия с плазмой.

2.2.4. Обсуждение результатов моделирования

Итак, двумерные численные расчеты показали, что коллективное взаимодействие холодного электронного пучка малой плотности с изотропной плазмой идет по следующему сценарию. Преимущественная линейная раскачка косых волн заканчивается захватом пучка в направлении их распространения и увеличением его разброса по поперечным импульсам. Что касается филаментационной неустойчивости, то линейная теория для неё в нашем случае предсказывает довольно низкие значения инкремента. Несмотря на это, с некоторого момента времени поперечные электромагнитные возмущения в системе демонстрируют быстрый рост благодаря нелинейному взаимодействию первоначально неустойчивых колебаний. Одновременное нарастание двухпоточковой, косой и филаментационной неустойчивости приводит к тому, что пучок разбивается на отдельные сгустки, локализованные как в продольном, так и поперечном направлении. Токовые слои, сформированные из этих сгустков, затем проходят стадию последовательных слияний с последующим образованием квазистационарной БГК-волны, амплитуда которой локализована по y . Данное нелинейное равновесие оказывается неустойчивым относительно колебаний, частота которых в системе отсчета БГК-волны кратна баунс-частоте захваченных электронов, при этом инкремент нарастания вторичных продольных волн хорошо предсказывается одномерной теорией. На стадии насыщения вторичных неустойчивостей нелинейное взаимодействие между модами приводит к тому, что волновая энергия из первоначально неустойчивых мод почти полностью передается более коротковолновым колебаниям с малыми углами распространения. Благодаря этому в системе сначала формируется локализованная по y ВГК-волна с $k_{\parallel} > \omega_p/v_b$, а затем происходит её разрушение из-за развития модуляционной неустойчивости.

Включение слабого магнитного поля уменьшает роль косых неустойчивостей, благодаря чему нелинейная стадия взаимодействия пучка с плазмой

начинается с квазиодномерного захвата и формирования одномерной БГК-волны и не сопровождается увеличением разброса пучка по поперечным импульсам. Несмотря на то, что sideband неустойчивости более коротковолновых колебаний 4- m и 5- m растут с такими же средними инкрементами, что и в изотропной плазме, уровень насыщения вторичных мод оказывается более низким. Направление перекачки волновой энергии преимущественно вдоль k_{\parallel} на стадии насыщения в этом случае сохраняется, однако эффективность нелинейного взаимодействия между первичными и вторичными модами уменьшается.

Переход к сильному магнитному полю почти не влияет на начальную стадию захвата пучка линейно неустойчивыми волнами с почти продольным распространением, зато существенно модифицирует спектр вторичных колебаний, возникающих в процессе нелинейного взаимодействия между модами через общие захваченные частицы. Теперь волновая энергия из первоначально неустойчивых колебаний более эффективно передается косым волнам с тем же самым значением продольного волнового числа. Это означает, что поток энергии в данном случае преимущественно направлен вдоль k_{\perp} .

Чтобы понять причину, благодаря которой с увеличением магнитного поля меняется направление перекачки волновой энергии на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия, рассмотрим все типы плазменных колебаний, которые попадают в черенковский резонанс с захваченным пучком. На рис. 2.7 представлены зависимости импульса электрона, вычисленного по продольной фазовой скорости волны

$$\frac{p_w}{mc} = \left(\left(\frac{k_{\parallel} c}{\omega_{\mathbf{k}}} \right)^2 - 1 \right)^{-1/2},$$

от поперечного волнового числа для различных типов колебаний и различных значений магнитного поля. Квадратами здесь отмечены моды, разрешенные конечными размерами системы, а их цвет указывает на величину амплитуды, до которых успели дорасти эти моды к концу расчета. Различие между двумя случаями $\Omega = 0.5$ и $\Omega = 2$ связано с тем, что на дисперсионных кривых

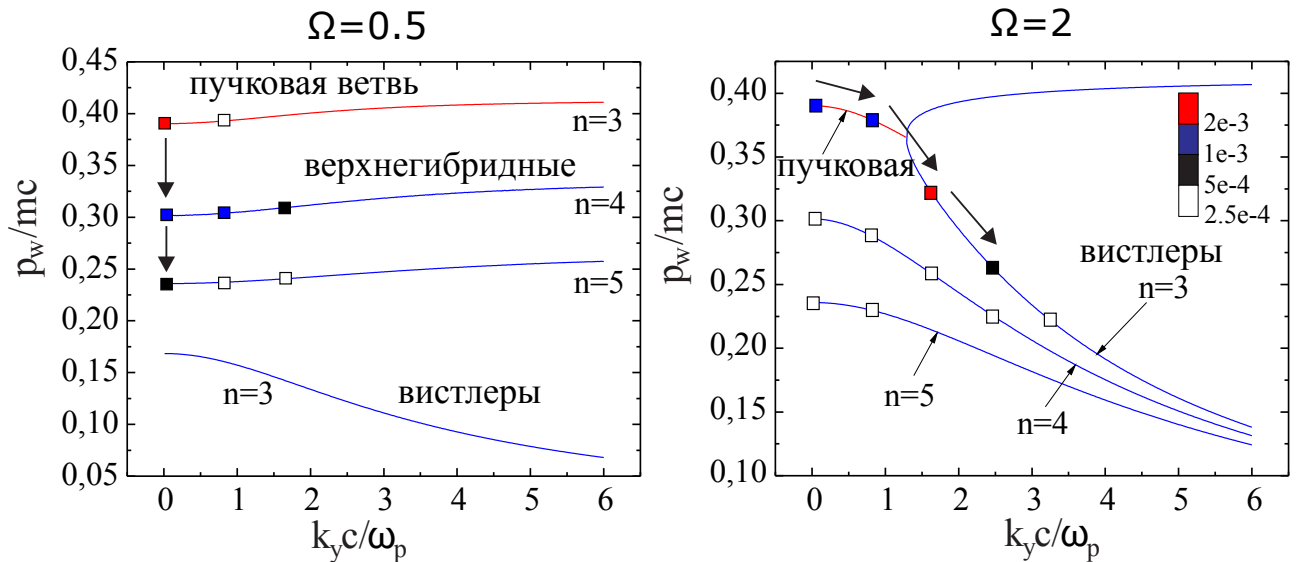


Рис. 2.7. Зависимость импульса электрона, вычисленного по продольной фазовой скорости волны, от поперечного волнового числа в слабом $\Omega = 0.5$ и сильном $\Omega = 2$ магнитном поле (красными линиями выделены линейно неустойчивые ветви колебаний, синими — линейно устойчивые).

неустойчивая пучковая ветвь в слабом магнитном поле соединяется с ветвью верхнегибридных колебаний, а в сильном поле с ветвью вистлеров. В первом случае фазовая скорость на неустойчивой ветви растет с ростом k_{\perp} , а во втором падает, причем при переходе с этой ветви на первоначально устойчивые вистлеры с $n = 3$ фазовая скорость продолжает уменьшаться. Таким образом, для объяснения наблюдаемого распределения волновой энергии между модами можно сформулировать следующие правила. (i) Взаимодействие различных мод через общие захваченные частицы оказывается более эффективным, если моды имеют одинаковое продольное волновое число (это видно из характера движения частиц на фазовой плоскости (x, p_x)), и (ii) энергия в процессе нелинейного взаимодействия между модами передается волнам с меньшей фазовой скоростью. Это объясняет, почему в слабом поле линейно неустойчивые моды $3-m$ с $m > 0$, несмотря на достаточно большой инкремент нарастания, либо стабилизируются на весьма низком уровне, либо, как мода $3-1$, теряют свою энергию на более поздней нелинейной стадии. В отсутствие более медленных

колебаний с $k_{\parallel} = \omega_p/v_b$ волновая энергия в слабом поле начинает перекачиваться в волны с $k_{\parallel} > \omega_p/v_b$, которые нарастают благодаря sideband неустойчивости. В сильном магнитном поле, напротив, открывается возможность эффективной передачи энергии от первоначально неустойчивых мод 3-0 и 3-1 более медленным электростатическим вистлерам с таким же k_{\parallel} , благодаря чему на нелинейной стадии взаимодействия пучка с плазмой в этом случае возбуждаются преимущественно косые волны.

2.3. Модель спектра сильной турбулентности

Для последующих оценок мощности излучения турбулентной пучково-плазменной системы будем использовать модель сильной ленгмюровской турбулентности, впервые предложенную в работе [52] и подтверждённую затем в численных расчётах [53]. Согласно этой модели в незамагниченной плазме изотропный турбулентный спектр делится на три характерных части: область источника, инерционный интервал и область диссипации (рис. 2.8). Область

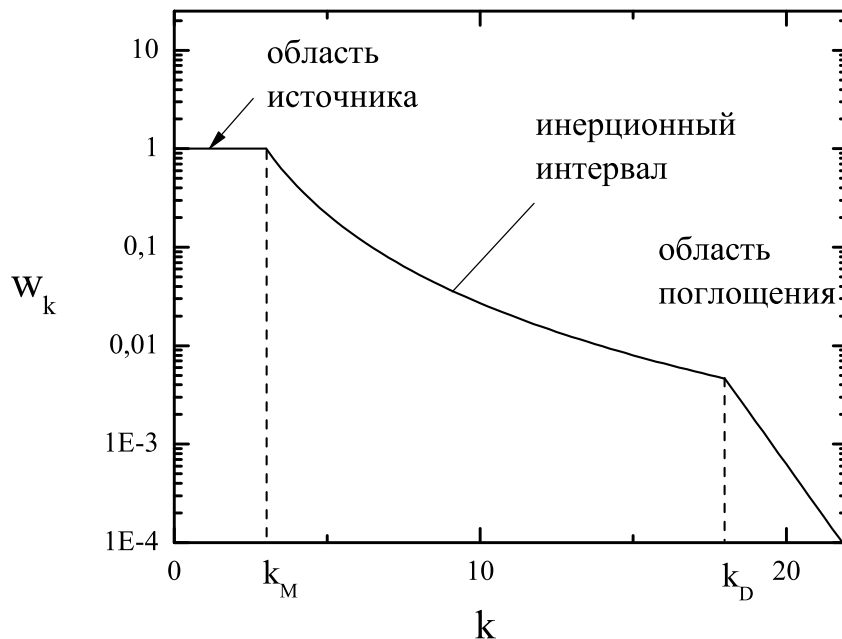


Рис. 2.8. Характерный вид спектра сильной ленгмюровской турбулентности.

источника заселяется свободными ленгмюровскими колебаниями с $k < k_M \simeq \sqrt{W/(nT)}/r_D$, которые появляются в этой части спектра за счёт рассеяния резонансных с пучком колебаний на длинноволновых флуктуациях плотности плазмы. В инерционном интервале, который характеризуется степенной зависимостью $W_k \propto k^{-\sigma}$, плазменные колебания захватываются в локальные ямы плотности плазмы, возникающие в процессе развития модуляционной неустойчивости, и благодаря последующему коллапсу этих ям перекачивают свою энергию в коротковолновую часть спектра. При больших волновых числах k в игру вступают различные диссипативные процессы, приводящие к быстрому спаду спектральной плотности волновой энергии.

Таким образом, полная мощность излучения вблизи гармоник плазменной частоты в сильнотурбулентной плазме содержит в себе как вклад длинноволновых колебаний из области источника, в которых концентрируется основная часть волновой энергии, так и вклад запертых в каверны колебаний, способных на финальных стадиях коллапса достигать весьма высокой локальной плотности энергии и генерировать короткие вспышки излучения, несмотря на относительно малое энергосодержание.

Определим теперь уровень насыщения плотности волновой энергии W , который устанавливается при заданной мощности пучковой накачки P , и оценим характерные длительности вспышек излучения, которые возникают в отдельных актах коллапса. Условие постоянства потока энергии на различных участках спектра можно записать в виде

$$P \approx \omega_p \sqrt{\frac{\langle \delta n^2 \rangle}{n^2}} W_R \approx \lambda(W) \omega_p \sqrt{\frac{m_e W}{m_i n T}} W. \quad (2.4)$$

Первое уравнение означает равенство между той мощностью, которая поступает от пучка в резонансные волны с плотностью энергии W_R , и мощностью их диссипации, обусловленной рассеянием на длинноволновых возмущениях плотности плазмы. Величина среднеквадратичного возмущения плотности при этом определяется из уравнения баланса между высокочастотным давлением, созда-

ваемым колебаниями из области источника с энергией W , и газокинетическим давлением плазмы

$$\sqrt{\frac{\langle \delta n^2 \rangle}{n^2}} = \alpha \frac{W}{nT},$$

где $\alpha = 0.7$ – численный коэффициент, который был получен в двумерных численных расчетах (аналогичный результат предсказывается и в рамках двухкомпонентной модели сильной турбулентности [107] для 3D случая). Во втором уравнении мощность, приходящая в область источника из области пучковой накачки, уравнивается мощностью, поглощаемой в процессе коллапса. Следуя работе [53], в выражение для скорости спектральной перекачки энергии в коллапсирующих кавернах, помимо инкремента модуляционной неустойчивости, мы включаем дополнительный множитель $\lambda(W) = 2\lambda(W/nT)^{1/2}$, учитывающий конечное время, которое требуется на переход коллапса в автомоделный режим ($\lambda \simeq 0.7$).

Традиционные представления, предполагающие линейный отклик пучка на поле резонансных волн, дают следующую оценку для мощности пучковой накачки: $P = 2\Gamma W_R$ (Γ – инкремент пучковой неустойчивости). В интересующих нас экспериментах на установке ГОЛ-3 есть указания на то, что релаксация пучка проходит в режиме захвата [49], при котором основную роль в насыщении энергии возбуждаемых когерентных волновых пакетов играет пучковая нелинейность. Одномерные численные расчёты [50] показали, что скорость накачки энергии в резонансные волны действительно не зависит от деталей эволюционирующего турбулентного спектра и остаётся на постоянном уровне в течение длительной инъекции пучка. В связи с этим мощность накачки в уравнениях баланса следует считать постоянной величиной $P = \text{const}$, известной из эксперимента. Поскольку в стационарном состоянии мощность накачки совпадает с мощностью нагрева плазмы, её величину можно оценивать по формуле $P = \beta n T_0 / \tau_0 = 100 \text{ кВт/см}^3$, в которой предполагается, что плазма с плотностью $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ за время $\tau_0 = 3 \text{ мкс}$ нагревается до температуры

$T_0 = 1$ кэВ. Наличие численного коэффициента $\beta = 6$ отражает тот факт, что большая часть поглощённой волновой энергии расходуется на формирование надтеплого хвоста на функции распределения плазменных электронов.

Волновая энергия, сосредоточенная в резонансных W_R и нерезонансных W колебаниях, определяется тогда соотношениями

$$\frac{W}{nT} \approx \frac{1}{\sqrt{2\lambda}} \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/4} \left(\frac{P}{\omega_p nT} \right)^{1/2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{W_R}{W} \approx \frac{2\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}, \quad (2.6)$$

а характерное время коллапса каверны, оценивается как

$$\tau_c \sim \frac{1}{2\lambda\omega_p} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \frac{nT}{W}.$$

Для типичных параметров установки ГОЛ-3 ($T = 1$ кэВ) энергия турбулентности поднимается до уровня $W/nT = 0.01$, а время коллапса составляет 3–4 нс, что совпадает с характерным временем наблюдаемых в эксперименте вспышек излучения. Это означает, что импульсный характер электромагнитной эмиссии в этих экспериментах может быть объяснён традиционной картиной коллапса и не вступает в противоречие с выбранной нами моделью сильной турбулентности. В связи с этим в дальнейших расчётах мощности излучения мы будем пользоваться теми оценками, которые даёт эта модель для энергии турбулентности и размера области её локализации в k -пространстве.

В замагниченной плазме модуляционная неустойчивость должна первоначально создавать вытянутые поперёк магнитного поля каверны. Однако в процессе своей эволюции такие каверны теряют плазмоны и оказываются неустойчивыми по отношению к более мелкомасштабным возмущениям с $k \sim k_M$. Рассеяние же на этих мелких кавернах быстро населяет область $k_{\perp} \sim k_M$ свободными ленгмюровскими колебаниями и приводит к изотропизации спектра в области источника.

2.4. Влияние интенсивных хвостов надтепловых электронов на развитие модуляционной неустойчивости

Характерной чертой развития турбулентности в системе плазма-пучок является формирование надтепловых хвостов на функциях распределения плазменных электронов. Такие хвосты часто наблюдаются как в космической, так и в лабораторной плазме. В частности, было замечено, что распределение электронов в плазме солнечного ветра хорошо аппроксимируется семейством так называемых каппа-функций, спадающих по степенному закону в области высоких энергий (см. обзорную статью [108] и цитируемую там литературу). Кроме того, недавно было показано, что упомянутые каппа-распределения являются асимптотически стационарными решениями уравнений слабой турбулентности, в которых самосогласованно учитывается как эволюция спектра турбулентности, так и эволюция спектра частиц [109]. В лабораторных экспериментах пучково-плазменное взаимодействие оказывается гораздо более сильным, чем в солнечном ветре, в результате чего в плазме происходит формирование настолько мощного надтеплого хвоста, что подавляющая часть кинетической энергии плазмы оказывается сосредоточенной в небольшой популяции надтепловых электронов. Именно такое медленно спадающее в пространстве импульсов распределение $f \propto p^{-5}$ наблюдалось в экспериментах по турбулентному нагреву плазмы в открытой ловушке ГОЛ-3 [91].

Очевидно, что наличие столь интенсивного хвоста на функции распределения плазменных электронов должно приводить к существенной модификации как дисперсионных свойств плазмы, так и различных нелинейных процессов, ответственных за формирование турбулентного спектра. В интересующих нас экспериментах [25] релаксация мощных электронных пучков в плазме протекает в режиме сильной турбулентности, поэтому ключевым нелинейным процессом, выводящим плазменные колебания из резонанса с пучком, является модуляционная неустойчивость. Цель данного раздела состоит в исследовании

того влияния, которое оказывают надтепловые электроны как на линейную дисперсию собственных мод плазмы, так и на эффективность раскачки модуляционной неустойчивости резонансной с пучком волны. Наш интерес к этой проблеме связан с необходимостью интерпретации экспериментальных данных об интенсивности и частотном спектре электромагнитного излучения, генерируемого в плазме на второй гармонике плазменной частоты. Проведенные недавно вычисления мощности такого излучения [57] базировались на известной аналитической модели сильной турбулентности, согласно которой характерное волновое число модуляционных возмущений определяет размеры энергосодержащей области спектра, а инкремент их раскачки позволяет оценить уровень насыщения волновой энергии. Таким образом, исследование особенностей развития модуляционной неустойчивости в существенно немаксвелловской плазме позволит установить, насколько сильно надтепловые электроны модифицируют основные параметры излучающей части турбулентного спектра.

Исследование дисперсии и затухания Ландау ленгмюровской волны в изотропной плазме со степенным спектром надтепловых частиц с учетом релятивистских эффектов проводилось недавно в работе [110] применительно к распределению электронов, возникающему в космической плазме вблизи орбиты Земли. В данной работе проводится изучение дисперсионных свойств гораздо более горячей немаксвелловской плазмы, наблюдаемой в пучково-плазменных экспериментах. Особое внимание при этом уделяется анализу корректности применения различных приближенных подходов. Исследования модуляционной неустойчивости в плазме с релятивистским распределением Максвелла-Юттнера [111] или с нерелятивистскими степенными хвостами [112] также являются в последнее время весьма актуальными. В данном разделе описание модуляционной неустойчивости ленгмюровской волны в изотропной плазме со степенным хвостом проводится с учетом релятивистских эффектов.

В разделе 2.4.1 мы получаем численное решение дисперсионного уравнения для потенциальных колебаний изотропной немаксвелловской плазмы и

проводим сравнение с решениями, полученными в рамках гидродинамического и кинетического приближений. В разделе 2.4.2 мы выводим уравнение модуляционной неустойчивости, учитывающее влияние релятивистских кинетических эффектов на дисперсию ВЧ колебаний, и сравниваем численное решение со случаем максвелловской плазмы.

2.4.1. Законы дисперсии потенциальных колебаний плазмы

Для линейного анализа собственных колебаний немаксвелловской плазмы будем считать ионы холодными, а для электронов будем использовать изотропную функцию распределения

$$f(\mathbf{p}) = \frac{C_0}{4\pi} \frac{H(p_h - p)}{(p^2 + \Delta p^2)^{5/2}}, \quad (2.7)$$

где $H(p_h - p)$ – функция Хевисайда, p_h – пороговое значение импульса, выше которого в плазме отсутствуют частицы, Δp – характерный разброс плазменных электронов по импульсам, а $C_0 = 3\Delta p^2 / \sin^3(p_h / \Delta p)$ – коэффициент, соответствующий нормировке $\int f d\mathbf{p} = 1$. Именно такой функцией с характерными параметрами $\Delta p = 0.066m_e c$ и $p_h = 5m_e c$ (m_e – масса покоя электрона, c – скорость света) может быть описано распределение электронов, наблюдаемое в пучково-плазменных экспериментах на установке ГОЛ-3 (рис. 2.9). Особенность этого распределения состоит в том, что при достаточно малых импульсах $p < \tilde{p} = 2\Delta p$ оно не слишком сильно отличается от максвелловского распределения с температурой $T = 1$ кэВ, а при больших импульсах $p > \tilde{p}$ спадает по степенному закону $f \propto p^{-5}$ так медленно, что подавляющая часть кинетической энергии плазмы оказывается сосредоточенной в хвосте распределения. Действительно, хвостовая часть такого распределения ($p > \tilde{p}$) содержит 28% частиц и 89% кинетической энергии. При этом эффективная температура всего распределения составляет величину

$$T_{eff} = \frac{2}{3} \int m_e c^2 (\gamma - 1) f d\mathbf{p} = 6.5 \text{ keV}, \quad (2.8)$$

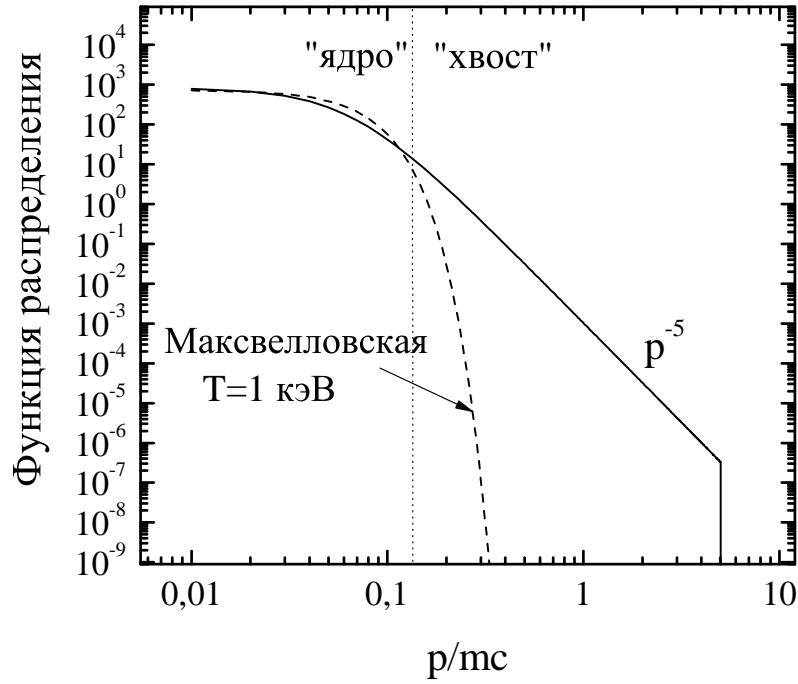


Рис. 2.9. Распределение плазменных электронов по импульсам $f(\mathbf{p})$ при параметрах, характерных для экспериментов на ГОЛ-3.

а температура ядра распределения с относительной плотностью $n_c = 72\%$ оказывается существенно ниже

$$T_c = \frac{2}{3n_c} \int_{p < \tilde{p}} m_e c^2 (\gamma - 1) f d\mathbf{p} = 0.97 \text{ keV} \quad (2.9)$$

(γ – релятивистский фактор).

Хорошо известно, что в максвелловской плазме законы дисперсии ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний даются выражениями:

$$\omega_\ell \simeq 1 + \frac{3}{2} k^2 T, \quad (2.10)$$

$$\omega_s \simeq \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{kT^{1/2}}{\sqrt{1 + k^2 T}}. \quad (2.11)$$

Здесь все частоты измеряются в единицах плазменной частоты $\omega_p = (4\pi e^2 n / m_e)^{1/2}$, где e – заряд электрона, а n – плотность плазмы, волновые числа k выражены в единицах ω_p / c , а температура электронов T – в единицах

$m_e c^2$. Эти формулы допускают простую интерпретацию на основе гидродинамических представлений, согласно которым возмущение давления электронов $\delta p = \gamma_e \delta n T$ является основной возвращающей силой в медленных ($\gamma_e = 1$) звуковых колебаниях плазмы и дополнительной возвращающей силой в быстрых ($\gamma_e = 3$) ленгмюровских колебаниях. При интуитивном обобщении этих представлений на случай существенно немаксвелловской плазмы возникает вопрос о том, какая из величин (T_{eff} или T_c) больше подходит на роль температуры, определяющей законы дисперсии плазменных колебаний.

Для ответа на этот вопрос заметим, что те же самые формулы для вещественной части частоты могут быть получены, если в точной кинетической теории воспользоваться гидродинамическим приближением для ленгмюровской волны и кинетическим приближением для ионного звука. Из нерелятивистской теории следует, что в ленгмюровских колебаниях роль температуры играет величина

$$T_\ell = \frac{1}{3} \int v^2 f d\mathbf{p} = \left\langle \frac{v^2}{3} \right\rangle, \quad (2.12)$$

а в ионно-звуковой волне — величина

$$T_s = \frac{1}{\langle 1/v^2 \rangle}. \quad (2.13)$$

В максвелловской плазме с температурой T эти величины совпадают $T_\ell = T_s = T$, однако уже из этих приближенных формул видно, что относительные вклады надтепловых частиц в T_ℓ и T_s оказываются существенно различными. Если при усреднении энергии частиц в T_ℓ хвостовая часть распределения может давать существенный вклад, то при усреднении обратной энергии в T_s относительная роль надтепловых частиц оказывается ничтожно малой. Таким образом, в нерелятивистском случае интенсивный хвост надтепловых электронов может существенно увеличить тепловую поправку к закону дисперсии ленгмюровских волн, поскольку в роли температуры здесь выступает эффективная температура всего распределения, и почти не может повлиять на дисперсию ионного

звука, поскольку в этом случае на роль температуры больше подходит температура ядра распределения.

Выясним теперь, насколько эти представления могут измениться, если хвост надтепловых электронов простирается до релятивистских энергий. Получим сначала законы дисперсии $\omega_r(k)$ и декременты затухания $\Gamma(k)$ потенциальных плазменных колебаний в гидродинамическом и кинетическом предельных случаях, а затем выясним область применимости этих приближений, сравнивая полученный результат с численным решением точного дисперсионного уравнения.

Для слабозатухающих волн в изотропной плазме дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 + \frac{1}{k^2} \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \partial f / \partial \mathbf{p})}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{p} - \frac{m_e/m_i}{\omega^2} = 0 \quad (2.14)$$

может быть сведено к виду

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}(\omega_r - i\Gamma, k) + i \operatorname{Im} \varepsilon_{\parallel}(\omega_r, k) = 0,$$

где реальная и мнимая части диэлектрической проницаемости даются выражениями:

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel} = 1 + \frac{1}{k^2} \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{v} \frac{\partial f / \partial p}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{p} - \frac{m_e/m_i}{\omega^2}, \quad (2.15)$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{\parallel} = -\frac{\pi}{k^2} \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{v} \frac{\partial f}{\partial p} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) d\mathbf{p}. \quad (2.16)$$

Законы дисперсии колебаний при этом находятся из уравнения

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}(\omega_r, k) = 0, \quad (2.17)$$

а декременты их затухания определяются выражением

$$\Gamma = \left(\frac{\operatorname{Im} \varepsilon_{\parallel}}{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel} / \partial \omega} \right)_{\omega=\omega_r}. \quad (2.18)$$

Для ленгмюровской волны при вычислении электронного вклада в $\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}$ можно использовать гидродинамическое приближение ($\omega \gg \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$), а для ионного звука

– кинетическое ($\omega \ll \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$). Это означает, что в первом случае допустимо разложение

$$\frac{1}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} = \frac{1}{\omega} \left(1 + \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{\omega} + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}{\omega^2} + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^3}{\omega^3} \dots \right), \quad (2.19)$$

а во втором

$$\frac{1}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} = -\frac{1}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} + \dots \quad (2.20)$$

$\text{Im } \varepsilon_{\parallel}$ определяется единообразно для обоих типов волн и дается выражением:

$$\text{Im } \varepsilon_{\parallel} = 2\pi^2 \frac{\omega}{k^3} \left[\gamma_0^2 f(p_0) + 2 \int_{p_0}^{\infty} p f dp \right], \quad (2.21)$$

где p_0 – импульс частиц, попадающих в черенковский резонанс с волной,

$$p_0 = \frac{\omega_r/k}{\sqrt{1 - \omega_r^2/k^2}},$$

а $\gamma_0 = \sqrt{1 + p_0^2}$ – соответствующий релятивистский фактор. Таким образом, закон дисперсии ленгмюровской волны определяется из уравнения

$$1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} - 3 \frac{k^2 T_{\ell}}{\omega_r^4} = 0, \quad (2.22)$$

где

$$\omega_0^2 = \int \frac{f}{\gamma} \left(1 - \frac{v^2}{3} \right) d\mathbf{p} = \left\langle \frac{1 - v^2/3}{\gamma} \right\rangle, \quad (2.23)$$

$$T_{\ell} = \left\langle \frac{v^2}{3\gamma} \left(1 - \frac{3}{5} v^2 \right) \right\rangle, \quad (2.24)$$

а закон дисперсии ионного звука из уравнения

$$1 + \frac{1}{k^2 T_s} - \frac{m_e/m_i}{\omega_r^2} = 0, \quad (2.25)$$

где

$$T_s^{-1} = \left\langle \frac{1 + v^2}{pv} \right\rangle. \quad (2.26)$$

В нерелятивистском случае $\omega_0^2 \rightarrow 1$, а вычисление температур действительно сводится либо к усреднению энергии частиц $T_{\ell} \rightarrow \langle v^2/3 \rangle$, либо к усреднению

обратной величины $T_s^{-1} \rightarrow \langle 1/v^2 \rangle$. Из приведенных формул видно, что при переходе к релятивистскому случаю происходит некоторое уменьшение плазменной частоты ($\omega_0^2 < 1$) за счет утяжеления электронов хвоста. Кроме того, температура T_ℓ в релятивистском случае перестает быть пропорциональной средней энергии всего распределения и больше не может отождествляться с величиной $T_{eff} = \langle 2(\gamma - 1)/3 \rangle$. Действительно, из формулы (2.24) следует, что усредненное в T_ℓ выражение отличается от величины $2(\gamma - 1)/3$ на множитель

$$F = \frac{(\gamma + 1)}{5\gamma^3} \left(1 + \frac{3}{2\gamma^2} \right), \quad (2.27)$$

который существенно уменьшает относительный вклад быстрых частиц в тепловую поправку к частоте ленгмюровской волны. Что касается температуры T_s , которая определяет дисперсию ионного звука, то для её вычисления и при малых ($\gamma \ll 1$), и при больших ($\gamma \gg 1$) энергиях усредняется величина, обратно пропорциональная энергии. Это означает, что учет релятивистских эффектов существенно не меняет сделанного ранее вывода о том, что надтепловые частицы практически не дают вклад в возмущение электронного давления, под действием которого происходят медленные звуковые колебания плазмы. Для выбранной нами функции распределения температура T_ℓ с учетом релятивистских эффектов оказывается почти в 2 раза ниже эффективной температуры всего распределения ($T_\ell = 0.56 T_{eff}$), а температура T_s , как и в нерелятивистском случае, почти совпадает с температурой ядра ($T_s = 1.15 T_c$).

Интересно также выяснить, как эти температуры зависят от теплового разброса по импульсам Δp . Из рисунка 2.10 видно, что величины T_ℓ и T_{eff} с ростом Δp растут медленнее, чем Δp^2 , в то время как температуры T_s и T_c хорошо повторяют зависимость $T_s = \Delta p^2/2$, получаемую из нерелятивистской формулы (2.13) при $p_h \rightarrow \infty$.

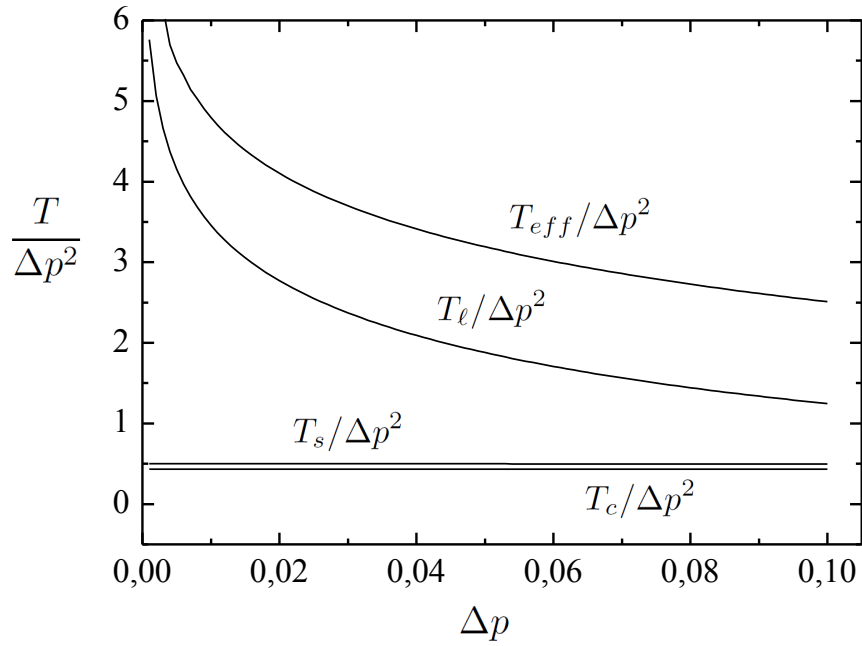


Рис. 2.10. Зависимость величины $T/\Delta p^2$ от разброса по импульсам Δp .

Точное дисперсионное уравнение для затухающих колебаний в изотропной плазме может быть сведено к виду

$$\varepsilon_{\parallel}(\omega, k) = 1 - \frac{m_e/m_i}{\omega^2} + \frac{4\pi}{k^2} \int_0^{\infty} \frac{f}{\gamma} (\gamma^2 + p^2) dp - 2\pi \frac{\omega}{k^3} \int_0^{\infty} \gamma^2 \frac{\partial f}{\partial p} \ln \left(\frac{\omega - kv}{\omega + kv} \right) dp + i \text{Im} \varepsilon_{\parallel} = 0, \quad (2.28)$$

где для мнимой части диэлектрической проницаемости по-прежнему используется выражение (2.21), а под логарифмом комплексного числа понимается основная ветвь этой многозначной функции. Для ленгмюровской волны сравнение численного решения этого уравнения $\omega = \omega_r - i\Gamma$ с решением, полученным в гидродинамическом пределе

$$\omega_r = \left(\frac{\omega_0^2 + \sqrt{\omega_0^4 + 12k^2 T_\ell}}{2} \right)^{1/2}, \quad (2.29)$$

$$\Gamma = \frac{\pi\omega_r^4 C_0}{6k^3 (\omega_0^2 + 6k^2 T_\ell / \omega_r^2) (p_0^2 + \Delta p^2)^{5/2}} \times \left[\frac{3\gamma_0^2}{2} + p_0^2 + \Delta p^2 - \frac{(p_0^2 + \Delta p^2)^{5/2}}{(p_h^2 + \Delta p^2)^{3/2}} \right], \quad (2.30)$$

показано на рис. 2.11. Видно, что при выбранных параметрах говорить об адек-

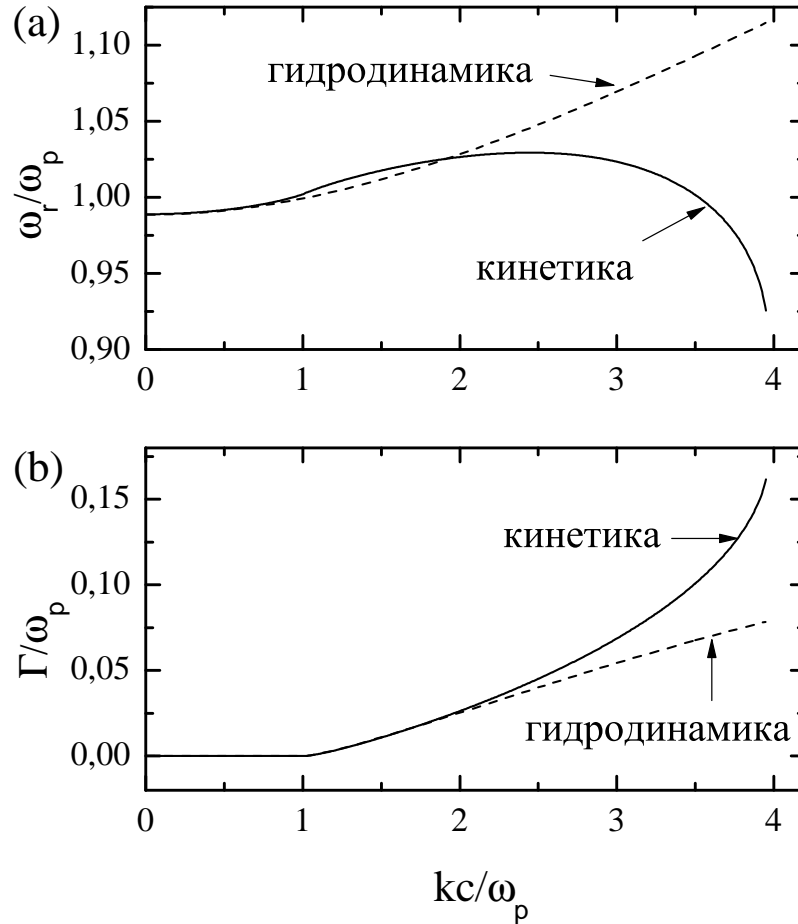


Рис. 2.11. Закон дисперсии и декремент затухания ленгмюровской волны в немаксвелловской плазме.

ватности гидродинамического приближения можно только в длинноволновой области спектра ($k < 2$). Более коротковолновые колебания попадают в область сильного затухания и демонстрируют аномальную дисперсию ($\partial\omega_r/\partial k < 0$). Напротив, для ионнозвуковой волны кинетическое приближение оказывается настолько точным, что и вещественная часть частоты, и декремент затухания на электронах хорошо совпадают с численным решением точного дисперсионного уравнения в очень широком диапазоне волновых чисел (рис. 2.12).

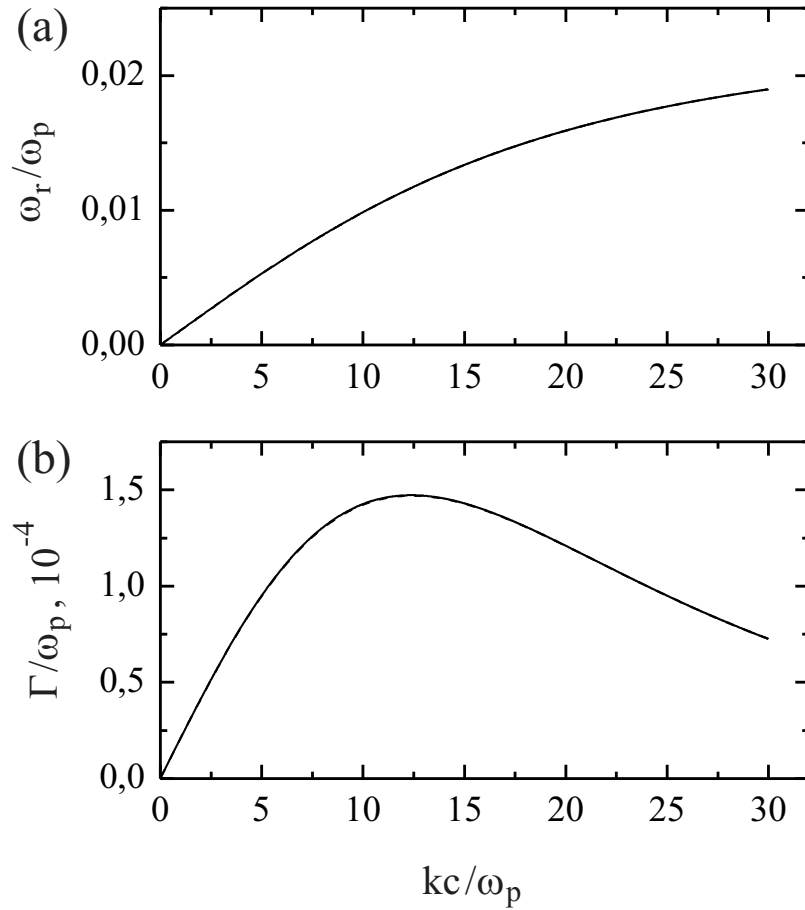


Рис. 2.12. Закон дисперсии и декремент затухания ионно-звуковой волны в немаксвелловской плазме (наблюдается совпадение численного решения уравнения (2.28) с решением, полученным в кинетическом приближении).

2.4.2. Модуляционная неустойчивость

Рассмотрим теперь устойчивость монохроматической ленгмюровской волны

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{E}_0 e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} + c.c. \right) \quad (2.31)$$

относительно связанной системы низкочастотных и высокочастотных модуляционных возмущений

$$\delta\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{\delta\mathbf{E}}{2} e^{-i\Omega t + i\mathbf{q}\mathbf{r}} + \frac{\delta\mathbf{E}_+}{2} e^{-i\omega_+ t + i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}} + \frac{\delta\mathbf{E}_-}{2} e^{-i\omega_- t + i\mathbf{k}_- \mathbf{r}} + c.c., \quad (2.32)$$

где

$$\omega_{\pm} = \omega_k \pm \Omega, \quad \mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k} \pm \mathbf{q}.$$

Функция распределения плазменных электронов в этом случае имеет вид

$$f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}) + \frac{\delta f_0}{2} e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \frac{\delta f}{2} e^{-i\Omega t + i\mathbf{q}\mathbf{r}} + \frac{\delta f_+}{2} e^{-i\omega_+ t + i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}} + \frac{\delta f_-}{2} e^{-i\omega_- t + i\mathbf{k}_- \mathbf{r}} + c.c. \quad (2.33)$$

После линеаризации уравнения Власова получаем следующие выражения для амплитуд низкочастотных

$$\delta f = \frac{ie}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \delta \mathbf{E} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0 - \frac{e^2/2}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \times \left[\delta \mathbf{E}_-^* \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) - \delta \mathbf{E}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{E}_0^* \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) + \mathbf{E}_0^* \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{E}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0}{\omega_+ - \mathbf{k}_+ \mathbf{v}} \right) - \mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{E}_-^* \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0}{\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}} \right) \right] \quad (2.34)$$

и высокочастотных модуляционных возмущений электронной функции распределения

$$\delta f_+ = \frac{ie}{\omega_+ - \mathbf{k}_+ \mathbf{v}} \delta \mathbf{E}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0 + \frac{ie/2}{\omega_+ - \mathbf{k}_+ \mathbf{v}} [\mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} \delta f + \delta \mathbf{E} \cdot \partial_{\mathbf{p}} \delta f_0] \quad (2.35)$$

$$\delta f_- = \frac{ie}{\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}} \delta \mathbf{E}_- \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0 + \frac{ie/2}{\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}} [\mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} \delta f^* + \delta \mathbf{E}^* \cdot \partial_{\mathbf{p}} \delta f_0] \quad (2.36)$$

Для плазмы с холодными ионами и произвольным образом распределенными электронами подстановка этих возмущений в уравнения Пуассона

$$i\mathbf{q} \cdot \delta \mathbf{E} = 4\pi e \left(\delta n_i - \int \delta f d^3 \mathbf{p} \right), \quad i\mathbf{k}_{\pm} \cdot \delta \mathbf{E}_{\pm} = -4\pi e \int \delta f_{\pm} d^3 \mathbf{p} \quad (2.37)$$

и исключение поля $\delta \mathbf{E}$ приводят к следующим соотношениям между амплитудами потенциальных высокочастотных сателлитов :

$$\varepsilon_+ \delta E_+ = \frac{e^2 E_0}{4kk_+} \left[\frac{E_0^* \delta E_+}{kk_+} \left(\frac{G_1^+ G_4}{q^2 \varepsilon_q} - G_2^+ \right) + \frac{E_0 \delta E_-^*}{kk_-} \left(\frac{G_1^+ G_5}{q^2 \varepsilon_q} - G_3^+ \right) \right], \quad (2.38)$$

$$\varepsilon_-^* \delta E_-^* = \frac{e^2 E_0^*}{4kk_-} \left[\frac{E_0^* \delta E_+}{kk_+} \left(\frac{G_1^- G_4}{q^2 \varepsilon_q} - G_2^- \right) + \frac{E_0 \delta E_-^*}{kk_-} \left(\frac{G_1^- G_5}{q^2 \varepsilon_q} - G_3^- \right) \right], \quad (2.39)$$

где

$$G_1^\pm = 4\pi e^2 \int \frac{d^3p}{\omega_\pm - \mathbf{k}_\pm \mathbf{v}} \left[\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{q} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \right) \pm \mathbf{q} \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) \right], \quad (2.40)$$

$$G_2^\pm = 4\pi e^2 \int d^3p \frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\omega_\pm - \mathbf{k}_\pm \mathbf{v}} \times \left[\frac{\mathbf{k}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) - \frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left(\frac{\mathbf{k}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_+ - \mathbf{k}_+ \mathbf{v}} \right) \right], \quad (2.41)$$

$$G_3^\pm = 4\pi e^2 \int d^3p \frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\omega_\pm - \mathbf{k}_\pm \mathbf{v}} \times \left[\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left(\frac{\mathbf{k}_- \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}} \right) - \frac{\mathbf{k}_- \cdot \partial_{\mathbf{p}}}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) \right], \quad (2.42)$$

$$G_4 = 4\pi e^2 \int \frac{d^3p}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left[\mathbf{k}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) - \mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{k}_+ \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_+ - \mathbf{k}_+ \mathbf{v}} \right) \right], \quad (2.43)$$

$$G_5 = 4\pi e^2 \int \frac{d^3p}{\Omega - \mathbf{q}\mathbf{v}} \left[\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{k}_- \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}} \right) - \mathbf{k}_- \cdot \partial_{\mathbf{p}} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f}{\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}} \right) \right], \quad (2.44)$$

$$\varepsilon_\pm = \varepsilon_\parallel(\omega_\pm, \mathbf{k}_\pm), \quad \varepsilon_q = \varepsilon_\parallel(\Omega, \mathbf{q}).$$

При $\Omega \ll \mathbf{q}\mathbf{v}$ и $\omega_{k,\pm} \gg \mathbf{k}_\pm \mathbf{v}$ все интегралы G_i сводятся к усреднению $\langle 1/v^2 \rangle$. Таким образом, основной вклад в эти интегралы дают низкоэнергетические частицы из ядра распределения, для которых и фазовая скорость ВЧ сателлитов, и скорость света действительно велики. Это позволяет при вычислении G_i , как и в случае с линейной дисперсией ионного звука, пренебречь релятивистскими эффектами и получить хорошо известные уравнения [113]

$$\varepsilon_+ \delta E_+ = - \frac{E_0 \cos \theta_+}{16\pi n T_s} \frac{\varepsilon_q^i}{\varepsilon_q} (E_0^* \delta E_+ \cos \theta_+ + E_0 \delta E_-^* \cos \theta_-), \quad (2.45)$$

$$\varepsilon_-^* \delta E_-^* = - \frac{E_0^* \cos \theta_-}{16\pi n T_s} \frac{\varepsilon_q^i}{\varepsilon_q} (E_0^* \delta E_+ \cos \theta_+ + E_0 \delta E_-^* \cos \theta_-) \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_q^i = -\omega_{pi}^2 / \Omega^2, \quad \cos \theta_\pm = \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}_\pm}{kk_\pm}, \quad (2.47)$$

в которых отличие от случая максвелловской плазмы проявляется лишь в том, что в роли температуры выступает температура ядра распределения, а диэлектрические проницаемости ε_\pm при наличии мощного надтеплового хвоста вычисляются в рамках релятивистской кинетической теории.

Таким образом, дисперсионное уравнение модуляционной неустойчивости в немаксвелловской плазме имеет следующий вид:

$$\Omega^2 - \Omega_s^2 = W\Omega_s^2 \left[\frac{\cos^2 \theta_+}{\varepsilon_+} + \frac{\cos^2 \theta_-}{\varepsilon_-^*} \right] \quad (2.48)$$

где

$$\Omega_s^2 = \frac{m_e}{m_i} \frac{q^2 T_s}{1 + q^2 T_s}$$

соответствует линейному закону дисперсии ионного звука, а параметр

$$W = \frac{|E_0|^2}{16\pi n T_s}$$

определяет относительную энергию волны накачки. Поскольку нас будут интересовать неустойчивые решения уравнения (2.48) $\Omega = \text{Re}\Omega + i\text{Im}\Omega$ с $\text{Im}\Omega > \text{Im}\omega_k$, в выражении (2.28) для ε_{\parallel} должно быть опущено последнее слагаемое, возникающее при аналитическом продолжении этой функции в нижнюю плоскость ω .

Для примера получим численное решение дисперсионного уравнения в случае, когда волной накачки является незатухающая ленгмюровская волна с волновым числом $k = 1$, частотой $\omega_k = 1.00203$ и энергией $W = 0.01$. Из рисунка 2.13 видно, что инкремент неустойчивости $\Gamma_m(q_{\perp}, q_{\parallel})$ достигает своего максимального значения для возмущений, распространяющихся вдоль \mathbf{k} . Поскольку максимум инкремента лежит в области достаточно малых волновых чисел $q_{\parallel} \simeq 2$, имеет смысл оценить, насколько корректно данная неустойчивость может быть описана в рамках приближенного гидродинамического подхода, в котором тепловые поправки к дисперсии ВЧ колебаний определяются эффективной температурой $T_{\ell} > T_s$. В этом приближении функции ε_{\pm} , входящие в уравнение (2.48), должны иметь простой вид

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{1 + 3k_{\pm}^2 T_{\ell}}{\omega_{\pm}^2}. \quad (2.49)$$

Сравнение спектра продольно распространяющихся модуляционных возмущений ($q_{\perp} = 0$) со случаем максвелловской плазмы ($T_{\ell} = T_s$) показано на рисунке

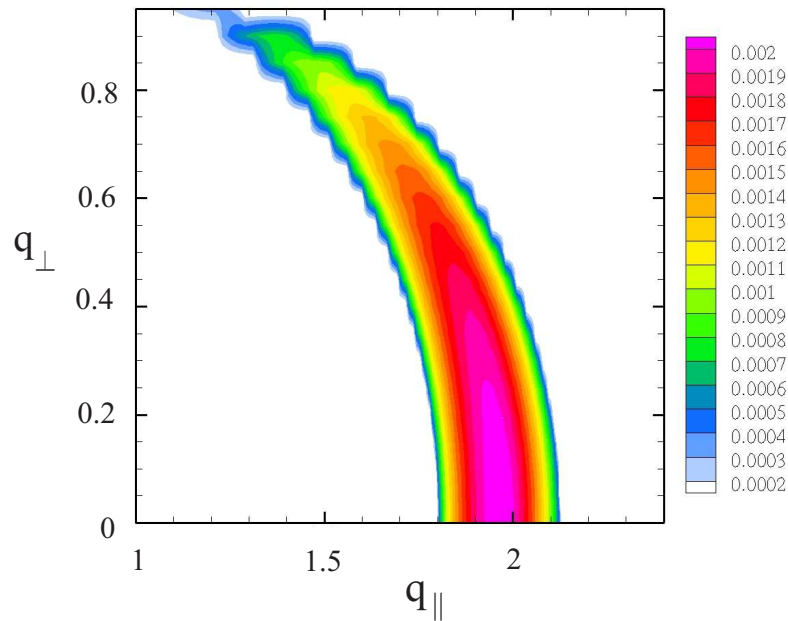


Рис. 2.13. Инкремент модуляционной неустойчивости монохроматической ленгмюровской волны.

2.14. Видно, что увеличение эффективной температуры T_ℓ по отношению к T_s в гидродинамическом подходе приводит почти к такому же сужению спектра модуляционной неустойчивости (в T_ℓ/T_s раз), которое наблюдается при точном кинетическом описании ленгмюровских волн. Еще более важным результатом для нас оказывается то, что появление в плазме мощного хвоста надтепловых электронов не приводит к существенному изменению ни величины максимального инкремента неустойчивости, ни положения этого максимума в пространстве волновых чисел. Это означает, что для оценки характерных значений инкремента и волнового числа модуляционной неустойчивости в немаксвелловской плазме можно не рассматривать детали распределения хвостовых электронов и ограничиться случаем максвелловской плазмы с температурой, равной температуре ядра распределения.

Таким образом, в данном разделе получены законы дисперсии и декременты затухания ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний для случая изотропной плазмы с медленно спадающим в пространстве импульсов степенным хвостом, характерным для пучково-плазменных экспериментов, проводимых

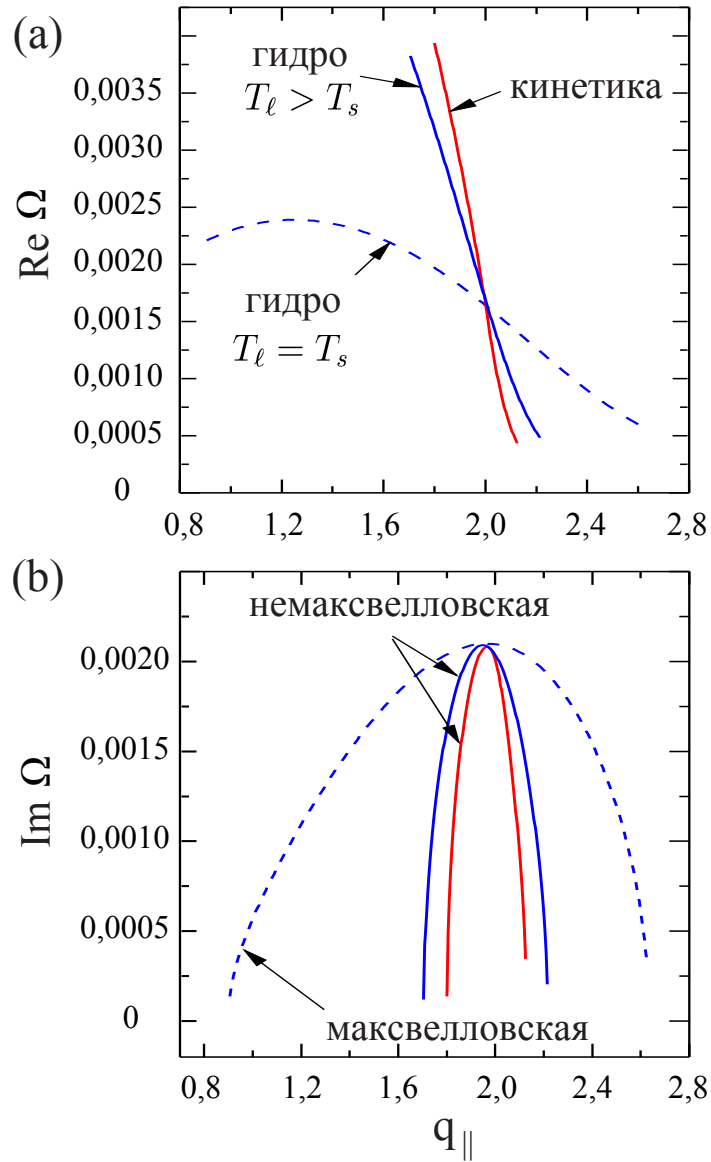


Рис. 2.14. Вещественная часть частоты (а) и инкремент нарастания (б) бегущих вдоль \mathbf{k} модуляционных возмущений (гидродинамическое приближение для максвелловской плазмы с $T_\ell = T_s$ – штрихованная линия, гидродинамическое приближение для немаксвелловской плазмы с увеличенной температурой T_ℓ – синяя сплошная линия, решение дисперсионного уравнения для немаксвелловской плазмы с точными кинетическими выражениями для ε_\pm – красная сплошная линия).

на открытой ловушке ГОЛ-3. Особенность такого распределения состоит в том, что основная часть кинетической энергии плазмы оказывается сосредоточенной в небольшой популяции надтепловых электронов. В этих условиях понятие

температуры теряет свой привычный смысл, поскольку энергетический разброс основной массы частиц плазмы не совпадает с энергией всего распределения. Несмотря на это, линейная дисперсия ленгмюровской волны при малых волновых числах может корректно описываться гидродинамическим приближением, в котором эффективная температура электронов T_ℓ превышает температуру ядра распределения T_c , но в силу релятивистских эффектов оказывается ниже полной кинетической энергии плазмы. Что касается ионного звука, то его дисперсия может быть весьма точно описана кинетическим приближением, использующим температуру низкоэнергетического ядра $T_s \approx T_c$.

Изменения в дисперсии и затухании ВЧ колебаний, связанные с наличием интенсивного надтеплого хвоста, должны влиять на раскачку модуляционной неустойчивости, играющей ключевую роль в формировании спектра сильной ленгмюровской турбулентности. В данном разделе получены численные решения дисперсионного уравнения для модуляционных возмущений, в котором учитываются и кинетические, и релятивистские эффекты. Показано, что при переходе к немаксвелловской плазме спектр неустойчивости значительно сужается, оставляя при этом неизменными максимальное значение инкремента и длину волны наиболее неустойчивого возмущения. Показано также, что данное поведение качественно повторяется и в том случае, если для описания ВЧ колебаний использовать гидродинамическое приближение с эффективной температурой $T_\ell > T_s$.

Независимость характерных значений инкремента и длины волны модуляционной неустойчивости от деталей распределения надтепловых частиц позволяет обосновать применение получаемых далее (глава 3) результатов по вычислению мощности электромагнитной эмиссии плазмы на второй гармонике плазменной частоты к случаю существенно немаксвелловской плазмы, типичному для реальных пучково-плазменных экспериментов.

2.5. Основные выводы

Таким образом, в данной главе показано, что захват пучка полем резонансных колебаний не является одномерным эффектом и сохраняется при наличии большого числа линейно неустойчивых мод с косым распространением. Это означает, что при описании турбулентности необходимо учитывать ограничение в мощности накачки, которое определяется нелинейностью пучка. Обобщение классической модели сильной турбулентности на режим с постоянной мощностью пучковой накачки позволило определить энергосодержание основной излучающей области турбулентного спектра (области источника) и её характерные размеры в k -пространстве, информация о которых необходима для последующего вычисления мощности генерации ЭМ волн. Показано, что отрастание на функции распределения плазменных электронов интенсивного надтеплового хвоста не оказывает существенного влияния на инкремент и волновое число наиболее неустойчивых модуляционных возмущений ленгмюровской волны, поэтому оценки размера области источника в сильнонеравновесной плазме должны совпадать с аналогичными оценками для максвелловской плазмы, в которой роль температуры выполняет температура низкоэнергетического ядра неравновесного распределения.

Глава 3

Генерация электромагнитного излучения в сильнотурбулентной плазме под действием электронного пучка

Электромагнитное излучение турбулентной плазмы вблизи плазменной частоты и её гармоник является предметом активных теоретических и экспериментальных исследований уже на протяжении нескольких десятков лет. Такое излучение несёт в себе информацию о возбуждаемой в плазме турбулентности, а его регистрация является одним из основных способов изучения процессов, происходящих в космической плазме. В связи с этим в подавляющем большинстве работ вопрос о генерации электромагнитного излучения в турбулентной плазме рассматривается применительно к проблемам солнечных радиовсплесков II и III типов [2; 36—40; 71; 114], а также применительно к проблеме излучения, возникающего в магнитосферах планет [115; 116]. Наш интерес к данному вопросу связан с необходимостью интерпретации данных радиометрических диагностик, используемых в лабораторных экспериментах по турбулентному нагреву плазмы мощным электронным пучком [25]. В отличие от предыдущих пучково-плазменных экспериментов [117—120], в которых изучалось электромагнитное излучение, в нашем случае плазма разогревается до относительно больших температур и удерживается достаточно сильным магнитным полем. Поскольку и в солнечных радиовсплесках, и в упомянутых экспериментах работают схожие механизмы генерации электромагнитного излучения, вычисление его интенсивности можно проводить в рамках уже существующих теоретических подходов и моделей, адаптируя их на случай более сильных пучков и более сильного магнитного поля.

Существует несколько механизмов генерации ЭМ излучения в турбулентной плазме вблизи гармоник плазменной частоты. В случае без магнитного поля эмиссия ЭМ волн в окрестности ω_p может появляться либо благодаря

трёхволновым процессам взаимодействия ленгмюровских колебаний с ионным звуком $\ell + s \rightarrow t$, либо благодаря рассеянию на вынужденных флуктуациях плотности плазмы, нарастающих под действием модуляционной неустойчивости. Такое излучение может генерироваться как в схлопывающихся кавернах, так и в процессах линейной конверсии мод на макроскопических градиентах плотности плазмы. Эмиссию на удвоенной плазменной частоте обычно связывают либо со слаботурбулентными процессами слияния свободных ленгмюровских волн $\ell + \ell \rightarrow t$ [121; 122], либо с нелинейными взаимодействиями колебаний, запертых в коллапсирующих кавернах в сильнотурбулентной плазме [123—126]. Возможен также механизм, в котором электромагнитные волны на второй гармонике плазменной частоты возникают вследствие конверсии нелинейных ленгмюровских колебаний [127] вблизи $2\omega_p$ на возмущениях ионной плотности. Таким образом, интенсивность ЭМ эмиссии в значительной мере зависит от того, какие процессы ответственны за формирование турбулентного спектра. В теории слабой турбулентности [41] эту функцию выполняют трёхволновые процессы распада резонансных с пучком ленгмюровских волн $\ell \rightarrow \ell' + s$ и их индуцированное рассеяние $\ell + s \rightarrow \ell'$ с участием ионного звука. В оптически толстой плазме к заполнению турбулентного спектра подключаются процессы $\ell \rightarrow t + s$ и $\ell + s \rightarrow t$ с участием излучения на плазменной частоте. В моделях сильной турбулентности [52; 107; 123; 128] формирование спектра происходит под влиянием рассеяния ленгмюровских колебаний на возмущениях плотности плазмы и спектральных перекачек, вызванных коллапсом каверн. Среди других возможных сценариев установления турбулентного спектра обсуждаются модели, предполагающие подавление коллапса либо за счёт прямой конверсии ленгмюровских волн в область сильной диссипации [129], либо за счёт потерь на излучение [130].

В пучково-плазменных экспериментах на ГОЛ-3, помимо фона с медленной огибающей по времени, наблюдаются и короткие вспышки ЭМ излучения, появление которых, по нашему мнению, объясняется коллапсом отдельных ка-

верн. Таким образом, для оценок основных параметров турбулентного спектра будем использовать модель сильной турбулентности, развитую в работах [52; 53]. Расчёты мощности ЭМ эмиссии из плазмы на основе этой модели для задачи о солнечных радиовсплесках III типа проводились в работе [36]. Чтобы объяснить результаты экспериментов по регистрации суб-ТГц излучения в открытой ловушке ГОЛ-3, в предложенной ранее модели спектра плазменной турбулентности [53] необходимо учесть эффект ограничения мощности пучковой накачки, вызванный нелинейной динамикой пучка в поле резонансных волн, а метод расчёта мощности излучения [36] — обобщить на случай магнитного поля произвольной величины. Основные особенности влияния эффектов захвата пучка на установление спектра сильной турбулентности описаны в разделе 2.3. При наличии внешнего магнитного поля будем использовать ту же модель спектра, считая, что заселена только верхнегибридная ветвь плазменных колебаний.

3.1. Теория генерации ЭМ волн вблизи ω_p и $2\omega_p$

Предположим, что основной вклад в генерацию ЭМ волн (t -волн) в турбулентной замагниченной плазме вблизи плазменной частоты даёт рассеяние ℓ -колебаний верхнегибридной ветви на длинноволновых возмущениях ионной плотности, а вблизи второй гармоники — процесс слияния двух верхнегибридных колебаний $\ell + \ell \rightarrow t$. Вычисляя мощность излучения, рассмотрим только те эмиссионные процессы, в которых участвуют свободные длинноволновые колебания из области источника $k < k_M$. Благодаря тому, что в этой части спектра верхнегибридные колебания не заперты в коллапсирующие ямы плотности плазмы, нелинейное взаимодействие между ними может описываться теорией слабой турбулентности, при этом наличие каверн с пониженной плотностью стимулирует рассеяние колебаний, ограничивая их время жизни. В упрощён-

ном виде учесть этот эффект можно, вводя искусственное затухание временных корреляционных функций.

3.1.1. Динамические уравнения для амплитуд

Представим электрическое поле высокочастотных колебаний и медленное возмущение плотности в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\sigma} \int \mathbf{e}_k^{\sigma} E_k^{\sigma}(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_k^{\sigma} t} d^3k, \quad (3.1)$$

$$\delta n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \delta n_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3k, \quad (3.2)$$

где \mathbf{e}_k^{σ} и ω_k^{σ} — векторы поляризации и частоты собственных мод плазмы, E_k^{σ} — их медленно меняющиеся амплитуды, а индекс σ различает ветви, к которым они принадлежат. Излучение электромагнитных t -волн с частотой $\simeq \omega_p$ в процессе рассеяния верхнегибридных колебаний на возмущениях плотности плазмы описывается уравнением:

$$\frac{\partial E_k^t}{\partial t} = -\frac{i}{(2\pi)^{3/2}(\partial\Lambda^t/\partial\omega)_{\omega_k^t}} \int \delta n_{k-q} E_q^{\ell} F_{k,q} e^{i(\omega_k^t - \omega_q^{\ell})t} d^3q, \quad (3.3)$$

$$\Lambda^t(\mathbf{k}, \omega) = |\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_k^t|^2 - k^2 + \omega^2 \mathbf{e}_k^{*t} \hat{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_k^t,$$

$$F_{k,q} = \mathbf{e}_k^{*t} \hat{\mathbf{T}}_q^{\ell} \mathbf{e}_q^{\ell}, \quad \hat{\mathbf{T}}_k^{\sigma} = (\omega_k^{\sigma})^2 (\hat{\mathbf{I}} - \hat{\varepsilon}_k^{\sigma}),$$

где $\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega)$ — диэлектрическая проницаемость плазмы в магнитном поле, $\Omega = \omega_c/\omega_p$ — безразмерное магнитное поле, равное отношению циклотронной и плазменной частот электронов, а $\hat{\mathbf{I}}$ — единичная матрица. Уравнение для трёхволнового взаимодействия верхнегибридных колебаний с генерируемой электромагнитной волной вблизи второй гармоники плазменной частоты $\ell + \ell \rightarrow t$ можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial E_k^t}{\partial t} = -\frac{1}{2(2\pi)^{3/2}(\partial\Lambda^t/\partial\omega)_{\omega_k^t}} \times \int \frac{E_{k_1}^{\ell} E_{k_2}^{\ell}}{\omega_{k_1}^{\ell} \omega_{k_2}^{\ell}} G_{k,k_1,k_2}^{t\ell\ell} e^{i(\omega_k^t - \omega_{k_1}^{\ell} - \omega_{k_2}^{\ell})t} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) d^3k_1 d^3k_2, \quad (3.4)$$

$$G_{k,k_1,k_2}^{\sigma\sigma'\sigma''} = \frac{\omega_+}{\omega_{k_1}^{\sigma'}} \left(\mathbf{e}_k^{*\sigma} \widehat{\mathbf{T}}_{k_2}^{\sigma''} \mathbf{e}_{k_2}^{\sigma''} \right) \left(\mathbf{k}_1 \widehat{\mathbf{T}}_{k_1}^{\sigma'} \mathbf{e}_{k_1}^{\sigma'} \right) + \\ + \frac{\omega_+}{\omega_{k_2}^{\sigma''}} \left(\mathbf{e}_k^{*\sigma} \widehat{\mathbf{T}}_{k_1}^{\sigma'} \mathbf{e}_{k_1}^{\sigma'} \right) \left(\mathbf{k}_2 \widehat{\mathbf{T}}_{k_2}^{\sigma''} \mathbf{e}_{k_2}^{\sigma''} \right) + \mathbf{e}_k^{*\sigma} \widehat{\mathbf{T}}^+ \mathbf{g}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{k}_2 \left(\mathbf{e}_{k_2}^{\sigma''} \widehat{\mathbf{T}}_{k_1}^{\sigma'} \mathbf{e}_{k_1}^{\sigma'} \right) + \left(\mathbf{k}_2 \widehat{\mathbf{T}}_{k_1}^{\sigma'} \mathbf{e}_{k_1}^{\sigma'} \right) \left[\widehat{\mathbf{T}}_{k_2}^{\sigma''} \cdot \mathbf{e}_{k_2}^{\sigma''} - \left(1 - \frac{\Omega^2}{(\omega_{k_2}^{\sigma''})^2} \right) \mathbf{e}_{k_2}^{\sigma''} \right] + \\ + (k_1, \sigma' \leftrightarrow k_2, \sigma''), \quad (3.6)$$

$$\omega_+ = \omega_{k_1}^{\sigma'} + \omega_{k_2}^{\sigma''}.$$

Все частоты здесь выражены в единицах ω_p , волновые числа в ω_p/c , а амплитуды E_k^σ в $m c \omega_p / e (c / \omega_p)^3$.

3.1.2. Статистическое усреднение

Следуя работе [36], для статистического усреднения динамических уравнений воспользуемся тем обстоятельством, что длинноволновые колебания из области источника, рассеиваясь на хаотично расположенных ямах плотности плазмы, случайным образом меняют фазу с характерной частотой

$$\nu = \omega_p \frac{W^\ell}{nT}.$$

Это означает, что корреляционная функция для электрических полей верхнегибридных колебаний должна затухать со временем

$$\langle E_k^\ell(t) E_q^{*\ell}(t') \rangle = I_k^\ell \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}) e^{-\nu|t - t'|}. \quad (3.7)$$

Среднюю энергию турбулентности в этом случае можно записать в виде

$$\frac{W^\ell}{nmc^2} = \int W_k^\ell d^3k, \quad (3.8)$$

где

$$W_k^\ell = \frac{1}{2(2\pi)^3 \omega_k^\ell} \left(\frac{\partial \Lambda^\ell}{\partial \omega} \right)_{\omega_k^\ell} I_k^\ell.$$

После усреднения по случайным фазам

$$\frac{\partial W_k^t}{\partial t} = \frac{\left(\frac{\partial \Lambda^t}{\partial \omega}\right)_{\omega_k^t}}{2(2\pi)^3 \omega_k^t} \int \left\langle E_{k'}^{t*} \frac{\partial E_k^t}{\partial t} + E_k^t \frac{\partial E_{k'}^{t*}}{\partial t} \right\rangle d^3 k' \quad (3.9)$$

мощность генерации ЭМ излучения в окрестности ω_p приобретает вид

$$\frac{dW_k^t}{dt} = \frac{1}{\omega_k^t (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_k^t}} \int \frac{|\delta n_{k-q}|^2 W_q^\ell |F_{k,q}|^2}{(\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_q^\ell} [(\omega_k^t - \omega_q^\ell)^2 + \nu^2]} d^3 q,$$

где спектральная плотность δn_k нормирована условием

$$\left\langle \frac{\delta n^2}{n^2} \right\rangle = \int |\delta n_k|^2 d^3 k. \quad (3.10)$$

Спектральная плотность энергии t -волн, генерируемых в окрестности удвоенной плазменной частоты, находится из уравнения

$$\frac{\partial W_k^t}{\partial t} = P_k - 2\gamma_k W_k^t, \quad (3.11)$$

где P_k — мощность спонтанного излучения, вызванного процессами слияния $\ell + \ell \rightarrow t$, а γ_k — нелинейный декремент затухания ЭМ волн в обратных процессах распада $t \rightarrow \ell + \ell$. Под t -волнами здесь понимаются и обыкновенные, и необыкновенные электромагнитные моды, способные распространяться в замагниченной плазме. Благодаря тому, что длинноволновые верхнегибридные колебания из области источника имеют существенно надтепловые фазовые скорости, вероятности интересующих нас трёхволновых процессов можно вычислять в приближении холодной плазмы. Это позволяет получить выражения для P_k и γ_k из гидродинамических уравнений:

$$P_k = \frac{2\pi}{\omega_k^t (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_k^t}} \int \frac{W_{k_1}^\ell W_{k_2}^\ell |G_{k,k_1,k_2}^{t\ell\ell}|^2 \Delta_{k,k_1,k_2}}{\omega_{k_1}^\ell (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_{k_1}^\ell} \omega_{k_2}^\ell (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_{k_2}^\ell}} \times \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) d^3 k_1 d^3 k_2, \quad (3.12)$$

$$\gamma_k = \frac{1}{\omega_k^t (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_k^t}} \int \frac{W_{k_2}^\ell \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)}{\omega_{k_1}^\ell (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_{k_1}^\ell} \omega_{k_2}^\ell (\partial \Lambda / \partial \omega)_{\omega_{k_2}^\ell}} \times \left[\frac{-iG_{k,k_1,k_2}^{t\ell\ell} G_{k_1,-k_2,k}^{\ell\ell t}}{\omega_{k_1}^\ell + \omega_{k_2}^\ell - \omega_k^t - i\nu} + \text{c. c.} \right] d^3 k_1 d^3 k_2. \quad (3.13)$$

В отличие от стандартных расчётов мощности генерации ЭМ волн в теории слабой турбулентности [131; 132], наши вычисления учитывают эффект конечного времени жизни плазмонов, связанный с их быстрым рассеянием на возмущениях ионной плотности с частотой $\nu = W^\ell / (nT)$. Это приводит к тому, что двухвременные корреляционные функции электрических полей затухают, а резонансы $\omega_k^t - \omega_{k_1}^\ell - \omega_{k_2}^\ell = 0$, необходимые для эффективного трёхволнового взаимодействия, становятся существенно шире. В нашей модели корреляционное уширение резонанса описывается функцией

$$\Delta_{k,k_1,k_2} = \frac{2\nu/\pi}{(\omega_k^t - \omega_{k_1}^\ell - \omega_{k_2}^\ell)^2 + 4\nu^2}, \quad (3.14)$$

которая показывает, что ширина спектральной линии излучения определяется не только добавками к линейной дисперсии взаимодействующих мод, связанными с конечной температурой плазменных электронов и конечной величиной магнитного поля, но и энергией турбулентности.

Чтобы учесть влияние конечной температуры плазмы на ширину частотного спектра излучения, модифицируем линейные законы дисперсии ω_k^σ и векторы поляризации плазменных мод, существенно влияющие на резонансный знаменатель Δ_{k,k_1,k_2} , но пренебрежём тепловыми поправками к нелинейному току G_{k,k_1,k_2}^{tll} , который оказывается к ним гораздо менее чувствительным. Для вычисления ω_k^σ мы будем использовать гидродинамическое приближение, в котором влияние конечной температуры плазменных электронов сводится к появлению дополнительной силы, действующей на электроны через градиент газокINETического давления, и численно решать дисперсионное уравнение с модифицированным тензором диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_{xx} = 1 - A \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i \frac{\Omega}{\omega} A \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 - A \left(1 - \frac{k^2 V_T^2}{\omega^2} \right), \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -A \frac{k_{\parallel} k_{\perp} V_T^2}{\omega^2}, \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} = -i \frac{\Omega}{\omega} A \frac{k_{\parallel} k_{\perp} V_T^2}{\omega^2}, \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - A \left(1 - \frac{k_{\perp}^2 V_T^2 + \Omega^2}{\omega^2} \right), \quad (3.20)$$

$$A = \left(\omega^2 - \Omega^2 - k^2 V_T^2 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} k_{\parallel}^2 V_T^2 \right)^{-1},$$

где $V_T^2 = 3T/(m_e c^2)$, магнитное поле ориентировано вдоль z и $\mathbf{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ – волновой вектор с длиной $k = (k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2)^{1/2}$.

В случае, когда характерный размер плазмы L не превышает длину пробега генерируемых ЭМ волн $l_k = v_g/\gamma_k$ (v_g – групповая скорость ЭМ волны) по отношению к обратным процессам распада $t \rightarrow \ell + \ell$, плазму можно считать оптически тонкой и пренебрегать вкладом второго члена правой части (3.11) в интенсивность излучения. Для азимутально симметричного турбулентного спектра спектральная плотность мощности генерации ЭМ волн в единицах $nm_e c^2$ представляется в виде интеграла

$$\frac{dP}{d\omega} = 2\pi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \left(\frac{k^2}{d\omega/dk} P_k \right)_{k(\omega)}, \quad (3.21)$$

где $k(\omega)$ является решением уравнения $\omega = \omega_k^t$, а θ – полярный угол вектора \mathbf{k} .

3.2. Сравнение с лабораторными экспериментами на установке

ГОЛ-3

При вычислении мощности электромагнитной эмиссии из турбулентной плазмы будем ориентироваться на те характерные параметры пучково-плазменной системы, которые реализуются в лабораторных экспериментах [25] по инъекции килоамперных электронных пучков в плазменный столб, удерживаемый магнитным полем.

живаемый в длинном соленоиде установки ГОЛ-3 (рис. 3.1). В режиме, когда плазма с плотностью $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, помещённая в ведущее магнитное $\Omega = 0.8$, под действием электронного пучка нагревается до температуры $T = 1 - 2 \text{ кэВ}$, экспериментально измеренная удельная мощность электромагнитного излучения вблизи второй гармоники плазменной частоты достигает уровня $0.1 \div 1 \text{ кВт/см}^3$.

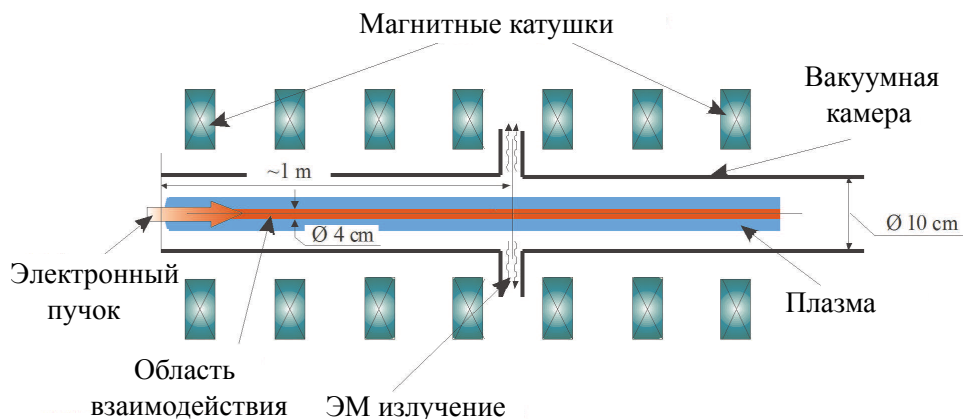


Рис. 3.1. Схема пучково-плазменного эксперимента в открытой ловушке.

Получая теоретическую оценку для мощности $2\omega_p$ -излучения, воспользуемся описанной ранее моделью плазменной турбулентности (см. раздел 2.3). При характерных параметрах эксперимента ($T = 1 \text{ кэВ}$) длинноволновая часть турбулентного спектра, изотропно заселённая незапертыми в каверны верхнегибридными колебаниями, занимает спектральную область $k \in (0.1; 2.45)\omega_p/c$, а содержащаяся в этих нерезонансных с пучком волнах энергия достигает уровня $W/nT = 0.01$. При накачке турбулентности электронном пучком следует учитывать также и влияние резонансных колебаний, которые при относительно малом энергосодержании (5 – 10% от полной энергии турбулентности) сосредоточены в узкой области k -пространства и способны достигать по этой причине высоких значений спектральной плотности энергии. Для размеров спектральной области, непосредственно накачиваемой пучком на черенковском резонансе, будем использовать следующую оценку: $k \in (1.1; 1.3)$ и $\theta \in (0; 0.3)$. Результаты расчётов спектральной мощности $dP/d\omega$ генерации обыкновенной и

необыкновенной ЭМ волн при выбранных параметрах показаны на рисунках 3.2, при этом для выделения относительного вклада резонансных колебаний проведены дополнительные расчёты, учитывающие только изотропную часть спектра.

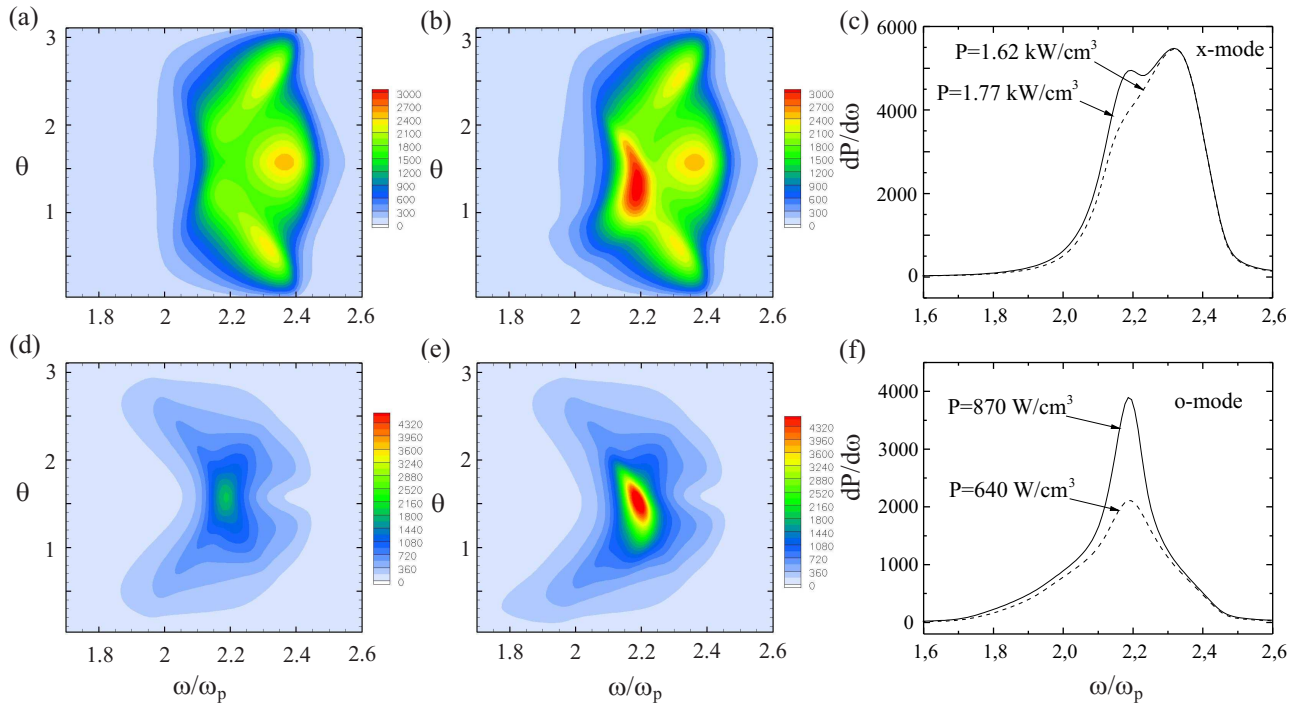


Рис. 3.2. Угловое распределение мощности ЭМ эмиссии $dP/d\omega d\theta$ необыкновенной x -моды без учёта резонансных с пучком волн (а) и в их присутствии (б). $dP/d\omega d\theta$ для обыкновенной o -моды при изотропном спектре турбулентности (д) и в присутствии анизотропной популяции резонансных колебаний (е). Мощность ЭМ эмиссии $dP/d\omega$ необыкновенной (с) и обыкновенной (ф) волн (изотропный спектр – пунктирная линия, в присутствии резонансных волн – сплошная линия).

Из рисунков 3.2(с) и 3.2(ф) видно, что интегральная по частоте мощность излучения необыкновенной моды превышает мощность генерации обыкновенной волны более чем в 2 раза, а их суммарная удельная мощность в согласии с экспериментальными данными достигает величины 2 кВт/см^3 . При этом резонансные с пучком колебания дают несущественный вклад в генерацию x -моды, но заметно увеличивают мощность эмиссии обыкновенной волны. Представ-

ленная на рисунках форма спектра излучения показывает также, что основной вклад в его интегральную мощность даёт почти потенциальная часть верхнегибридной ветви с частотами $\omega > \omega_p$. Из углового распределения спектральной мощности $dP/d\omega d\theta$ видно, что основной поток как обыкновенных (рис. 3.2(d) и 3.2(e)), так и необыкновенных (рис. 3.2(a) и 3.2(b)) волн излучается поперёк внешнего магнитного поля.

Будем считать, что длинноволновые возмущения плотности плазмы тоже сосредоточены в области источника, при этом их амплитуда находится из условия баланса между высококачественным давлением плазмонов и газокинетическим давлением плазменных электронов

$$\left\langle \frac{\delta n^2}{n^2} \right\rangle \sim \left(\frac{W^\ell}{nT} \right)^2, \quad (3.22)$$

тогда вычисление мощности ЭМ эмиссии вблизи плазменной частоты при характерных параметрах ГОЛ-3 даёт следующий результат (рис. 3.3). Благодаря сохранению частоты в процессах рассеяния на возмущениях плотности плазмы, верхнегибридные колебания из области источника при достаточно сильных магнитных полях имеют возможность конвертироваться только в обыкновенные ЭМ моды. Этим объясняется, почему экспериментально наблюдаемое излучение в окрестности плазменной частоты имеет продольную по отношению к магнитному полю поляризацию [30]. Мощность излучения, проинтегрированная по окрестности плазменной частоты, близка по величине к мощности излучения вблизи её второй гармоники, однако детальное сравнение этого предсказания с экспериментальными данными затруднено из-за высокой чувствительности ω_p -излучения к форме профиля плотности плазмы, который может заметно меняться как за время одного выстрела, так и от одного выстрела к другому. Кроме того, следует понимать, что доминирующие волны, сосредоточенные в малой окрестности ω_p и распространяющиеся почти вдоль ведущего магнитного поля, принадлежат потенциальному участку обыкновенной ветви и с трудом способны покидать плазму. По-настоящему электромагнитными ко-

лебаниями можно считать лишь тот участок спектра, который лежит на некотором удалении от плазменной частоты. Из углового распределения мощности ЭМ эмиссии видно, что излучение на этом участке преимущественно направлено поперёк оси пучково-плазменной системы.

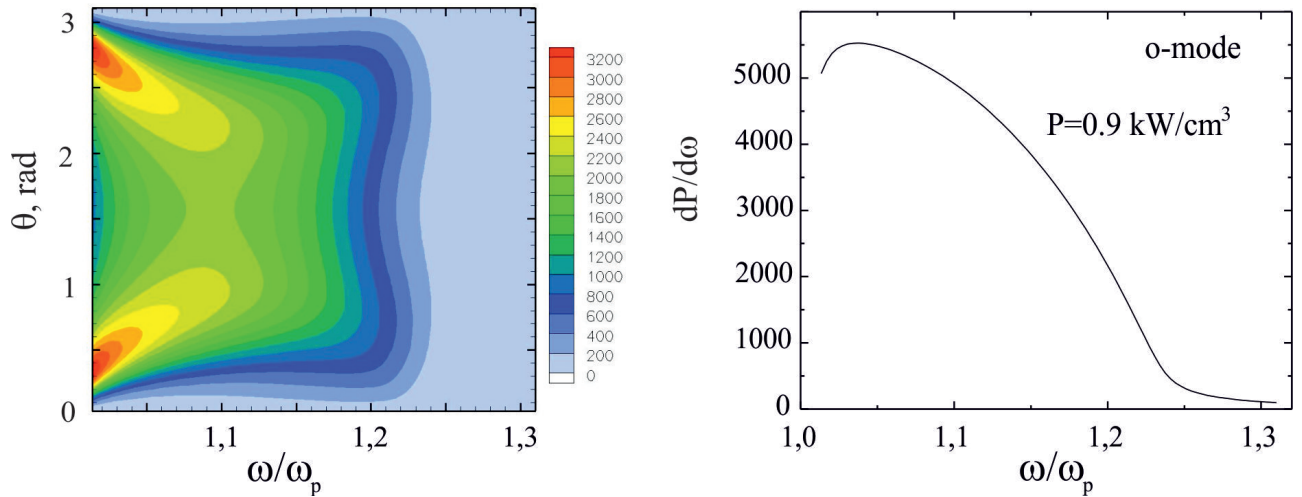


Рис. 3.3. Угловое $dP/d\omega d\theta$ и спектральное $dP/d\omega$ распределения мощности эмиссии обыкновенных ЭМ волн вблизи ω_p .

Таким образом, используя упрощённую модель спектра сильной турбулентности верхнегибридных волн и учитывая те ограничения в мощности пучковой накачки, которые накладываются захватом пучка, удаётся объяснить основные качественные особенности ЭМ эмиссии плазмы вблизи второй гармоники плазменной частоты, наблюдаемые в пучково-плазменных экспериментах с килоамперными релятивистскими пучками на установке ГОЛ-3. Наличие вспышек излучения с характерной длительностью 2-10 нс предлагаемая модель позволяет связать с коллапсом отдельных каверн, а уровень полной мощности объясняет процессами слияния колебаний из длинноволновой области турбулентного спектра. При этом теоретические расчёты относительных вкладов различных поляризаций (обыкновенной и необыкновенной моды) хорошо согласуются с результатами экспериментальных измерений.

Последующие эксперименты [31] показали, что направление излучения генерируемых ЭМ волн заметно меняется по мере увеличения плотности плазмы

от значения $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ до $n = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Если в плазме низкой плотности поток излучения вблизи удвоенной плазменной частоты преимущественно направлен поперёк плазменного шнура, то в плотной плазме угол эмиссии этого излучения становится острым, что обеспечивает возможность выхода значительной части его энергии в продольном направлении. Оказалось, что такая тенденция качественно согласуется с предсказаниями описанной выше теоретической модели [66].

Как видно из предыдущего анализа, мощность генерируемого излучения существенно зависит от величины безразмерного магнитного поля Ω , уровня турбулентности W/nT и характерного размера области источника, в которой концентрируется большая часть волновой энергии. Проследим за изменением этих параметров при увеличении плотности плазмы, но при неизменных параметрах пучка и неизменном магнитном поле. Если в разряженной плазме с плотностью $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ плазменные электроны в процессе турбулентного нагрева приобретают температуру 1 кэВ, а для удержания плазмы используется сильное магнитное поле $\Omega = 0.8$, то энергия турбулентности достигает значения $W/nT = 0.01$, а размер области источника определяется волновым числом $k_{Mc}/\omega_p = 2.5$. Увеличение плотности плазмы до $n = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ должно сопровождаться переходом к более слабому безразмерному магнитному полю $\Omega = 0.2$ и более низкой температуре электронов 100 эВ. В этом режиме уровень турбулентности устанавливается на том же значении $W/nT = 0.01$, но область локализации волновой энергии становится шире $k_{Mc}/\omega_p < 4$.

Расчёты углового распределения мощности ЭМ эмиссии с помощью описанной выше теоретической модели показывают, что доминирующее направление генерации излучения действительно меняется с поперечного на косое с ростом плотности плазмы (рис. 3.4), что на качественном уровне объясняет наблюдаемый в эксперименте эффект значительного усиления ЭМ сигнала на выходном торце установки при переходе к плотной плазме.

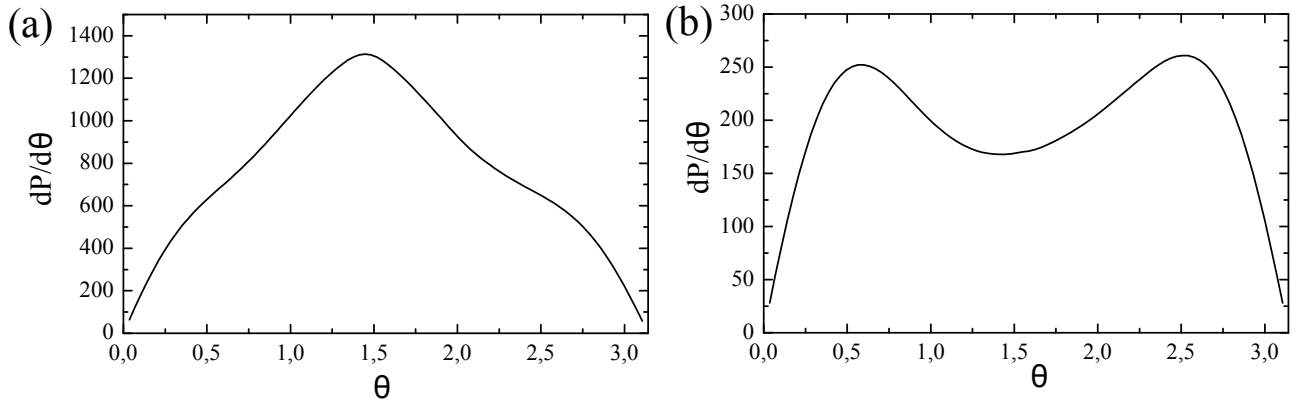


Рис. 3.4. Угловое распределение просуммированной по поляризациям мощности ЭМ эмиссии вблизи удвоенной плазменной частоты в разряженной $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (а) и плотной $n = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ плазме (б).

3.3. Оценки максимальной мощности генерации в терагерцовом диапазоне частот

Лабораторные эксперименты по коллективному пучково-плазменному взаимодействию в открытых ловушках показали, что инжекция электронного пучка с релятивистской энергией $E_b = 1 \text{ МэВ}$ и плотностью тока $j_b = 1 - 3 \text{ кА/см}^2$ в плазму с плотностью $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ сопровождается выделением около $\Delta E/E_b = 30 - 40\%$ энергии пучка на длине масштаба $L = 1 \text{ м}$. Это означает, что усреднённую по этой длине плотность мощности пучковой накачки можно оценить как

$$P_b = \frac{v_b(0)n_b E_b(0) - v_b(L)n_b E_b(L)}{L} \simeq \frac{j_b \Delta E}{eL}. \quad (3.23)$$

Изменение скорости пучка ($v_b(0) \simeq v_b(L)$) по мере его распространения в плазме здесь считается пренебрежимо малым, а плотность пучка n_b выражена через плотность инжектируемого тока $j_b = en_b v_b(0)$. Таким образом, для типичных экспериментальных параметров средний уровень мощности, которая накачивается пучком в плазменную турбулентность, достигает величины $\sim 10 \text{ МВт/см}^3$. Очевидно, что распределение энергопотерь электронного пучка на этой длине должно быть сильно неоднородным. Получая оценку для максимальной удель-

ной мощности накачки, будем учитывать то обстоятельство, что значительная часть теряемой пучком энергии идёт на формирование локализованного по длине когерентного волнового пакета, амплитуда поля в котором достаточно велика для захвата электронов пучка. Поскольку взаимодействие пучка с таким пакетом на длине $l \sim v_b/\Gamma$ приводит к его замедлению на $\Delta v \sim v_b\Gamma/\omega_p$ [49] (где $\Gamma \simeq (0.7\omega_p/\gamma_b)(n_b/n)^{1/3}$ — инкремент гидродинамической пучковой неустойчивости, а γ_b — релятивистский фактор пучка), локальная мощность энергопотерь пучка внутри пакета достигает значения $\sim 100 \text{ МВт/см}^3$. Эту оценку можно получить из формулы (3.23), заменив ΔE и L на величины $\gamma_b^3 m v_b \Delta v$ и l , соответственно. Таким образом, даже при относительно низкой эффективности конверсии энергопотерь пучка в энергию электромагнитного излучения на уровне 1%, мощность генерации ЭМ волн в интересующих нас экспериментах способна достигать высоких абсолютных значений 1 МВт/см^3 . Такая эффективность генерации ЭМ излучения уже наблюдалась в экспериментах [25] по инжекции килоамперных пучков в плазму низкой плотности $n = 2 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Это позволяет предположить, что возбуждаемая электронным пучком плазменная турбулентность может быть столь же эффективным источником ЭМ излучения и при более высоких значениях плотности плазмы, когда вторая гармоника плазменной частоты лежит в терагерцовом диапазоне.

Наши расчеты спектральной мощности электромагнитного излучения из турбулентной замагниченной плазмы базируются на описанной выше теоретической модели, в которой предполагается, что основной вклад в генерацию электромагнитных волн вблизи $2\omega_p$ дают процессы слияния верхнегибридных колебаний из длинноволновой части сильнотурбулентного спектра. Поскольку предсказания этой модели хорошо согласуются с результатами, полученными в экспериментах с низкой плотностью плазмы на установке ГОЛ-3 [25], мы будем пользоваться данной моделью для исследования частотного спектра и диаграммы направленности генерируемого излучения в других возможных режимах, которые доступны для лабораторных экспериментов на открытых ловушках. С

этой целью будем изменять плотность плазмы от $2 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ до $5 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ при различных уровнях энергии турбулентности $W/nT = 0.01, 0.05, 0.1$ и фиксированных параметрах $T = 1 \text{ кэВ}$ и $\Omega = 0.2$.

Будем предполагать, что длинноволновая область турбулентного спектра (область источника) состоит из анизотропной популяции резонансных волн, энергия которых непосредственно подпитывается пучком, и изотропной популяции нерезонансных волн, пополняемой за счёт рассеяния возбуждаемых пучком колебаний на возмущениях плотности плазмы. Изотропная часть в последующих расчётах равномерно заселяет спектральную область $kc/\omega_p \in (0.1, k_m c/\omega_p)$, где верхняя граница определяется характерным волновым числом модуляционной неустойчивости $k_m \simeq \sqrt{W/nT}/r_D$, а нижний предел исключает из рассмотрения колебания, длины волн которых превышают типичный размер плазмы. Резонансные волны в согласии с предложенной в разделе 2.3 моделью должны содержать малую долю полной энергии турбулентности (10%) и занимать весьма узкую область в пространстве волновых чисел: $kc/\omega_p \in (1.1, 1.3)$ и $\theta \in (0, 0.3)$.

Пример вычисления спектральной мощности генерации ЭМ излучения $dP/(d\omega d\theta)$ в режиме с $W/nT = 0.05$ и $n = 3 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ показан на рисунке 3.5(а) для необыкновенной x -моды и на рисунке 3.5(б) для обыкновенной o -моды. Видно, что максимумы углового распределения мощности генерации x -моды лежат вблизи $\theta = 30^\circ$ и $\theta = 150^\circ$, а наиболее интенсивное излучение o -моды направлено поперёк плазменного столба. Длина пробега излучения l_k при выбранной плотности плазмы достигает своего минимума $20 \div 40 \text{ см}$ для ЭМ волн, бегущих вдоль магнитного поля, независимо от их поляризации (рис. 3.5(с) и (д)). Длина пробега поперечно распространяющихся волн оказывается существенно больше: 90 см для o -моды и 3 м для x -моды. Увеличение плотности плазмы приводит к монотонному росту длины пробега излучения, поэтому внутри диапазона $n = (0.2 \div 5) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ЭМ излучение, генерируемое в столбе плазмы с характерным поперечным размером $5 - 6 \text{ см}$ на установке

ГОЛ-3, имеет возможность свободно выходить из плазменного объёма и может использоваться в различных приложениях.

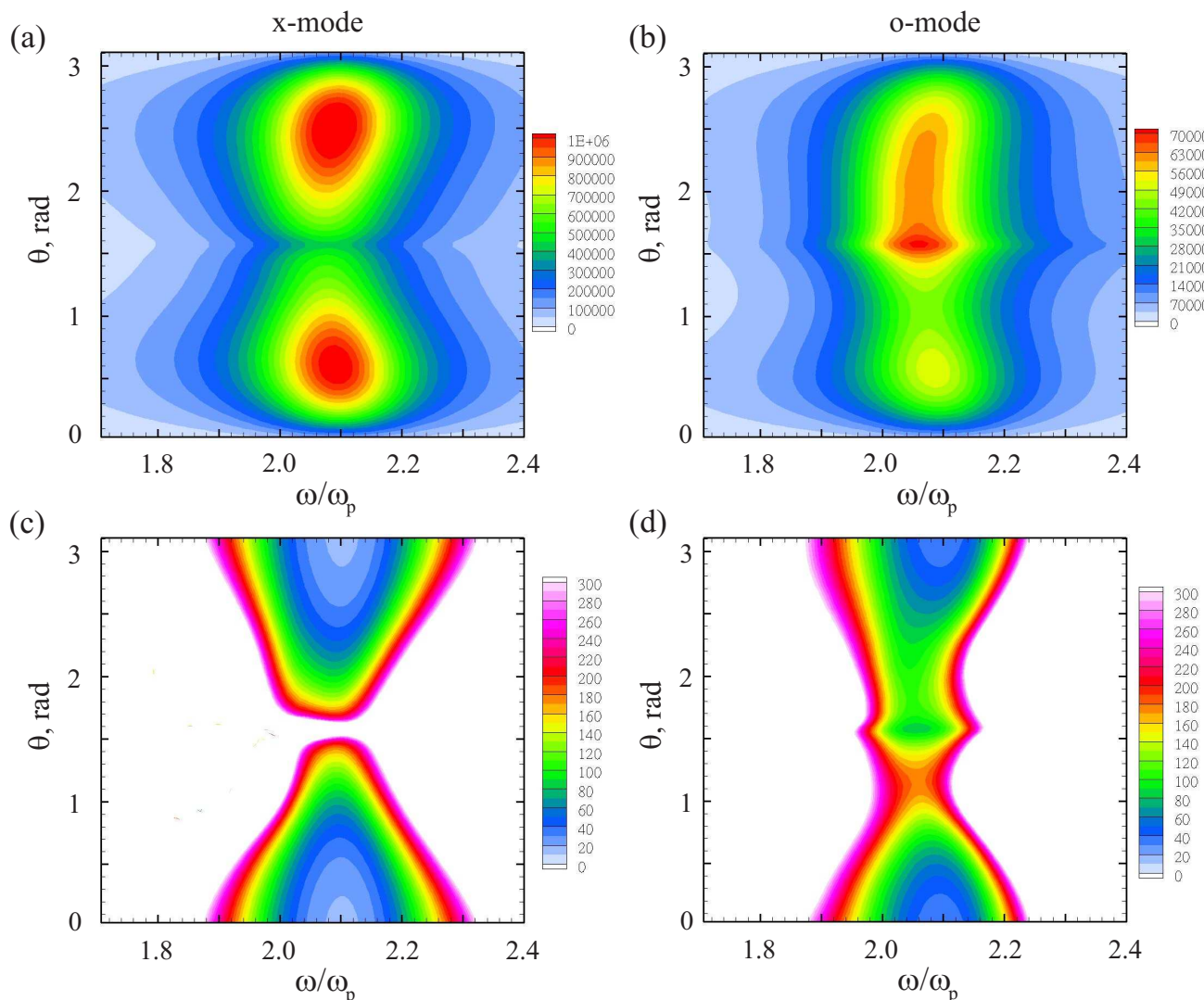


Рис. 3.5. Спектральная мощность излучения $dP/(d\omega d\theta)$ (в $\text{Вт}/\text{см}^3$) для x -моды (a) и o -моды (b). Длина пробега излучения (в см) для x -моды (c) и o -моды (d).

Проследим теперь, как плотность плазмы влияет на спектральные характеристики излучения. Согласно выбранной нами модели, форма частотного спектра, выраженная в единицах ω_p и описываемая спектральной плотностью мощности $dP/d\omega$ (рис. 3.6), является функцией только одного параметра — энергии турбулентности W/nT , поэтому центральная частота излучения f , определяемая положением максимума функции $dP/d\omega$, и ширина спектральной линии Δf на полувысоте $dP/d\omega$ при фиксированном уровне W/nT зави-

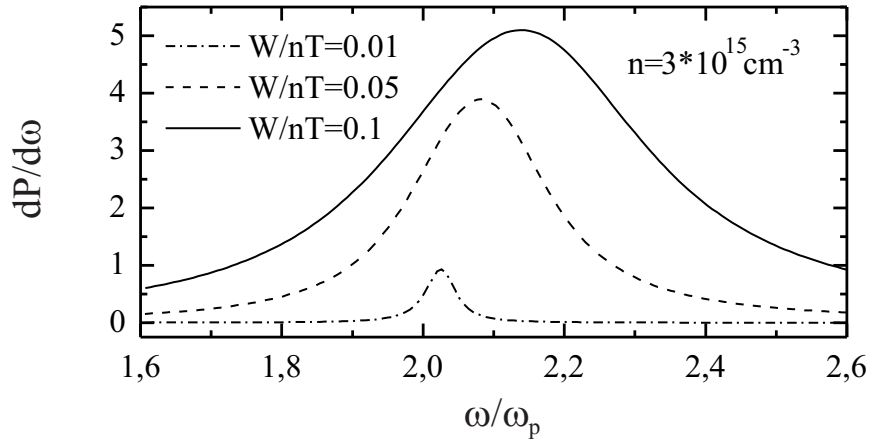


Рис. 3.6. Спектральная мощность ЭМ эмиссии в окрестности удвоенной плазменной частоты $dP/d\omega$ в $\text{МВт}/\text{см}^3$ для различных значений энергии турбулентности W/nT .

сят от плотности плазмы следующим образом: $f, \Delta f \propto n^{1/2}$. Рисунки 3.7(a) и 3.7(b) показывают, что увеличение энергии турбулентности слабо влияет на частоту f , но приводит к существенному увеличению ширины частотного спектра. Таким образом, ширина спектральной линии генерируемого излучения при выбранных параметрах турбулентности определяется корреляционным уширением резонансов, возникающим благодаря быстрому рассеянию плазмонов на возмущениях плотности плазмы.

Исследуем теперь зависимости интегральной мощности спонтанной ЭМ эмиссии из единичного объёма плазмы. Значение этой величины будем вычислять посредством интегрирования спектральной мощности $dP/d\omega$ по частотному промежутку $\omega/\omega_p \in (1.6, 2.6)$ с последующим суммированием по поляризациям генерируемых ЭМ волн. Из рисунка 3.8 видно, что при постоянном значении W/nT эта мощность с ростом плотности плазмы увеличивается по закону $P \propto n^{3/2}$ и в турбулентном режиме с $n = 3 \cdot 10^{15} \text{см}^{-3}$ и $W/nT = 0.05$ достигает величины $1 \text{ МВт}/\text{см}^3$. Заметим, что эти расчёты хорошо согласуются также и с результатами уже упомянутых экспериментов [25], в которых безразмерное магнитное поле было гораздо выше $\Omega = 0.8$. Удельная мощность $1 \text{ кВт}/\text{см}^3$, экспериментально измеренная в режиме $n = 2 \times 10^{14} \text{см}^{-3}$ и $W/nT = 0.01$, дей-

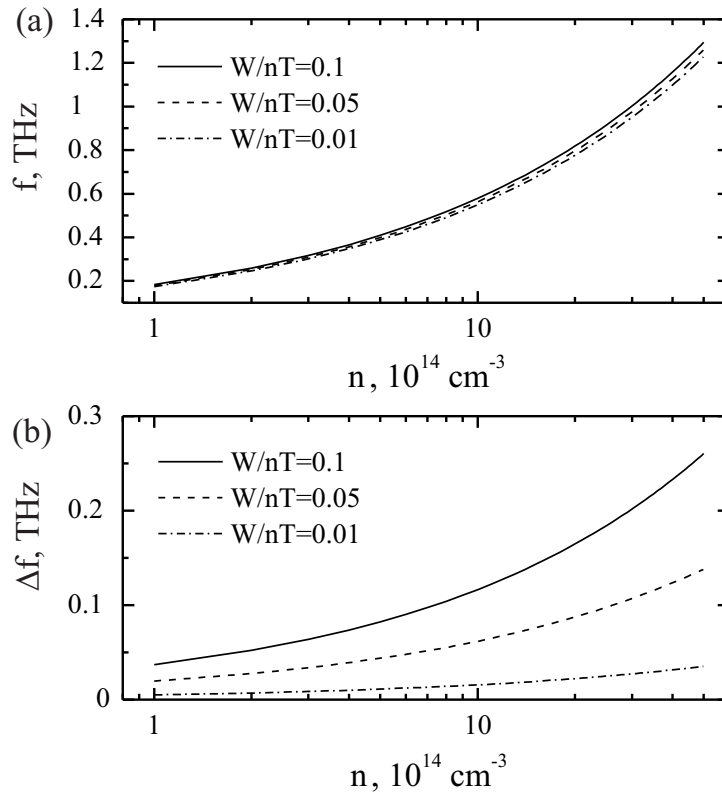


Рис. 3.7. Зависимости f (a) и Δf (b) от плотности плазмы при различных уровнях турбулентности W/nT .

ствительно ложится на соответствующую теоретическую кривую, представленную на рисунке 3.8.

Согласие между расчётами в слабых и сильных магнитных полях косвенно указывает на независимость полной мощности излучения от величины Ω . Это обстоятельство напрямую подтвердилось в работе [62], где было показано, что безразмерное магнитное поле способно существенно увеличить ширину частотного спектра, но почти не может повлиять на интегральную мощность (рис. 3.9). В силу того, что мощность пучковой накачки (3.23) и мощность излучения имеют при выбранных фиксированных параметрах одинаковые зависимости от плотности плазмы, эффективность излучения, определённая здесь как $\epsilon = P/P_b$, зависит в нашей модели только от энергии турбулентности. При $W/nT = 0.05$ эта эффективность оценивается на уровне $\epsilon \simeq 1\%$.

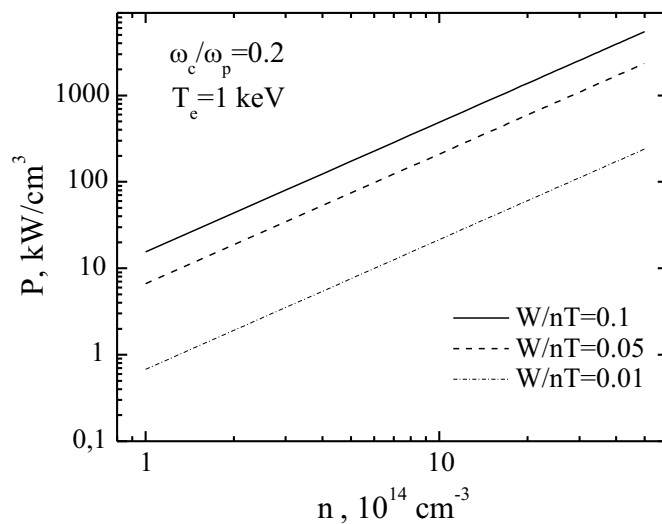


Рис. 3.8. Зависимость интегральной мощности ЭМ эмиссии от плотности плазмы при различных энергиях турбулентности W/nT .

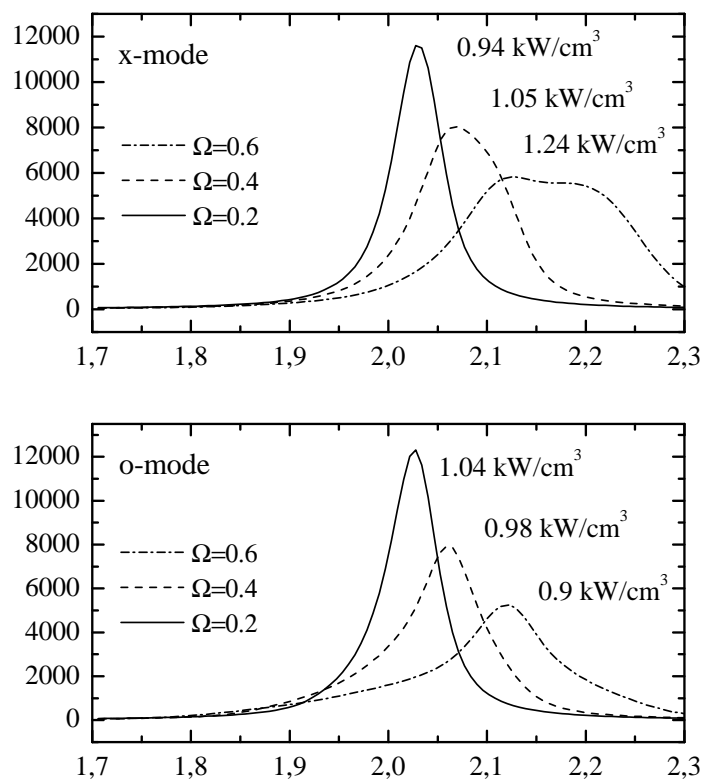


Рис. 3.9. Влияние магнитного поля на частотный спектр излучения x -моды (сверху) и o -моды (снизу) при фиксированном уровне турбулентности $W/nT = 0.01$.

Чтобы понять, насколько полученные результаты чувствительны к изменению формы турбулентного спектра, посчитаем спектральную мощность генерации электромагнитных волн для случаев, когда одна и та же волновая энергия имеет различные спектральные распределения в области источника (рис. 3.10). Видно, что переход от равномерного распределения изотропной части турбулентного спектра верхнегибридных волн типа "ступенька" к более реалистичным спадающим профилям приводит к незначительным вариациям интегральной мощности излучения, не превышающим 20%.

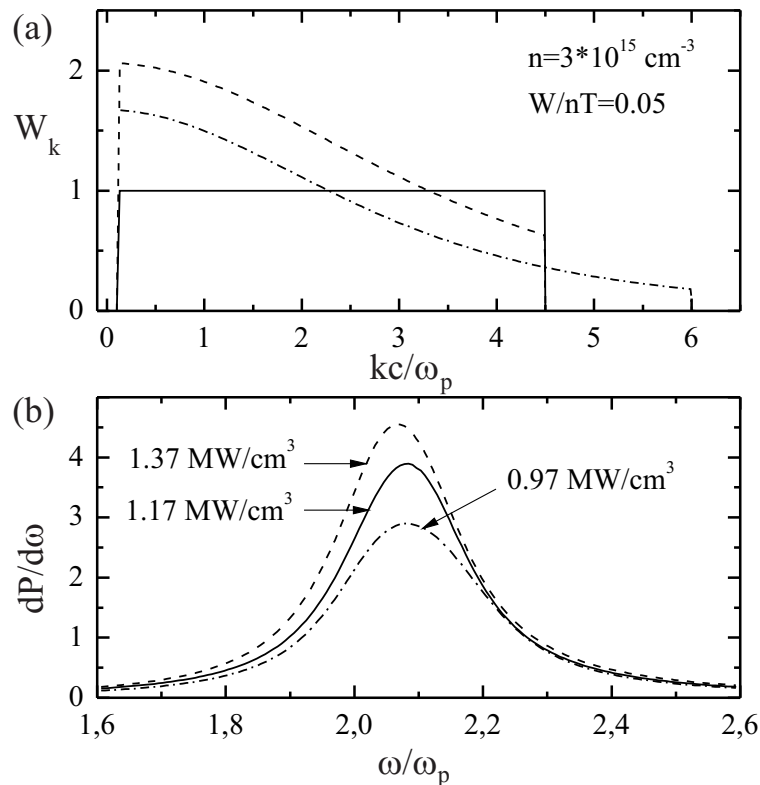


Рис. 3.10. Различные формы изотропной части турбулентного k -спектра (a) и соответствующие спектральные мощности излучения (b).

Нужно отметить, что высокий уровень энергии верхнегибридных волн $W/nT = 0.05$, который требуется для генерации ТГц излучения с мощностью 1 МВт/см^3 , может быть реализован в существующих экспериментах на открытой ловушке ГОЛ-3. Электронный пучок с энергией 1 МэВ и плотностью тока 1.5 кА/см^2 действительно позволяет достичь необходимого уровня мощности накачки 100 МВт/см^3 в локальной пространственной области, где происходит

его захват полем когерентного волнового пакета. Учитывая, что длина такого пакета имеет характерный масштаб $l \sim v_b/\Gamma \simeq 1 - 3$ см, мощность ТГц излучения, проинтегрированная по окрестности второй гармоники плазменной частоты, в этих экспериментах должна достигать значений 30–100 МВт. Как показало численное моделирование [50], такая высокая локализация плазменных колебаний может возникать в процессе инжекции пучка в однородную плазму с резкой границей.

Таким образом, в данной главе с помощью теоретической модели и созданной на её основе компьютерной программы проведены расчёты спектральной мощности электромагнитного излучения, генерируемого при слиянии длинноволновых плазменных колебаний в сильнотурбулентной замагниченной плазме, возбуждаемой мощным релятивистским электронным пучком. Исследовано угловое распределение эмиссии такого излучения в относительно широком диапазоне изменения плотности плазмы и энергии турбулентных пульсаций. Установлена область плазменных параметров, при которых в современном лабораторном пучково-плазменном эксперименте можно достигнуть эмиссии терагерцового излучения с мощностью в десятки мегаватт. Такой уровень мощности выглядит особенно привлекательным, если учесть, что частоту генерируемого излучения можно легко варьировать, изменяя только плотность плазмы.

Глава 4

Режимы повышенной электромагнитной эмиссии в плазме с непрерывно инжектируемым электронным пучком

Механизмы генерации электромагнитных волн в системе плазма-пучок активно изучаются на протяжении нескольких десятков лет [2; 36; 133–135]. Режимы с малой относительной плотностью пучков $\sim 10^{-8} - 10^{-5}$ интересны для задач о солнечных радиовсплесках II и III типов [1; 71]. Более плотные релятивистские пучки давно используются в различных СВЧ-устройствах. Повышенное внимание в последнее время уделяется новым схемам генерации терагерцового излучения [22; 136; 137]. Наш интерес к проблеме электромагнитной эмиссии из плазмы прежде всего связан с термоядерными исследованиями в открытых ловушках [72; 138].

Долгое время в фокусе этих исследований находилась физика турбулентного нагрева плазмы электронными пучками гигаваттного уровня мощности. Было показано, что такие пучки способны эффективно взаимодействовать с плотной плазмой ($10^{15} - 10^{16} \text{ см}^{-3}$), возбуждая в ней высокий уровень турбулентности и нагревая до температур $\sim 1 - 2 \text{ кэВ}$ [24; 139]. Было обнаружено также, что эта турбулентная плазма является источником электромагнитного излучения [25; 62], большая часть энергии которого сконцентрирована вблизи первой и второй гармоник плазменной частоты [30]. Представленный в главе 3 теоретический анализ этих экспериментов показал, что важную роль в генерации излучения в окрестности удвоенной плазменной частоты играют процессы слияния верхнегибридных колебаний, сосредоточенных в длинноволновой части сильнотурбулентного спектра [57]. Эмиссия же вблизи плазменной частоты в этом сценарии должна быть связана с рассеянием этих колебаний на случайных возмущениях плотности плазмы. Очевидно, что режим с развитой турбулентностью эффективен для нагрева плазменных электронов, но не годится

для генерации излучения с узкими спектральными и угловыми характеристиками. Тем не менее, высокий уровень мощности, которую пучок может накачивать в плазменные волны, и характерная для открытых ловушек высокая плотность плазмы кажутся привлекательными для генерации терагерцового излучения, мощность которого в описанных экспериментах могла бы достигать больших значений даже при невысокой эффективности конверсии плазменных колебаний в электромагнитные (см. раздел 3.3 и [59]).

Таким образом, становится актуальным вопрос о поиске таких режимов пучково-плазменного взаимодействия, при которых не только увеличивается эффективность генерации ЭМ волн, но и улучшаются их спектральные и угловые характеристики. Очевидно, что увеличить долю излучения в общем энергобалансе можно только в том случае, если предотвратить стекание части энергии резонансных с пучком колебаний в нерезонансную область турбулентного спектра. Один из способов усилить излучение вблизи второй гармоники плазменной частоты описан в разделе 4.3, где предлагается использовать систему встречных симметричных пучков, в которой наиболее неустойчивые резонансные волны способны сливаться друг с другом, генерируя в трёхволновом процессе выходящую из плазмы электромагнитную волну. В разделах 4.1 и 4.2 мы обсуждаем способы повышения эффективности излучения вблизи плазменной частоты за счёт линейной конверсии резонансных волн на специально подготовленных регулярных неоднородностях плотности плазмы.

В интересующих нас пучково-плазменных экспериментах было замечено, что переход к многопробочной конфигурации магнитного поля, а также уменьшение диаметра плазменного столба приводят к заметному увеличению удельной мощности электромагнитной эмиссии [26]. На наш взгляд, это может быть связано с тем, что в первом случае под действием неоднородного нагрева плазмы на масштабе одного пробкотрона в ней формируются макроскопические возмущения ионной плотности, а во втором поперечные размеры плазмы становятся сравнимыми с длиной волны излучения. Для более детального изу-

чения этих эффектов мы будем рассматривать два различных случая, в которых масштаб неоднородности плотности плазмы либо значительно превышает характерные длины волн плазменных колебаний, либо оказывается одного порядка с ними. В первом случае мы будем использовать теорию колебаний холодной плазмы в ВКБ приближении, а во втором — численное моделирование методом частиц в ячейках [64].

4.1. Линейная конверсия мод на крупномасштабных градиентах плотности плазмы

Идея увеличения эффективности генерации ЭМ волн в плазме с крупномасштабными неоднородностями состоит в выборе такой ориентации градиента плотности плазмы по отношению к ведущему магнитному полю $\mathbf{B} = (0, 0, B)$, при которой наиболее неустойчивые моды системы плазма-пучок могут за счёт линейной конверсии превращаться в обыкновенные электромагнитные волны. Речь фактически идёт о процессе, обратном известной O-SX конверсии, которая используется для ЭЦР нагрева плазмы.

Известно, что при определённой ориентации градиента плотности $\nabla n_i = (\nabla_{\perp} n_i, 0, \nabla_{\parallel} n_i)$ в плоскостой плазме дисперсионные кривые, отвечающие медленной необыкновенной (SX) и обыкновенной электромагнитной (O) модам, пересекаются вблизи критической поверхности, создавая условия для их полной взаимной конверсии [140]. Чтобы понять, как волна с фиксированной частотой ω и начальным волновым вектором $\mathbf{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ распространяется в неоднородной плазме, удобно повернуть систему координат в плоскости (x, z) таким образом, чтобы одна из её осей была направлена вдоль ∇n_i . В новой системе координат (ζ, ξ) у волны сохраняется поперечный к ∇n_i показатель преломления

$$N_{\zeta} = N_{\parallel} \sin \chi - N_{\perp} \cos \chi = \text{const}, \quad (4.1)$$

где $N_{\perp,\parallel} = k_{\perp,\parallel}c/\omega$, а χ — угол между векторами ∇n_i и \mathbf{B} . Если длина рассматриваемой волны мала по сравнению с масштабом неоднородности, эволюция продольного показателя преломления N_ξ определяется из решения локального дисперсионного уравнения $D(\omega, N_\zeta, N_\xi, \xi) = 0$. В холодной плазме со слабым магнитным полем, когда электронная циклотронная частота Ω_e не превышает плазменной ω_{pe} , характерный вид дисперсионных кривых $N_\xi(n_i(\xi))$ при различных ориентациях градиента плотности представлен на рисунке 4.1. Видно,

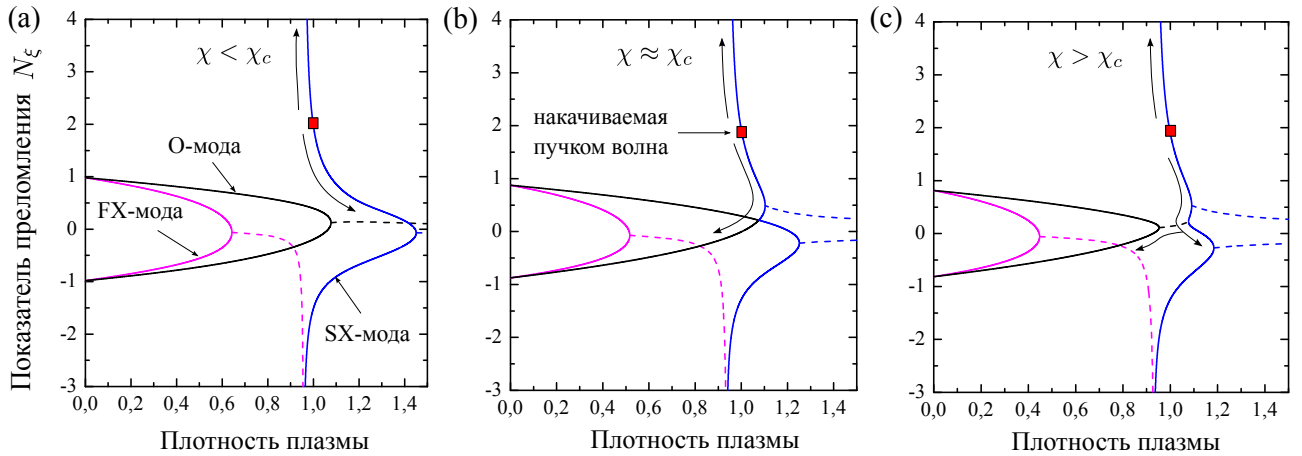


Рис. 4.1. Зависимость показателя преломления N_ξ от плотности плазмы $n_i(\xi)/n_0$ для плазменных колебаний, имеющих такую же частоту $\omega = 1.038 \omega_p$ и такой же показатель N_ζ , как у стартующей из $n_i = n_0$ самой неустойчивой пучковой волны, при различных ориентациях градиента плотности: (a) $\chi = 1 < \chi_c$, (b) $\chi = 1.15 \approx \chi_c$ и (c) $\chi = 1.2 > \chi_c$ ($\Omega_e/\omega_p = 0.4$).

что касание О и SX мод происходит только при выделенном значении угла χ

$$\chi_c = \arctan \left(\frac{N_\perp}{N_\parallel - \sqrt{\Omega_e/(\omega + \Omega_e)}} \right). \quad (4.2)$$

В этом случае (рис. 4.1(b)) резонансная с пучком верхнегибридная волна, обозначенная на рисунках красным квадратом, в зависимости от знака ∇n_i либо движется в сторону низкой плотности и достигает верхнего гибридного резонанса, либо отражается от области более плотной плазмы и полностью конвертируется в О-моду, способную выходить из плазмы. Если угол χ оказывается

заметно ниже χ_c (рис. 4.1a), у SX моды пропадает точка отражения вблизи критической поверхности и она не соединяется с O модой даже посредством комплексных затухающих решений (штриховые линии), что делает невозможным линейную конверсию мод. В случае $\chi > \chi_c$ возбуждаемая пучком волна при отражении от более плотной области по-прежнему способна конвертироваться в O-моду, однако эффективность такой конверсии значительно снижается при увеличении угла χ за счёт необходимости подбарьерного просачивания волны через участок, на котором существует только затухающее решение (рис. 4.1(c)).

Выясним, как должен быть ориентирован градиент плотности плазмы, чтобы наиболее неустойчивые колебания системы плазма-пучок максимально эффективно конвертировались в ЭМ волны. При малой относительной плотности пучка ($n_b/n_i \ll 1$) эти колебания слабо отличаются от собственных колебаний плазмы (SX волн), удовлетворяющих условию либо черенковского $N_{\parallel} = c/v_b$, либо циклотронного $N_{\parallel} = c/v_b(1 + \Omega_e/\gamma_b\omega)$ резонанса (v_b — скорость пучка, а γ_b — его релятивистский фактор). Дисперсионное соотношение для SX моды при заданном N_{\parallel} можно представить в виде зависимости угла распространения волны $\theta(\omega)$ от её частоты. Из рисунка 4.2 видно, что в упомянутые резонансы могут попадать волны с частотами от ω_{pe} до $\sqrt{\omega_{pe}^2 + \Omega_e^2}$, при этом угол их распространения внутри этого частотного диапазона непрерывно увеличивается от 0 до $\pi/2$. Для каждой такой волны можно вычислить угол χ_c , при котором возможна полная SX-O конверсия. Очевидно, что оптимальные условия конверсии должны быть созданы для самой неустойчивой моды.

Определение этой моды является нетривиальной задачей, поскольку реальное положение максимума инкремента в \mathbf{k} -пространстве в интересующих нас экспериментах определяется соревнованием трёх эффектов: релятивистской анизотропии массы электронов пучка, его поперечного разброса по импульсам и магнитного поля. Задача вычисления инкремента пучковой неустойчивости в замагниченной плазме с учётом и релятивистских, и кинетических

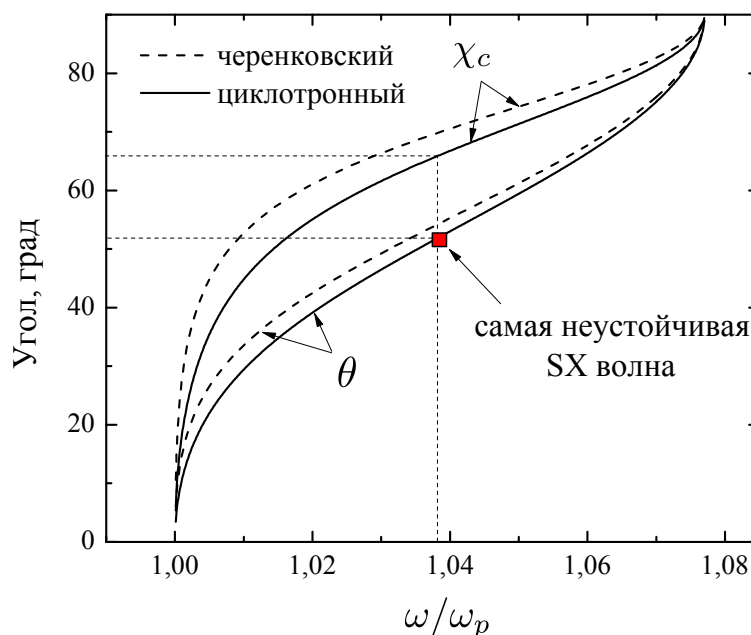


Рис. 4.2. Углы распространения SX волн, попадающих в черенковский или циклотронный резонанс с пучком при $v_b/c = 0.93$ и $\Omega_e/\omega_p = 0.4$, и соответствующие им углы χ_c , при которых достигается оптимальная SX-О конверсия.

эффектов требует трудоёмких вычислений и была решена в первой главе диссертации [61]. Если моноэнергетический пучок ($v_b/c = 0.93$) с характерным угловым разбросом $\Delta\theta = 0.1$ и относительной плотностью $n_b/n_p = 0.01$ аппроксимировать сдвинутым анизотропным максвелловским распределением с $T_{\perp} = 12$ кэВ и $T_{\parallel} = 25$ эВ, то максимум инкремента его неустойчивости в замагниченной плазме с $\Omega_e/\omega_p = 0.4$ достигается для косых волн, раскачиваемых на аномальном эффекте Доплера. Из рисунка 4.3 видно, что пучок несколько модифицирует дисперсию неустойчивых колебаний, слегка занижая их частоты по сравнению с собственными частотами плазмы без пучка, что даёт некоторый сдвиг максимума инкремента с линии циклотронного резонанса SX моды. Оптимальные условия конверсии будем ставить для той резонансной плазменной моды, которая имеет поперечное волновое число $k_{\perp} = 1.62 \omega_p/c$, соответствующее точному положению максимума инкремента. Положение этой моды на линии $\theta(\omega)$ показано на рисунке 4.2 красным квадратом.

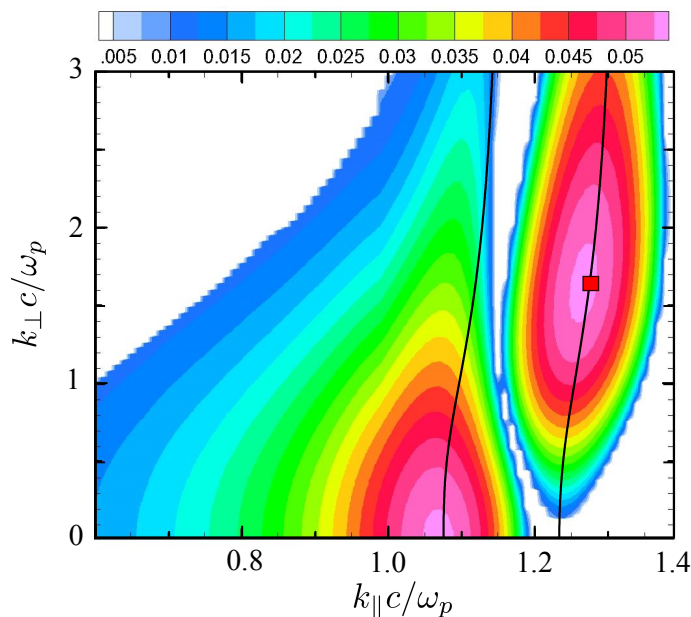


Рис. 4.3. Карта инкремента пучковой неустойчивости, вычисленная в рамках точной линейной теории, и линии $k_{\perp}(k_{\parallel})$, на которых черенковский и циклотронный резонансы достигаются для собственной SX моды холодной плазмы.

Определим теперь диапазон углов $\Delta\chi$ вокруг χ_c , внутри которого коэффициент конверсии для самой быстрорастущей моды отличен от нуля. Если $\chi \neq \chi_c$, вблизи критической поверхности ($\omega = \omega_{pe}$) появляется зона непрозрачности, через которую отражённая SX волна может пройти только за счёт подбарьерного просачивания. В квазиклассическом приближении коэффициент прохождения такой волны через критическую поверхность даётся выражением

$$T = \exp \left[-2 \frac{\omega L}{c} \int_{n_1}^{n_2} |\text{Im} N_{\xi}(n_i)| \frac{dn_i}{n_i} \right], \quad (4.3)$$

где n_1 и n_2 — значения плотности плазмы, соответствующие границам области непрозрачности, а $L = n_i/|\nabla n_i|$ — пространственный масштаб неоднородности. Для резонансной волны с частотой $\omega/\omega_p = 1.038$, стартующей из точки с плотностью $n_0 = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, допустимые ориентации градиента плотности с $L = 2 \text{ см}$ показаны на рисунке 4.4. Видно, что конверсия рассматриваемой волны в O моду возможна только в узком диапазоне углов вокруг $\chi_c \approx 66^\circ$. Резкое

падение коэффициента конверсии со стороны малых углов χ связано с тем, что у SX волны пропадает точка отражения вблизи критической поверхности, что позволяет ей беспрепятственно проходить в более плотные слои плазмы, которые не доступны для O моды (см. рис. 4.1(a)).

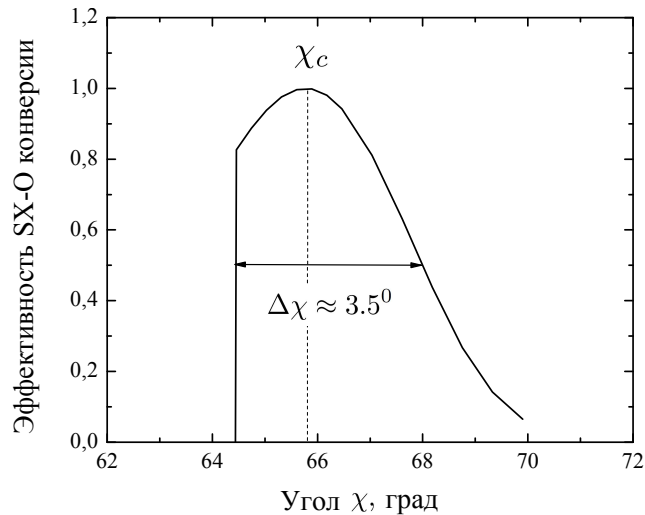


Рис. 4.4. Коэффициент линейной конверсии в O моду для самой неустойчивой SX волны при различных отклонениях от оптимального угла χ_c .

Таким образом, для того чтобы часть энергии возбуждаемых пучком колебаний конвертировать в излучение, в месте наиболее интенсивного пучково-плазменного взаимодействия необходимо создать область с нарастающей плотностью плазмы, градиент которой будет направлен под углом χ_c к направлению магнитного поля. Наиболее неустойчивые волны, распространяющиеся в плоскости $(\nabla n_i, \mathbf{B})$, отражаясь от этой области, на критической поверхности должны превращаться в O моду, которая, двигаясь в область спадающей плотности, способна выйти из плазмы как электромагнитная волна.

4.2. Плазменная антенна с пучковой накачкой

Исследуем теперь особенности генерации ЭМ волн в плазме, плотность которой заметно меняется на масштабах, сравнимых с длинами волн плазменных колебаний. Интерес к этим режимам пучково-плазменного взаимодействия

связан, с одной стороны, с экспериментально обнаруженным эффектом усиления излучения в этих условиях [26; 27], а с другой стороны, с возможностью детального изучения механизмов электромагнитной эмиссии из плазмы с помощью численного моделирования.

4.2.1. Моделирование излучения тонкой плазмы в задаче с периодическими граничными условиями

Для моделирования генерации ЭМ волн в процессе пучково-плазменного взаимодействия мы используем стандартную 2D3V PIC модель с периодическими граничными условиями. Нас интересуют характеристики выходящего из плазмы излучения, поэтому плазма и движущийся вдоль координаты x пучок имеют в наших расчётах конечные поперечные размеры $\Delta y = 240h$ (h — шаг пространственной сетки) и отделены от границ расчётной области вакуумными промежутками. Чтобы генерируемое в плазме излучение не накапливалось в системе, вблизи поперечных границ расчётной области расположены слои с толщиной $120h$, внутри которых происходит искусственное поглощение электромагнитного поля. Таким образом, вся расчётная область имеет размеры $L_x \times L_y = 566h \times 1560h$, каждый сорт частиц плазмы и пучка моделируется набором из 13.584 миллионов макрочастиц, временной шаг и шаг пространственной сетки выбраны равными $\tau = 0.01 \omega_p^{-1}$ и $h = 0.02 c/\omega_p$. Плазменная частота $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_e}$ здесь вычисляется по плотности n_0 , значение которой определяет единицу измерения плотности плазмы и может быть выбрано произвольным.

Физические параметры плазмы и пучка выбраны следующими: пучок движется со скоростью $v_b/c = 0.9$, имеет относительную плотность $\alpha = n_b/n_0 = 0.05$ и тепловой разброс по импульсам, определяемый температурой $T_b = 10$ кэВ. Электроны плазмы в начальный момент времени имеют температуру $T_e = 80$ эВ и дрейфуют со скоростью $v_e = -v_b\alpha/(1 - \alpha)$, компенсируя тем са-

мым ток электронного пучка. Ионы предполагаются холодными и имеют массу $m_i/m_e = 1836$. В системе имеется направленное вдоль x однородное магнитное поле, величина которого определяется параметром $\Omega_e/\omega_p = 0.6$.

Цель моделирования состоит в поиске режимов пучково-плазменного взаимодействия, оптимальных с точки зрения генерации ЭМ волн. Поэтому нас будут интересовать не турбулентные процессы генерации излучения, а те механизмы электромагнитной эмиссии, которые связаны с конверсией резонансных с пучком волн на регулярных неоднородностях плотности плазмы. Поскольку эти механизмы допускают генерацию ЭМ волн уже на ранней стадии развития пучковой неустойчивости и не требуют установления квазистационарного турбулентного спектра, мы можем ограничиться рассмотрением задачи о релаксации пучка в системе с периодическими граничными условиями. В этом случае пучок имеет фиксированный запас избыточной энергии, поэтому способен накачивать плазменные колебания только в течение ограниченного промежутка времени до момента его захвата неустойчивыми волнами. Эмиссия ЭМ волн из плазмы при этом имеет характер короткой вспышки, которая следует за стадией накачки. Вычисляя, какую долю от полной удельной мощности пучка $P_b = (\gamma_b - 1)n_b m_e c^2 v_b / L_x$ составляет пиковая мощность излучения P_{rad} в такой вспышке, можно судить об эффективности генерации ЭМ волн в плазмах с различными профилями плотности.

Рассмотрим четыре случая (рис. 4.5): однородная плазма с резкой границей (case 1), неоднородная плазма с плавным поперечным градиентом плотности $\nabla_{\perp} n_i$ (case 2), плазма с продольным градиентом плотности $\nabla_{\parallel} n_i$ (case 3) и резонансный случай (case 4), в котором длина волны продольного возмущения плотности плазмы совпадает с длиной волны самой неустойчивой пучковой моды.

Case 1. Из рисунка 4.5 видно, что электрические поля E_x и E_z в этом случае локализованы внутри плазменного слоя и быстро спадают при удалении от плазменной границы, а доля мощности пучка, которая конвертируется в

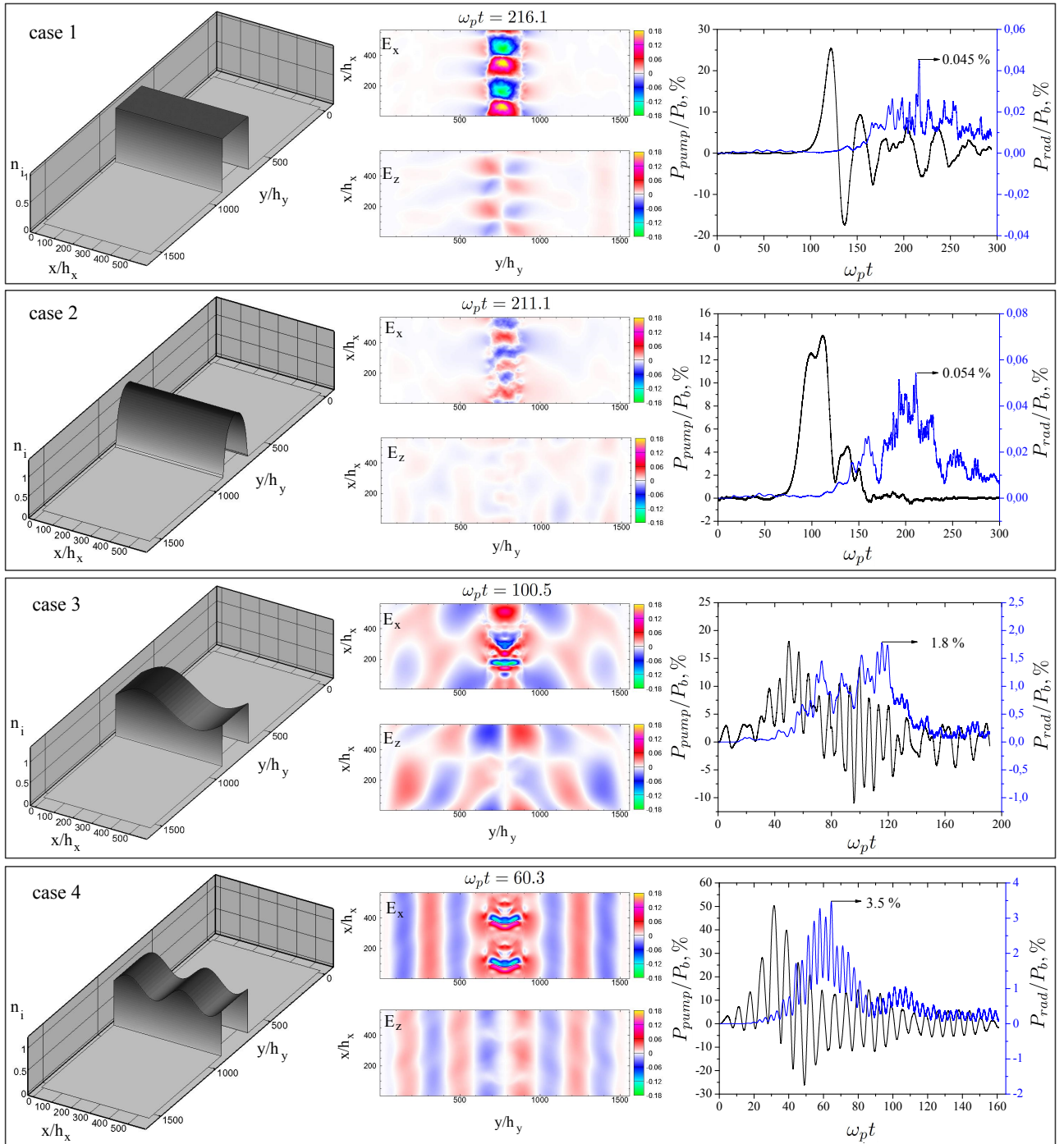


Рис. 4.5. Результаты численных расчётов для четырёх различных профилей ионной плотности. В каждом случае показаны профиль плотности плазмы $n_i(x, y)$, карты электрических полей E_x и E_z в момент наиболее интенсивного излучения, а также временные зависимости для мощности пучковой накачки P_{pump} и мощности излучения P_{rad} в единицах мощности пучка P_b .

излучение, оказывается пренебрежимо малой ($\sim 0.05\%$). Отсутствие интенсивного излучения в этом случае объясняется тем, что плазменные волны, раскачиваемые пучком на черенковском или аномальном эффекте Доплера, имеют высокий продольный показатель преломления ($N_{\parallel} > 1$) и потому не могут конвертироваться в вакуумные ЭМ волны с $N_{\parallel} \leq 1$. Слабое излучение в такой плазме генерируется лишь со значительной задержкой после импульса накачки и связано с появлением мелкомасштабных флуктуаций плотности ионов, нарастающих в процессе развития модуляционной неустойчивости. При этом амплитуда этих флуктуаций в условиях отсутствия постоянной накачки в наших расчётах стабилизируется на гораздо более низком уровне по сравнению со случаем непрерывной инжекции пучка в плазму. Таким образом, сама по себе малая толщина плазменного слоя не приводит к появлению эффективных механизмов конверсии неустойчивых колебаний в электромагнитные волны. Излучение в этом случае связано с известными турбулентными процессами рассеяния на мелкомасштабных возмущениях плотности плазмы.

Case 2. Тот же вывод можно сделать и во втором случае. Переход к плазменному слою с плавно спадающей плотностью приводит к некоторому ослаблению пучковой неустойчивости, а также к тому, что на стадии захвата пучка вместо формирования квазиодомерной нелинейной волны БГК-типа происходит вынос плазменных колебаний на менее плотную периферию плазмы с последующим опрокидыванием и диссипацией их энергии. На рисунке 4.5 видно, что на графике мощности энергопотерь пучка $P_{pump}(t)$ пропадают характерные осцилляции, вызванные баунс-колебаниями захваченных электронов, а в электрическом поле E_x содержится гораздо меньше энергии, чем в слабозатухающей БГК-волне, распространяющейся в однородном слое. Несмотря на различие в сценариях нелинейной эволюции плазменных колебаний, мощность эмиссии ЭМ волн остаётся на прежнем весьма низком уровне ($P_{rad}/P_b \sim 0.05\%$).

Case 3. Существенное усиление электромагнитного излучения происходит в том случае, если плотность плазмы в первоначально однородном слое

промодулировать вдоль магнитного поля. Эмиссия ЭМ волн в этом случае начинается сразу вслед за стадией накачки, а доля конвертируемой в излучение мощности достигает величины $P_{rad}/P_b \sim 1.8\%$. Из рисунка 4.6 видно, что из-

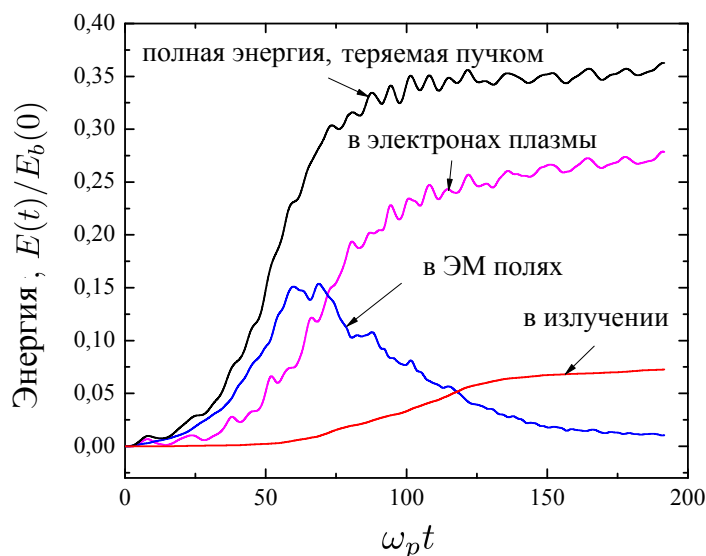


Рис. 4.6. Полные энергопотери пучка в единицах его начальной энергии $E_b(0)$ и различные составляющие этих энергопотерь: кинетическая энергия плазменных электронов, энергия электромагнитных полей и энергия, поглощённая в приграничных слоях благодаря излучению плазмы.

лучение в данном режиме начинает играть существенную роль в общем энергобалансе. Действительно, за время расчёта пучок теряет в плазме 35% своей энергии, при этом пятая часть этих энергопотерь излучается в виде ЭМ волн и поглощается в приграничных слоях. Из карт полей E_x и E_z видно, что в спектре излучения присутствуют волны, распространяющиеся под некоторым острым углом к направлению движения пучка. Чтобы определить частотный спектр излучаемых волн, проведём Фурье-анализ временных зависимостей всех ЭМ полей, измеренных в определённой точке на границе поглощающего слоя. Их суммарная спектральная плотность энергии представлена на рисунке 4.7. Видно, что большая часть волновой энергии сосредоточена вблизи частоты наиболее неустойчивой пучковой моды $\omega_b = k_{\parallel} v_b - \delta$, где $k_{\parallel} = 4\pi/L_x = \omega_p/v_b$, а δ — сдвиг частоты, характерный для гидродинамического режима развития

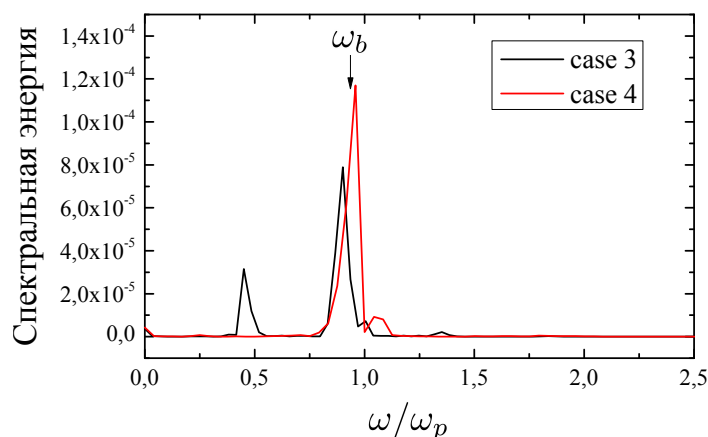


Рис. 4.7. Спектральная плотность энергии вакуумных ЭМ полей, измеренных на границе поглощающего слоя.

неустойчивости. Второй спектральный пик имеет примерно вдвое меньшую частоту и связан с конверсией ещё одной неустойчивой пучковой моды с волновым числом $k_{\parallel} = 2\pi/L_x$. В линейной теории эта мода должна нарастать с малым инкрементом, однако за счёт начальной модуляции пучка с тем же периодом L_x она имеет большую начальную амплитуду, что позволяет ей доминировать на начальном этапе развития неустойчивости.

Case 4. Если пространственный период первоначальной модуляции плазмы и пучка совпадает с длиной волны наиболее неустойчивой пучковой моды, излучение из плазмы генерируется только на частоте этой моды ω_b (рис. 4.7) и выходит строго поперёк магнитного поля (рис. 4.5). При этом мощность излучения достигает 3.5% от полной мощности пучка. Благодаря высокому коэффициенту конверсии и узким спектральным характеристикам выходящего излучения рассматриваемый режим может быть интересен для разработки генератора субтерагерцового излучения высокой мощности.

4.2.2. Механизм плазменной антенны

В результате развития пучковой неустойчивости в плазменном слое раскачивается бегущая вместе с пучком волна, продольное электрическое поле

которой имеет структуру

$$E_{\parallel} = E_0(y) \cos(k_{\parallel}x - \omega_b t). \quad (4.4)$$

В поле этой волны электроны плазмы осциллируют со скоростью

$$v_{e\parallel} = \frac{eE_0}{m_e\omega_b} \sin(k_{\parallel}x - \omega_b t), \quad (4.5)$$

создавая электрический ток $j_{\parallel} = -en_e v_{e\parallel}$. В неоднородной плазме с $n_e = n_0 - \delta n \cos(qx)$ в этом токе появляется слагаемое

$$\delta j_{\parallel} = -\frac{e^2 E_0 \delta n}{2m_e \omega_b} \sin[(k_{\parallel} - q)x - \omega_b t], \quad (4.6)$$

которое порождает колебания электромагнитного поля с частотой ω_b и продольным волновым числом $k_{\parallel} - q$. В плазме эти колебания являются вынужденными, однако на границе слоя они могут передавать свою энергию вакуумным ЭМ волнам, имеющим такую же частоту $\omega = \sqrt{K_{\perp}^2 + K_{\parallel}^2}c = \omega_b$ и такое же волновое число $K_{\parallel} = k_{\parallel} - q$. Одновременное выполнение резонансных условий оказывается возможным только в ограниченном диапазоне q ,

$$1 - \beta < \frac{q}{k_{\parallel}} < 1 + \beta, \quad \beta = \frac{\omega_b}{k_{\parallel}c} \approx \frac{v_b}{c}, \quad (4.7)$$

что ещё раз объясняет отсутствие данного механизма излучения в случаях со строго поперечной неоднородностью ионной плотности ($q = 0$). Таким образом, плазменный слой с продольной модуляцией плотности, по которому распространяется неустойчивая пучковая волна, по сути представляет собой плоскую антенну, которая излучает ЭМ волны под углом

$$\theta = \arctan \sqrt{\frac{\omega_b^2}{(k_{\parallel} - q)^2 c^2} - 1} \quad (4.8)$$

к своей плоскости.

Такой механизм объясняет результаты расчётов, которые описаны в случаях 3 и 4. В случае 3 наиболее неустойчивая пучковая мода с частотой ω_b

и $k_{\parallel} = 4\pi/L_x$ взаимодействует с возмущением плотности с $q = k_{\parallel}/2$, поэтому направление результирующего излучения составляет острый угол $\theta = \arctan \sqrt{4\beta^2 - 1} \approx 53^\circ$ с направлением магнитного поля. В случае 4 длина волны доминирующей моды совпадает с периодом модуляции плотности плазмы ($q = k_{\parallel}$), поэтому излучение выходит строго поперёк поля $\theta = \pi/2$.

Чтобы убедиться в адекватности предложенного механизма генерации излучения, получим теоретическую оценку для коэффициента конверсии P_{rad}/P_b при параметрах, соответствующих случаю 4. Для простоты плазму будем считать холодной, а амплитуду неустойчивой пучковой моды E_0 не зависящей от y . В этом случае продольный переменный ток возбуждает внутри плазменного слоя поля E_x и $B_y = c\partial E_x/\partial y$, вид которых определяется из уравнения

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \kappa^2 E_x = \frac{4\pi\omega_b}{c^2} j_0 \cos \omega_b t, \quad (4.9)$$

где $\kappa^2 = \omega_p^2/c^2(1 - \hat{\omega}_b^2)$ представляет собой обратный квадрат длины скин-слоя для волны с частотой $\hat{\omega}_b = \omega_b/\omega_p = 0.93$, а j_0 — амплитуда тока (4.6). Из условий сшивки на границах слоя вычисляем амплитуды вакуумных ЭМ волн и получаем выражение для относительной мощности излучения

$$\frac{P_{rad}}{P_b} = \frac{\hat{E}_0^2 \delta \hat{n}^2 (L_x/h) \mathcal{F}}{4(\gamma_b - 1) \hat{v}_b \hat{n}_b (1 - \hat{\omega}_b^2)}, \quad (4.10)$$

в котором фактор

$$\mathcal{F} = \frac{\sinh^2(\kappa l/2)}{\hat{\omega}_b^2 + \sinh^2(\kappa l/2)} \quad (4.11)$$

определяет влияние толщины слоя l , $\hat{E}_0 = eE_0/(m_e c \omega_p)$ — безразмерную амплитуду резонансной с пучком волны, $\delta \hat{n} = \delta n/n_0$ — глубину модуляции плотности плазмы, а $\hat{v}_b = v_b/c$ — безразмерную скорость пучка. Из полученных формул, в частности, следует, что если толщина плазмы начинает превышать длину скин-слоя излучаемой волны, полная мощность излучения выходит на постоянный уровень ($\mathcal{F} \rightarrow 1$), а в пересчёте на единицу объёма уменьшается как $1/l$. Значение \hat{E}_0 можно определить по средней амплитуде БГК-волны, установившейся в однородном слое ($\hat{E}_0 = 0.15$). Тогда в случае с модуляцией плотности $\delta \hat{n} = 20\%$

(case 4) согласно формуле (4.10) мы должны наблюдать излучение с относительной мощностью 3.6%, что хорошо согласуется с результатами численных расчётов.

В размерных величинах расчёт 4 при плотности плазмы $n_0 = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ соответствует ситуации, когда электронный пучок с энергией 660 кэВ и плотностью тока 43 кА/см^2 инжектируется в плазменный слой с толщиной 1.8 мм, плотность которого промодулирована вдоль магнитного поля с периодом 2.1 мм и глубиной $\delta n/n = 20\%$. Магнитное поле при этом составляет величину $B = 3 \text{ Тл}$. Генерируемое в такой плазме электромагнитное излучение направлено поперёк поля, имеет частоту 118 ГГц, что соответствует длине волны 2.5 мм, а его мощность в расчёте на единицу объёма плазмы достигает 2.3 ГВт/см^3 .

Полезно заметить, что увеличивая длину продольной модуляции плотности плазмы, можно направить излучение почти вдоль плазменного столба. Для примера рассмотрим параметры типичного лабораторного эксперимента, в котором обычно используется менее мощный пучок ($E_b = 800 \text{ кэВ}$, $j_b = 1 \text{ кА/см}^2$) при той же плотности плазмы. Длина волны самой неустойчивой пучковой моды здесь имеет величину $\lambda_{\parallel} = 2\pi v_b/\omega_p = 2.2 \text{ мм}$, а возможная длина модуляции согласно (4.7) лежит в диапазоне

$$0.11 \text{ см} \approx \frac{\lambda_{\parallel}}{1 + \beta} < \lambda_q < \frac{\lambda_{\parallel}}{1 - \beta} \approx 2.75 \text{ см}. \quad (4.12)$$

При длине модуляции $\lambda_q = 2 \text{ см}$ ЭМ волна с частотой 127 ГГц будет излучаться под углом $\theta \approx 15^\circ$.

В более плотной плазме этот механизм может использоваться для генерации ТГц излучения, однако высокая эффективность в рассмотренном выше режиме строго поперечной эмиссии достигается только в тонкой плазме, толщина которой сравнима с длиной волны излучения. Это обстоятельство препятствует достижению высоких абсолютных значений мощности ЭМ эмиссии. Причиной потери эффективности генерации ЭМ волн в толстой плазме является её непрозрачность для ω_p -излучения. Оказалось, однако, что при определённых

углах эмиссии замагниченная плазма не экранирует поля вблизи плазменной частоты, поэтому антенный механизм может сохранять свою эффективность даже в относительно толстой плазме. Для поиска этих режимов прозрачности обобщим теорию плазменной антенны на случай произвольного угла эмиссии в произвольном магнитном поле [65].

4.2.3. Теория пучково-плазменной антенны в режиме косо́й эмиссии

Терагерцовое излучение (0.1 – 30 ТГц) сегодня имеет массу научных и технологических применений. В последнее время было предложено множество новых схем генерации электромагнитных волн в этом диапазоне частот. Для одних приложений важны сверхвысокие значения электрических полей [141; 142], достигаемые в ультракоротких импульсах, для других необходимо более длительное воздействие излучения при относительно низком уровне мощности [143]. В данном разделе мы изучаем особенности генерации гигаваттного терагерцового излучения, возникающего в процессе инжекции сильноточного электронного пучка в плазму.

Процессы электромагнитной эмиссии из пучково-плазменной системы вблизи гармоник плазменной частоты уже давно привлекают внимание исследователей в связи с явлением солнечных радиовсплесков III типа. Для описания этих процессов в пространственно протяжённой плазме рассматривались различные механизмы генерации ЭМ волн [2; 36; 122; 144–147]. В субтерагерцовом диапазоне частот (0.1 – 0.5 ТГц) аналогичные процессы активно изучаются в лабораторных пучково-плазменных экспериментах на открытой ловушке ГОЛ-ПЭТ [30; 31]. Специфика этих экспериментов состоит в том, что плазма здесь имеет малые пространственные размеры и помещена в относительно сильное магнитное поле. Было обнаружено, что в режиме, когда поперечный размер пучково-плазменной системы становится сравнимым с длиной излучаемых волн, эффективность преобразования мощности пучка в мощность

излучения значительно возрастает [26; 54]. Эти эксперименты стимулировали теоретические работы по изучению механизма генерации излучения в условиях тонкой плазмы [29; 55; 64]. Особенность этого режима состоит в том, что тонкий шнур фактически выступает в роли антенны, которая при возбуждении в ней сверхсветовой волны тока способна эффективно излучать ЭМ волны. Волна, нарастающая внутри однородного плазменного шнура за счёт развития двухпотоковой неустойчивости, не может быть источником такого излучения, поскольку находится в черенковском резонансе с пучком и имеет досветовую фазовую скорость. Однако в плазме с продольной модуляцией плотности эта волна генерирует длинноволновый саттелит, фазовая скорость которого может превышать скорость света. Именно такая рассеянная волна может резонансно обмениваться энергией с электромагнитными волнами в вакууме.

Очевидно, что необходимым условием эффективной генерации ЭМ волн в такой системе является продольная неоднородность плотности плазмы. В турбулентной плазме, характерной для упомянутых выше экспериментов, такие неоднородности имеют широкий спектр и генерируют излучение во всех возможных направлениях. Если же в плазме создать выделенное периодическое возмущение плотности, то благодаря механизму плазменной антенны можно получить узконаправленный пучок ЭМ волн, интересный для различных приложений. Численное моделирование инжекции пучка в тонкий плазменный столб [29] показало, что такое квазирегулярное возмущение плотности может нарастать даже в первоначально однородной плазме в результате развития модуляционной неустойчивости пучковой волны.

Для поиска наиболее эффективных режимов излучения пучково-плазменной антенны необходимо построить теорию, способную предсказывать зависимость мощности излучения от различных параметров плазмы и пучка. В наиболее простом случае, когда период модуляции плотности плазмы совпадает с длиной возбуждаемой пучком волны, такая теория была построена в работах [55; 64] (см. раздел 4.2.2). Было показано, что ЭМ волны в этом случае

излучаются строго поперёк плазмы, а поскольку их частота оказывается ниже плазменной, они способны резонансно взаимодействовать с плазменными токами только на глубине скин-слоя. Таким образом, эффективность излучения имеет оптимум при толщине плазмы l , сравнимой с глубиной скин-слоя, и падает как $1/l$ в более толстой плазме. Это, в частности, означает, что для эффективной генерации суб-миллиметровых волн с помощью такой схемы требуется плазма суб-миллиметрового радиуса, что значительно меньше того характерного поперечного размера, до которого может сжиматься электронный пучок с сохранением его максимальной мощности (20 ГВт) на установке ГОЛ-ПЭТ. В связи с этим возникает вопрос, можно ли избежать предсказываемого теорией падения эффективности в толстой плазме за счёт перехода в режим косоугольного излучения. Дело в том, что замагниченная плазма может быть прозрачной для излучения с частотой ниже плазменной, поэтому в его генерации может принимать участие не только тонкий приграничный слой, но и весь объём плазмы. Для ответа на этот вопрос необходимо обобщить теорию плазменной антенны с пучковой накачкой на случай произвольного угла излучения.

Генерация ЭМ излучения плоской антенной

Исследуем эффективность генерации электромагнитных волн в пучково-плазменной системе, имеющей конечные поперечные размеры. Рассмотрим сначала двумерную задачу, в которой плазма и пучок заполняют собой бесконечный плоский слой толщины $2l$, помещённый в однородное магнитное поле \mathbf{B}_0 (рис.4.8). Такая постановка задачи, с одной стороны, позволяет представить изучаемые процессы в наиболее простой и наглядной форме, а с другой стороны, может быть полезной для сравнения с двумерными численными моделями. Если плазма внутри слоя имеет продольную модуляцию плотности $n = n_0 + \delta n \cos qz$, то электронный пучок с плотностью n_b и скоростью v_b может передавать свою энергию в ЭМ излучение по механизму плазменной антенны.

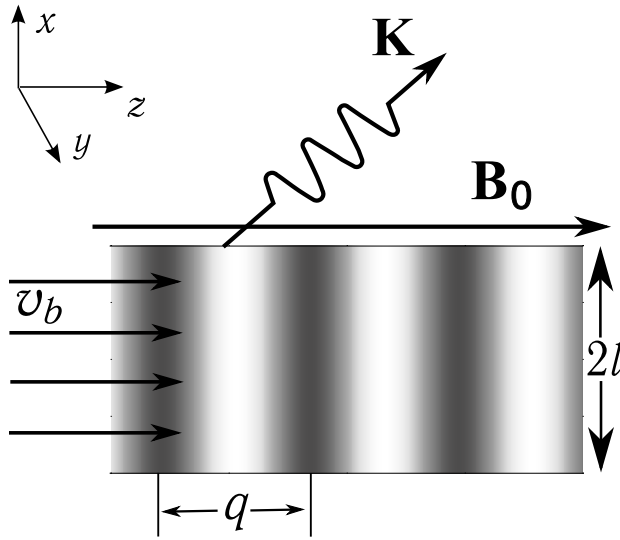


Рис. 4.8. Геометрия задачи.

Действительно, если внутри плазменного слоя возбуждается волна продольного тока

$$j_z = j_0 e^{i\mathcal{K}_{\parallel}z - i\omega t} + c.c., \quad (4.13)$$

имеющая сверхсветовую фазовую скорость ($\omega/\mathcal{K}_{\parallel} > c$), то плазменный слой выполняет роль антенны, излучая ЭМ волны с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{K} = (\mathcal{K}_{\perp}, 0, \mathcal{K}_{\parallel})$. В единицах ω/c поперечная компонента этого вектора приобретает вид $\mathcal{K}_{\perp} = (1 - \mathcal{K}_{\parallel}^2)^{1/2}$. Возникающие в плазме электромагнитные поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x) \exp(i\mathcal{K}_{\parallel}z - i\omega t) + c.c.$ можно найти из следующей системы дифференциальных уравнений

$$E_z'' + a_1 E_z - a_2 E_y' = -\frac{i\mathcal{J}}{\omega} \left(1 - \mathcal{K}_{\parallel}^2/\varepsilon\right), \quad (4.14)$$

$$E_y'' + a_3 E_y + a_4 E_z' = 0, \quad (4.15)$$

где штрих означает дифференцирование по x ,

$$a_1 = \eta \left(1 - \mathcal{K}_{\parallel}^2/\varepsilon\right), \quad a_2 = \mathcal{K}_{\parallel}g/\varepsilon, \quad (4.16)$$

$$a_3 = \varepsilon - \mathcal{K}_{\parallel}^2 - \frac{g^2}{\varepsilon - \mathcal{K}_{\parallel}^2}, \quad a_4 = \frac{\mathcal{K}_{\parallel}g}{\varepsilon - \mathcal{K}_{\parallel}^2}, \quad (4.17)$$

$\mathcal{J} = j_0/(en_0c)$ — безразмерная амплитуда плотности излучающего тока, а ε , g и η — компоненты диэлектрического тензора холодной замагниченной плазмы:

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\omega^2 - \Omega^2}, \quad g = \frac{\Omega/\omega}{\omega^2 - \Omega^2}, \quad \eta = 1 - \frac{1}{\omega^2}. \quad (4.18)$$

Частота волны ω и циклотронная частота электронов Ω здесь измеряются в единицах плазменной частоты $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_e}$ (e и m_e — заряд и масса электрона), поля в $m_e c \omega_p / e$, а расстояния в c/ω .

Поскольку в замагниченной плазме заданным значениям ω и \mathcal{K}_{\parallel} отвечают две различные моды собственных колебаний плазмы, решение системы (4.14) представляется в виде суммы полей этих собственных мод и вынужденной добавки, связанной с током (4.13):

$$E_z^{in} = b_1 (C_1 e^{i\kappa_1 x} + C_2 e^{-i\kappa_1 x}) + b_2 (C_3 e^{i\kappa_2 x} - C_4 e^{-i\kappa_2 x}) - \frac{i\mathcal{J}}{\eta\omega}, \quad (4.19)$$

$$E_y^{in} = b_3 (C_1 e^{i\kappa_1 x} - C_2 e^{-i\kappa_1 x}) + b_4 (C_3 e^{i\kappa_2 x} + C_4 e^{-i\kappa_2 x}), \quad (4.20)$$

где

$$b_1 = a_3 - \kappa_1^2, \quad b_2 = i\kappa_2 a_2, \quad b_3 = -i\kappa_1 a_4, \quad b_4 = a_1 - \kappa_2^2, \quad (4.21)$$

а величины

$$\kappa_{1,2}^2 = \frac{a_1 + a_3 + a_2 a_4 \mp \sqrt{(a_1 + a_3 + a_2 a_4)^2 - 4a_1 a_3}}{2} \quad (4.22)$$

определяют поперечные волновые числа собственных плазменных колебаний. На границах плазмы $x = l$ и $x = -l$ это решение должно сшиваться с расходящимися от плазменного слоя вакуумными ЭМ волнами

$$E_z^{out} = C_5 e^{i\mathcal{K}_{\perp}(x-l)}, \quad E_z^{out} = C_7 e^{-i\mathcal{K}_{\perp}(x+l)}, \quad (4.23)$$

$$E_y^{out} = C_6 e^{i\mathcal{K}_{\perp}(x-l)}, \quad E_y^{out} = C_8 e^{-i\mathcal{K}_{\perp}(x+l)}. \quad (4.24)$$

Находя константы C_i из условий непрерывности для тангенциальных полей E_z , E_y , B_z и B_y , можно определить плотность потока энергии, который переносится

одной из расходящихся волн

$$\mathcal{S} = \frac{S_x}{n_0 m_e c^3} = 2 \left[\frac{|C_5|^2}{\mathcal{K}_\perp} + \mathcal{K}_\perp |C_6|^2 \right]. \quad (4.25)$$

Учитывая медленную зависимость амплитуды генерирующего тока \mathcal{J} от продольной координаты z , полная мощность излучения P_{rad} в единицах мощности пучка P_b представляется интегралом

$$\mathcal{P} = \frac{P_{rad}}{P_b} = \frac{\omega}{(\gamma_b - 1)n_b v_b l} \int_0^{L_z} \mathcal{S} dz, \quad (4.26)$$

где L_z — длина плазмы, n_b — плотность пучка в единицах n_0 , v_b — его скорость в единицах c , а γ_b — релятивистский фактор. После подстановки амплитуд C_5 и C_6 эффективность излучения \mathcal{P} приобретает вид

$$\mathcal{P} = \frac{2\mathcal{K}_\perp \omega^3 (F_1 + F_2)}{(\gamma_b - 1)n_b v_b l (\omega^2 - 1)^2} \int_0^{L_z} |\mathcal{J}|^2 dz. \quad (4.27)$$

В этом выражении выделены вклады в излучение от разных мод плазменных колебаний:

$$F_1 = \left| \frac{b_5 \sin(\kappa_1 l) + G b_6 \sin(\kappa_2 l)}{Z} \right|^2, \quad (4.28)$$

$$F_2 = \left| \frac{b_3 \sin(\kappa_1 l) + G b_4 \sin(\kappa_2 l)}{Z} \right|^2, \quad (4.29)$$

где

$$Z = b_1 \cos(\kappa_1 l) + i\mathcal{K}_\perp b_5 \sin(\kappa_1 l) + \quad (4.30)$$

$$+ G (b_2 \cos(\kappa_2 l) + i\mathcal{K}_\perp b_6 \sin(\kappa_2 l)), \quad (4.31)$$

$$b_5 = -\kappa_1 b_1 - i\mathcal{K}_\parallel b_3 (\varepsilon - \mathcal{K}_\parallel^2 - \kappa_1^2) / g, \quad (4.32)$$

$$b_6 = -\kappa_2 b_2 - i\mathcal{K}_\parallel b_4 (\varepsilon - \mathcal{K}_\parallel^2 - \kappa_2^2) / g, \quad (4.33)$$

$$G = -\frac{b_3}{b_4} \left(\frac{\kappa_1 \cos(\kappa_1 l) - i\mathcal{K}_\perp \sin(\kappa_1 l)}{\kappa_2 \cos(\kappa_2 l) - i\mathcal{K}_\perp \sin(\kappa_2 l)} \right). \quad (4.34)$$

Конкретизируем теперь процесс, ответственный за возбуждение сверхсветовой волны тока внутри плазменного слоя. Будем считать, что в неустойчивом

спектре системы холодная плазма — холодный пучок доминирующую роль играет продольно распространяющаяся волна, частота которой оказывается чуть ниже плазменной, а продольное волновое число соответствует условию черенковского резонанса:

$$\omega = 1 - \frac{n_b^{1/3}}{2^{4/3}\gamma_b}, \quad k_{\parallel} = \frac{1}{v_b}. \quad (4.35)$$

В однородной плазме такая волна не излучает, однако в периодически возмущенной плазме с волновым числом q неоднородно распределённые электроны, движущиеся в поле пучковой волны $E_z = E_0 \cos(\omega t - k_{\parallel} z)$, создают волну продольного тока с частотой ω и продольным волновым числом $k_{\parallel} - q$. Фазовая скорость этой волны при определённых значениях параметра $\mathcal{Q} = q/k_{\parallel}$ может превышать скорость света. Резонанс с вакуумными ЭМ волнами становится возможным, если длина модуляции плотности плазмы не слишком сильно отличается от длины пучковой волны, $1 - v_b < \mathcal{Q} < 1 + v_b$. При этом каждому значению \mathcal{Q} внутри этого диапазона отвечает свой угол излучения

$$\theta = \arctan \left(\frac{\sqrt{v_b^2 - (1 - \mathcal{Q})^2}}{1 - \mathcal{Q}} \right). \quad (4.36)$$

Безразмерная амплитуда излучающего тока в этом случае оказывается линейной функцией глубины модуляции и локальной амплитуды доминирующей пучковой волны

$$\mathcal{J} = \frac{i\delta n}{4\omega} E_0(z), \quad (4.37)$$

а его частота и продольное волновое число определяются выражениями:

$$\omega = 1 - \frac{n_b^{1/3}}{2^{4/3}\gamma_b}, \quad \mathcal{K}_{\parallel} = \frac{1 - \mathcal{Q}}{v_b}. \quad (4.38)$$

Подставляя выражение для амплитуды тока в (4.27), относительную мощность излучения можно привести к виду

$$\mathcal{P} = \frac{\delta n^2 \mathcal{F}_1(l)}{8(\gamma_b - 1)n_b v_b \sqrt{1 - \omega^2}} \int_0^{L_z} E_0^2 dz, \quad (4.39)$$

где фактор

$$\mathcal{F}_1(l) = \frac{\mathcal{K}_\perp \omega (F_1 + F_2)}{l(1 - \omega^2)^{3/2}} \quad (4.40)$$

описывает зависимость этой мощности от толщины плазмы l . В частном случае, когда период модуляции плотности совпадает с длиной пучковой волны ($\mathcal{Q} = 1$), мы воспроизводим результат работы [29]. Излучение в этом случае направлено строго поперёк плазменного слоя ($\mathcal{K}_\parallel = 0$) и способно проникать в плазму в виде собственных колебаний с законами дисперсий $\kappa_1^2 = \eta$ и $\kappa_2^2 = \epsilon - g^2/\epsilon$. Первый закон формально соответствует О-моде, поляризованной вдоль магнитного поля ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}_0$), а второй — Х-моде с поперечной поляризацией ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}_0$). При частоте $\omega < 1$ распространяться по плазме может только Х-мода, однако она не даёт вклад в излучение ($F_2 = 0$), поскольку излучающий ток имеет только продольную составляющую и не может по этой причине совершать работу над полем этой волны. Поперечное волновое число О-моды в этом случае оказывается чисто мнимым ($\kappa_1 = i\kappa$), что позволяет проникать этому типу колебаний в плазму только на глубину скин-слоя. Зависимость $\mathcal{F}_1(l)$ при этом приобретает простой вид

$$\mathcal{F}_1(l) = \frac{\sinh^2(\kappa l)}{\kappa l [\omega^2 + \sinh^2(\kappa l)]}, \quad (4.41)$$

и описывает падение эффективности излучения при $l > \kappa^{-1}$ по закону $1/l$. В работах [29; 55] было показано, что за счёт увеличения глубины модуляции плазмы эффективность такого излучения может подниматься до уровня 5-10%. Однако из более общего рассмотрения задачи видно, что режим $\mathcal{Q} = 1$ не является оптимальным. Более эффективной генерации ЭМ волн следует ожидать в режиме косоугольного излучения, в котором плазма оказывается прозрачной для излучаемых волн и поэтому в их генерации может участвовать весь объём плазмы.

Выясним, как меняются условия прозрачности плазмы с изменением параметра \mathcal{Q} . С этой целью построим зависимости $\kappa_{1,2}^2(\mathcal{Q})$ для поперечных волновых чисел собственных плазменных мод. Из рис. 4.9 видно, что в режиме слабого магнитного поля ($\Omega < \Omega_c$) без затухания в плазме может распростра-

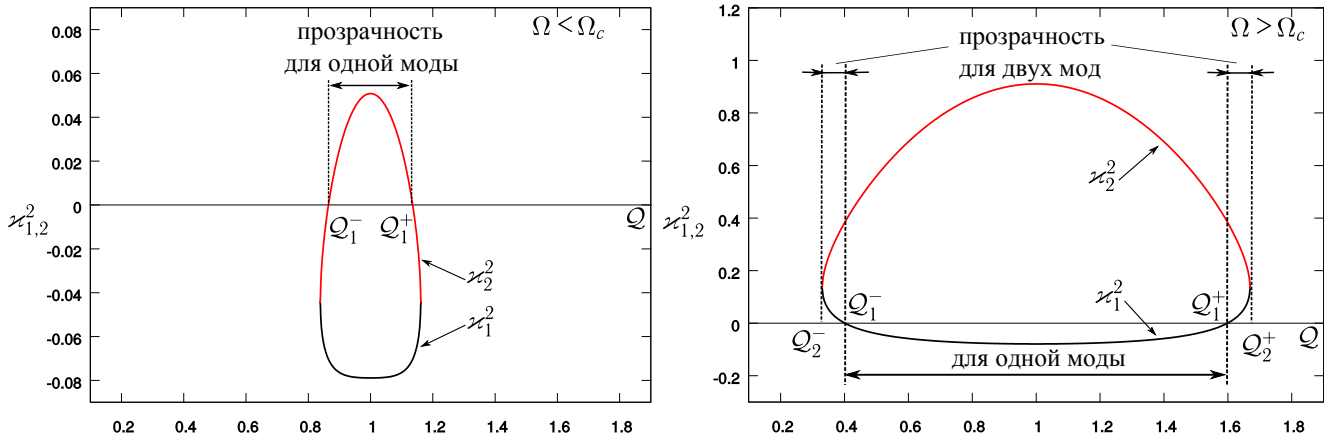


Рис. 4.9. Окна прозрачности плазмы для генерируемого излучения. Показаны зависимости $\kappa_{1,2}^2(Q)$ в слабом ($\Omega = 0.1 < \Omega_c$) и сильном магнитном поле ($\Omega = 0.9 > \Omega_c$) при следующем наборе параметров: $n_b = 0.01$, $v_b = 0.9$, $\delta n = 0.1$.

няться только одна мода ($\kappa_2^2 > 0$), в то время как в сильном поле ($\Omega < \Omega_c$) появляется окно прозрачности сразу для двух мод. Критическое магнитное поле Ω_c , определяющее границу между режимами, можно найти из условия $\kappa_1^2 = \kappa_2^2 = 0$, которое сводится к простому уравнению $\epsilon + g + \eta = 0$. Таким образом, величина этого поля полностью определяется частотой излучения

$$\Omega_c = \frac{2\omega(1 - \omega^2)}{2\omega^2 - 1}. \quad (4.42)$$

При параметрах пучка $n_b = 0.01$ и $v_b = 0.9$ эти частоты составляют $\omega = 0.963$ и $\Omega_c = 0.165$. Границы области полной прозрачности плазмы определяются из уравнений $\kappa_1^2 = 0$ и $\kappa_1^2 = \kappa_2^2$. Соответствующие решения для параметра Q можно представить в следующем виде:

$$Q_1^\pm = 1 \pm v_b \sqrt{\epsilon + g}, \quad (4.43)$$

$$Q_2^\pm = 1 \pm v_b \sqrt{\epsilon + g\xi}, \quad (4.44)$$

где

$$\xi = -\frac{g(\eta + \epsilon) + 2\sqrt{\epsilon\eta}(g^2 - (\eta - \epsilon)^2)}{(\eta - \epsilon)^2}. \quad (4.45)$$

Таким образом, в сильном магнитном поле мы имеем три различных режима прозрачности:

- прозрачность для одной моды ($\mathcal{Q}_1^- < \mathcal{Q} < \mathcal{Q}_1^+$),
- прозрачность для двух мод ($\mathcal{Q}_1^+ < \mathcal{Q} < \mathcal{Q}_2^+$ и $\mathcal{Q}_2^- < \mathcal{Q} < \mathcal{Q}_1^-$),
- затухание двух мод ($1 - v_b < \mathcal{Q} < \mathcal{Q}_2^-$ и $\mathcal{Q}_2^+ < \mathcal{Q} < 1 + v_b$).

Наибольший интерес для нас представляет режим полной прозрачности, когда излучение может проникать в плазму в виде двух незатухающих X-мод, бегущих под различными углами к магнитному полю. Чтобы понять, насколько этот режим оказывается более эффективным по сравнению со случаем $\mathcal{Q} = 1$, построим зависимость относительной мощности ЭМ эмиссии (4.39) при постоянной амплитуде волны накачки от периода модуляции \mathcal{Q} и безразмерной толщины плазмы l/λ , где $\lambda = 2\pi/\omega$ — длина волны излучения (рис. 4.10а). При этом для интеграла в (4.39), как и в работе [55], будем использовать упрощённую оценку $\int \sim E_0^2 L_z$, в которой амплитуда насыщения пучковой волны определяется из условия равенства частоты баунс-колебаний захваченного пучка инкременту пучковой неустойчивости Γ ,

$$E_0 = \gamma_b^3 \Gamma^2 v_b, \quad \Gamma = \frac{\sqrt{3} n_b^{1/3}}{2^{4/3} \gamma_b}, \quad (4.46)$$

а длина излучающего участка плазмы определяется длиной $L_z \approx 3v_b/\Gamma$, на которой происходит захват пучка.

Из рис. 4.10а видно, что в области полной прозрачности плазмы ($\mathcal{Q}_1^+ < \mathcal{Q} < \mathcal{Q}_2^+$) эффективность генерации излучения действительно существенно возрастает по сравнению с режимами непрозрачности для первой моды. При этом на плоскости (l, \mathcal{Q}) наблюдается явно выраженная периодическая структура, которая допускает простую интерпретацию. Чередование локальных минимумов и максимумов мощности излучения связано с тем, что в данном диапазоне параметров на толщину плазмы укладывается чётное или нечётное число поперечных длин полуволн собственных плазменных колебаний. Линии, соответствующие условиям $\kappa_1 l = \pi n/2$ (чёрные) и $\kappa_2 l = \pi m/2$ (красные) для нечётных n и m , показаны на рисунке 4.10а. Видно, что все локальные максимумы лежат на пересечении этих линий. В частности, положение глобального

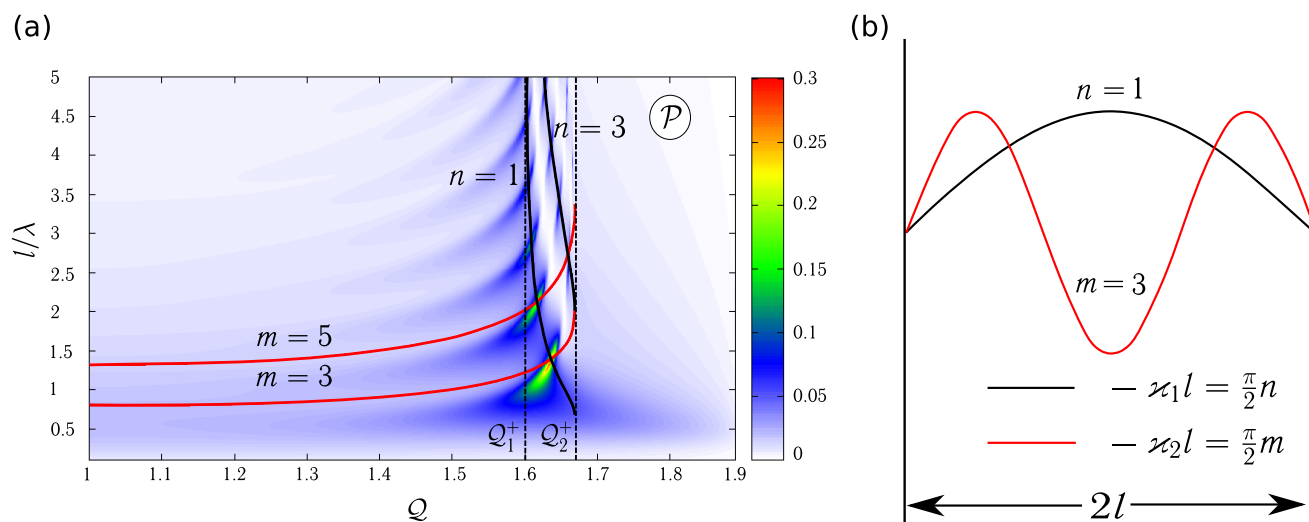


Рис. 4.10. (а) Зависимость эффективности генерации излучения \mathcal{P} от периода модуляции плотности и толщины плазмы в плоском случае при $n_b = 0.01$, $v_b = 0.9$, $\Omega = 0.9$, $\delta n = 0.1$. (б) Поперечная структура электрических полей собственных плазменных колебаний в точке глобального максимума \mathcal{P} .

максимума соответствует тому, что на толщине плазмы укладываются одна полуволна первой моды плазменных колебаний и три полуволны второй моды, что также схематично изображено на рисунке 4.10b. Этот результат легко понять, если заметить, что работа, которую совершает однородный по сечению ток над полем плазменной волны, достигает максимума при интегрировании по полуволновой толщине плазмы и минимума при интегрировании по длине волны.

Таким образом, исследованный ранее режим генерации ЭМ волн, при котором они могут взаимодействовать с плазмой только на глубине скин-слоя, не является оптимальным, поскольку не позволяет поднимать абсолютное значение мощности излучения за счёт увеличения поперечного размера плазмы. Более эффективной с этой точки зрения является режим косоугольного излучения, при котором вакуумные ЭМ волны способны проникать в плазму в виде её собственных колебаний. Предложенная теория предсказывает, что в режиме прозрачности генерация излучения остаётся эффективной даже в относитель-

но толстой плазме, поперечные размеры которой могут составлять несколько длин волн генерируемого излучения.

Излучение цилиндрической антенны

Для оценки мощности излучения, которая могла бы быть получена в эксперименте по инжекции электронного пучка в плазму, необходимо перейти к более реалистичной цилиндрической геометрии. Тогда уравнения Масквелла можно переписать в следующем виде:

$$E_z'' + \frac{1}{r}E_z' + a_1E_z + a_2\left(\frac{E_\phi}{r} + E_\phi'\right) = -\frac{i\mathcal{J}}{\omega}\left(1 - \mathcal{K}_\parallel^2/\varepsilon\right), \quad (4.47)$$

$$E_\phi'' + \frac{1}{r}E_\phi' - \frac{E_\phi}{r^2} + a_3E_\phi - a_4E_z' = 0, \quad (4.48)$$

где ' означает дифференцирование по радиусу r , E_ϕ — азимутальная компонента электрического поля, а для остальных величин используются прежние обозначения. В плазме решение этой системы имеет вид:

$$E_z^{in} = d_1C_1J_0(\kappa_1r) + d_2C_2J_0(\kappa_2r) - \frac{i\mathcal{J}}{\eta\omega}, \quad (4.49)$$

$$E_\phi^{in} = d_3C_1J_1(\kappa_1r) + d_4C_2J_1(\kappa_2r), \quad (4.50)$$

где

$$d_1 = a_3 - \kappa_1^2, \quad d_2 = -a_2\kappa_2, \quad d_3 = -a_4\kappa_1, \quad d_4 = a_1 - \kappa_2^2, \quad (4.51)$$

а J_0, J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядков, соответственно. Как и в плоском случае, решение содержит две моды собственных колебаний плазмы, одна из которых для широкого диапазона \mathcal{Q} может проникать в плазму только на глубину скин-слоя, другая же может существовать в плазме почти для всех \mathcal{Q} .

В вакууме это решение сшивается с расходящимися цилиндрическими волнами вида

$$E_z^{out} = \frac{C_3}{\sqrt{r}}e^{i\mathcal{K}_\perp(r-R)}, \quad E_\phi^{out} = \frac{C_4}{\sqrt{r}}e^{i\mathcal{K}_\perp(r-R)}. \quad (4.52)$$

Плотность потока энергии, переносимая этими волнами, даётся выражением:

$$\mathcal{S} = \frac{S_r}{n_0 m_e c^3} = \frac{\mathcal{K}_\perp}{r} \left(|C_4|^2 + |C_3|^2 \frac{1 + 4r^2}{1 + 4\mathcal{K}_\perp^2 r^2} \right). \quad (4.53)$$

Эффективность конверсии мощности пучка P_b в мощность излучения P_{rad} имеет такой же вид, как и в формуле 4.39,

$$\mathcal{P} = \frac{P_{rad}}{P_b} = \frac{\delta n^2 \mathcal{F}_2(R)}{8(\gamma_b - 1) \hat{n}_b \hat{v}_b \sqrt{1 - \omega_b^2}} \int_0^{L_z} E_0^2 dz, \quad (4.54)$$

но с другой зависимостью от поперечного размера плазмы

$$\mathcal{F}_2(R) = \frac{2\mathcal{K}_\perp \omega (4R^2 + 1) [4R^2 F_1 + (4R^2 + 1) F_2]}{R(1 - \omega^2)^{3/2}}. \quad (4.55)$$

Здесь F_1 и F_2 , как и прежде, соответствуют вкладам различных мод плазменных колебаний

$$F_1 = \left| \frac{d_5 J_1(\kappa_1 R) + V d_6 J_1(\kappa_2 R)}{D} \right|^2, \quad (4.56)$$

$$F_2 = \left| \frac{d_3 J_1(\kappa_1 R) + V d_4 J_1(\kappa_2 R)}{D} \right|^2, \quad (4.57)$$

где

$$D = 2R(1 + 2i\mathcal{K}_\perp R) d_5 J_1(\kappa_1 R) + i(4R^2 + 1) d_1 J_0(\kappa_1 R) + \quad (4.58)$$

$$V [2R(1 + 2i\mathcal{K}_\perp R) d_6 J_1(\kappa_2 R) + i(4R^2 + 1) d_2 J_0(\kappa_2 R)], \quad (4.59)$$

$$d_5 = -i\kappa_1 d_1 - i\mathcal{K}_\parallel d_3 (\kappa_1^2 + \mathcal{K}_\parallel^2 - \varepsilon) / g, \quad (4.60)$$

$$d_6 = -i\kappa_2 d_2 - i\mathcal{K}_\parallel d_4 (\kappa_1^2 + \mathcal{K}_\parallel^2 - \varepsilon) / g, \quad (4.61)$$

$$V = -\frac{d_3}{d_4} \left(\frac{2\kappa_1 R J_0(\kappa_1 R) - (1 + 2i\mathcal{K}_\perp R) J_1(\kappa_1 R)}{2\kappa_2 R J_0(\kappa_2 R) - (1 + 2i\mathcal{K}_\perp R) J_1(\kappa_2 R)} \right). \quad (4.62)$$

В частном случае $\mathcal{Q} = 1$ ($\mathcal{K}_\parallel = 0$) ведущее магнитное поле перестаёт влиять на результат и полученные формулы существенно упрощаются: $d_3 = V = F_2 = 0$.

Вклад в излучение даёт только первая мода с $\kappa_1 = i\kappa = i\sqrt{-\eta}$, способная проникать в плазму на глубину скин-слоя. Зависимость эффективности излучения

от радиуса плазмы в этом случае совпадает с полученным ранее результатом [55]:

$$\mathcal{F}_2(R) = \frac{2}{\kappa R} \frac{I_1^0}{\left[\omega^2 I_0^2 + (1 - \omega^2) \left(I_1 + \frac{I_0}{2\kappa R} \right)^2 \right]}, \quad (4.63)$$

где $I_{0,1}(\kappa R)$ — модифицированные функции Бесселя.

Построив график зависимости доли конвертируемой в излучение мощности от радиуса плазменного столба и периода модуляции (рис. 4.11), получаем картину, аналогичную той, которая наблюдалась в плоском случае (рис. 4.10(a)). Видно, что выводы теории о возможности эффективной (1–10%) генерации излучения в относительно толстой плазме с диаметром $D < 8\lambda$ остаются в силе и для цилиндрического случая. Это, в частности, означает, что для генерации излучения с частотой 0.5 ТГц можно использовать пучок с диаметром до 5 мм.

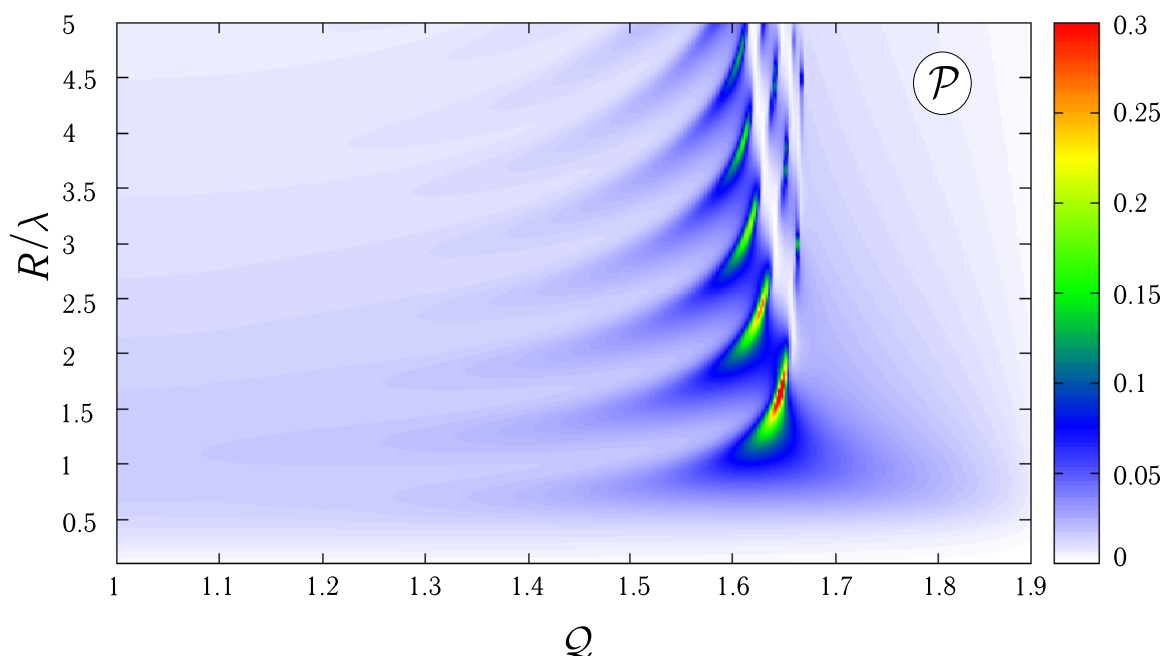


Рис. 4.11. Зависимость эффективности генерации излучения \mathcal{P} от периода модуляции плотности и радиуса плазменного столба.

Таким образом, в данном разделе исследованы особенности генерации ЭМ волн в тонкой замагниченной плазме с продольной модуляцией плотности под действием инжектируемого в неё электронного пучка. Благодаря возбуждению в такой системе сверхсветовой волны тока, теория ЭМ эмиссии формулируется в терминах излучения плазменной антенны. Показано, что исследованный ранее режим строго поперечной эмиссии не является оптимальным, поскольку излучаемые в этом случае ЭМ волны обмениваются энергией с плазменными токами только в тонких приграничных слоях. Более общее рассмотрение задачи показало, что при определённых углах эмиссии плазма может быть прозрачной для излучения и тогда в его генерации может принимать участие весь плазменный объём. Предложенная аналитическая теория действительно предсказывает значительное увеличение эффективности излучения в режиме полной прозрачности плазмы по сравнению со случаем поперечной эмиссии. При этом конверсия мощности пучка в мощность излучения остаётся высокой (1 – 10%) даже в относительно толстой плазме, поперечный размер которой может на порядок превышать длину излучаемых волн. Этот вывод важен для оценки возможности генерации гигаватного терагерцового излучения на относительно больших временах, определяемых эволюцией профиля ионной плотности плазмы.

Кроме того, предложенный здесь метод расчёта мощности ЭМ эмиссии из пучково-плазменной системы может быть обобщён на случай турбулентной плазмы, в которой случайные флуктуации плотности представляются набором периодических возмущений вида $\delta n = \sum_{\mathbf{q}} \eta_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}$. Такая теория может стать адекватным аппаратом для интерпретации тех процессов, которые отвечают за генерацию ЭМ волн в экспериментах с тонкой плазмой на установке ГОЛ-3 [26; 54].

4.2.4. PIC моделирование режима прозрачности

Первые PIC расчёты [29] непрерывной инжекции электронного пучка в плазменный канал с продольной модуляцией плотности в режиме поперечной эмиссии ($q = k_{\parallel}$) показали, что при глубине модуляции $\delta n = 0.2$ эффективность излучения на плазменной частоте может достигать 10%. При этом осталось неясным, можно ли превысить это значение либо за счёт увеличения δn , либо за счёт изменения угла эмиссии и попадания в режимы прозрачности плазмы. В теории пучково-плазменной антенны, предполагающей малые δn ($\delta n \ll 1$), эффективность генерации излучения должна расти как δn^2 . Однако с некоторого значения глубины модуляции в игру должны вступать сильнонелинейные эффекты, приводящие к насыщению мощности излучения. Таким образом, цель данного раздела состоит в том, чтобы определить пределы применимости сформулированной ранее теории (раздел 4.2.3), найти порог нелинейного насыщения по δn и проверить предсказанную в теории возможность более эффективной генерации излучения на плазменной частоте в режиме косо́й эмиссии. С этой целью мы проведём серию PIC расчётов с различными δn , различной шириной плазмы $2l$ и параметром $Q = q/k_{\parallel}$ и сравним их результаты с предсказаниями теории.

Численная модель. Для моделирования радиационных процессов в пучково-плазменной системе мы будем использовать параллельный электромагнитный 2D3V PIC код со стандартным алгоритмом FDTD для ЭМ полей и схемой с перешагиванием для макрочастиц. Мы также используем сохраняющую заряд схему декомпозиции плотности [148] для вычисления токов. Пространственные и временные шаги в наших расчётах выбраны равными $h=0.1c/\omega_p$ и $\tau=0.05\omega_p^{-1}$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_e}$ — плазменная частота, а n_0 — невозмущённая плотность плазмы.

Схема расчётной области показана на рисунке 4.12. Центральную часть этой области в начальный момент занимает плазма, в которой электроны и ио-

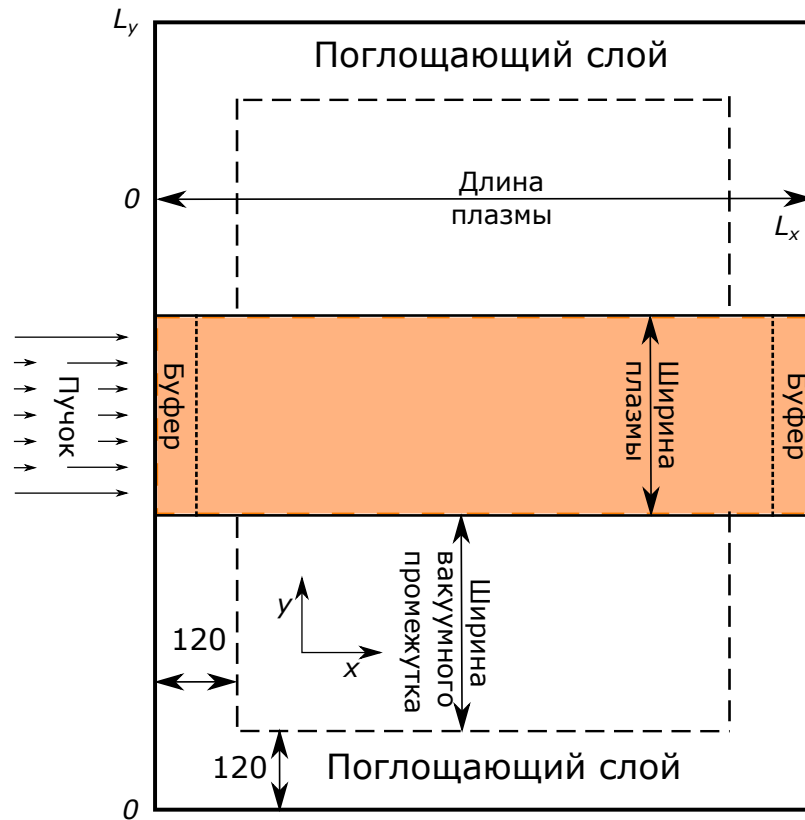


Рис. 4.12. Схема расчётной области.

ны могут иметь произвольные неоднородные распределения плотности $n_e(x) = n_i(x)$. Для изучения эффектов, связанных с наличием периодической модуляции плотности плазмы, рассматривается следующий профиль $n_i(x)/n_0 = 1 + \delta n \cos(qx)$. Электроны характеризуются максвелловским распределением по импульсам $f_e \propto \exp(-\mathbf{p}^2/(2\Delta p_e^2))$ с температурой $T_e = \Delta p_e^2/(2m_e) = 42$ эВ, а ионы рассматриваются как неподвижный фон. Чтобы реализовать открытые границы в направлении x , мы используем специальные буферы, в которых непрерывно поддерживается начальное распределение плазменных электронов. Если частица покидает буфер, вместо неё появляется новая частица с таким же начальным положением и распределением по импульсам. Частицы, попадающие из основной области в буфер, продолжают двигаться в самосогласованных ЭМ полях. Частицы, покидающие расчётную область, исключаются из расчёта. Начальное состояние системы предполагает полную зарядовую компенсацию и нулевые ЭМ поля. Затем в левый буфер ($x < 0$) через границу расчёт-

ной области непрерывно инжектируется дополнительная популяция электронов пучка, имеющих сдвинутое максвелловское распределение по импульсам. Пучковые электроны игнорируют правила, установленные внутри буферов для плазменных частиц, и двигаются в самосогласованных полях до тех пор, пока не покидают расчётную область. Во всех расчётах пучок имеет среднюю скорость $v_b = 0.9c$, относительную плотность $n_b/n_0 = 0.005$ и максвелловскую температуру $T_b=300$ эВ. Вся система помещена в однородное магнитное поле $\mathbf{V} = (B_0, 0, 0)$, величина которого задаётся значением электронной циклотронной частоты $\Omega_e = 0.6\omega_p$.

Для ЭМ полей на каждой стенке мы используем поглощающие граничные условия Мура первого рода [149]. Для измерения излучённой энергии рядом со стенками расчётной области имеются поглощающие слои, в которых ЭМ поля испытывают искусственную диссипацию. В выбранной геометрии ЭМ волны в вакууме имеют две независимые поляризации (E_x, E_y, B_z) и (E_z, B_x, B_y) , которые в случае строго поперечной эмиссии проникают в плазму в виде обыкновенных (O) или необыкновенных (X) плазменных мод. Везде далее мы будем сохранять O-X терминологию для двух упомянутых поляризаций даже при произвольных углах распространения. Независимое поглощение соответствующих компонент ЭМ поля в приграничных слоях позволяет выделить вклады различных поляризаций в суммарную мощность излучения. Таким образом, вся расчётная область имеет размеры $L_x \times L_y = 1800h \times 640h$. Приемлемый уровень шума достигается при использовании 1600 макрочастиц каждого сорта в ячейке. Далее все физические величины представлены в безразмерной форме: частота излучения ω измеряется в единицах ω_p , пространственные масштабы в c/ω , скорости в c , поля в $m_e c \omega_p / e$, плотности в n_0 .

Влияние глубины модуляции на эмиссию поперёк плазмы. Исследуем сначала, какой максимальной эффективности излучения можно достичь, увеличивая глубину модуляции плотности плазмы в режиме поперечной эмиссии ($Q = 1$). В теории плоский слой замагниченной плазмы с шириной $2l$

при прохождении по нему пучка с относительной плотностью n_b и скоростью v_b должен генерировать излучение на частоте $\omega = 1 - n_b^{1/3}/(2^{4/3}\gamma_b)$ с эффективностью

$$\mathcal{P} = \frac{\delta n^2 \mathcal{F}(l)}{8(\gamma_b - 1)n_b v_b \sqrt{1 - \omega^2}} \int_0^L E_0^2 dx. \quad (4.64)$$

Под эффективностью здесь понимается отношение полной мощности излучения к мощности инжектируемого пучка, фактор

$$\mathcal{F}(l) = \frac{\sinh^2(\kappa l)}{\kappa l [\omega^2 + \sinh^2(\kappa l)]} \quad (4.65)$$

описывает зависимость этой величины от ширины плазмы, $\kappa^{-1} = \omega/\sqrt{1 - \omega^2}$ — глубина скин-слоя, $\gamma_b = 1/\sqrt{1 - v_b^2}$ — релятивистский фактор пучка, E_0 — амплитуда доминирующей пучковой волны, а L — длина излучающей области. Существенным упрощением в данной теории является предположение о независимости амплитуды возбуждаемой пучком волны от поперечной координаты y . Такая плоская внутри плазмы волна создаёт только продольные токи, способные генерировать лишь обыкновенные волны (О-мода), поляризованные вдоль плазменного слоя. Как показывают PIC расчёты, в действительности пучковая волна имеет неоднородную поперечную структуру, из-за которой вместе с О-модой генерируются и необыкновенные волны (Х-мода). Чтобы проводить детальное сравнение теоретических предсказаний с PIC расчётами, обобщим теоретическую модель на случай, когда возбуждаемая пучком волна имеет произвольный неоднородный профиль $E_0(y)$ внутри плазменного слоя.

Проследим, как меняется мощность излучения О-моды при переходе к плазменной волне с неоднородной поперечной структурой. Как и в предыдущем разделе, за генерацию этой моды отвечает продольный ток $\mathcal{J}_x = \mathcal{J}e^{-i\omega t} + c.c.$ (в единицах en_0c) с амплитудой

$$\mathcal{J} = \frac{i\delta n}{4\omega} E_0(x, y), \quad (4.66)$$

в которой кроме медленной зависимости от продольной координаты x учтена теперь и неоднородная поперечная структура плазменной волны. Уравне-

ния Максвелла для возникающего в плазме электромагнитного поля $E_x = E(x, y) \exp(-i\omega t) + c.c.$ сводятся к простому уравнению

$$E'' - \kappa^2 E = -\frac{i\mathcal{J}}{\omega}, \quad (4.67)$$

в котором штрих означает дифференцирование по y . Общее решение этого уравнения имеет вид

$$E(x, y) = \left(a + \frac{i}{2\omega\kappa} \int_{-l}^y \mathcal{J}(y') e^{\kappa y'} dy' \right) e^{-\kappa y} + \left(b - \frac{i}{2\omega\kappa} \int_{-l}^y \mathcal{J}(y') e^{-\kappa y'} dy' \right) e^{\kappa y}. \quad (4.68)$$

Сшивая это решение с ЭМ полями в вакууме на границах плазменного слоя $y = \pm l$, определяем амплитуду излучаемой волны. Результат вычисления мощности излучения можно представить в прежнем виде (4.64) с той лишь разницей, что под $E_0(x)$ теперь понимается усреднённая в поперечном направлении амплитуда плазменных колебаний:

$$E_0(x) = \frac{\kappa}{2 \sinh(\kappa l)} \int_{-l}^l E_0(x, y) e^{\kappa y} dy. \quad (4.69)$$

Если считать, что уровень насыщения пучковой волны $E_0(x)$ не зависит от глубины модуляции плотности плазмы, эффективность излучения должна расти с увеличением δn по закону $\mathcal{P} \propto \delta n^2$. В действительности наличие модуляции может существенно ослаблять пучковую неустойчивость. Чтобы учесть этот эффект, входящие в (4.64) интегралы будем вычислять по тем профилям $E_0(x)$, которые получаются в PIC расчётах.

Результаты PIC моделирования инжекции пучка в плазму с шириной $6.4 c/\omega_p$ при различных значениях δn представлены на рис. 4.13. По временным зависимостям относительной мощности излучения $\mathcal{P}(t)$ (рис. 4.13(a)-4.13(d)) видно, что хорошее согласие для О-моды с теорией достигается только

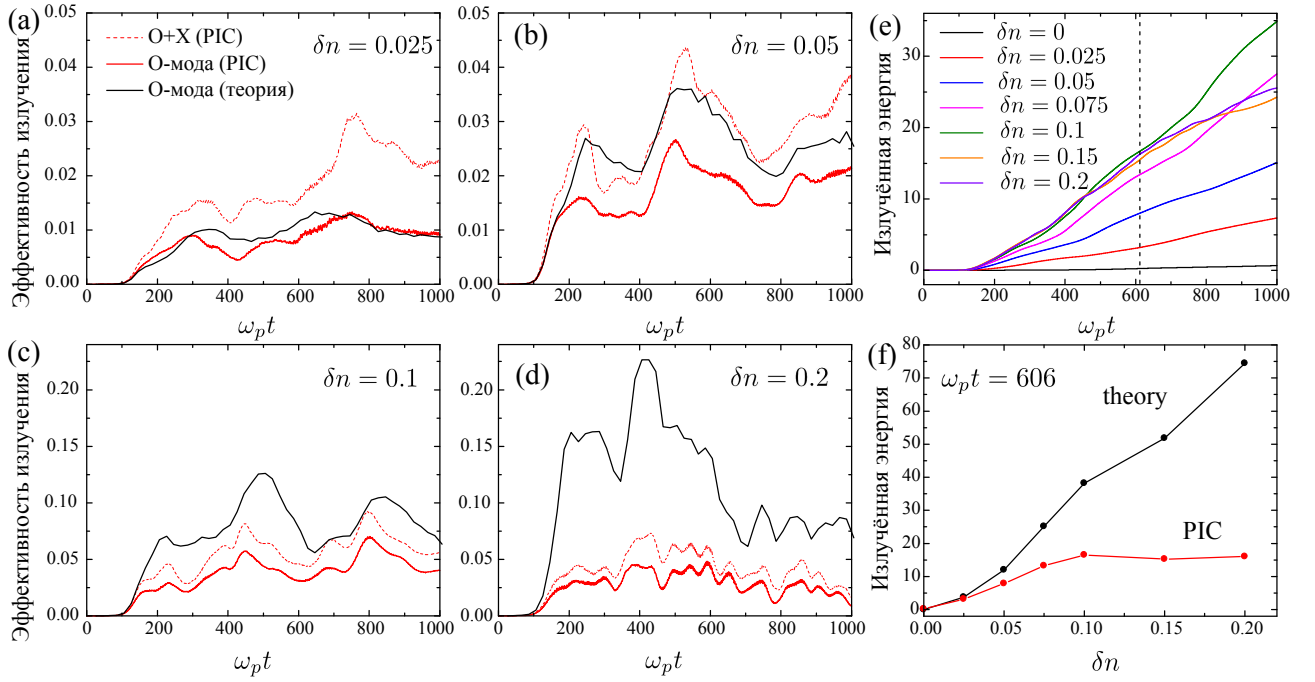


Рис. 4.13. Результаты PIC моделирования: (a)-(d) Временные зависимости от носительной мощности излучения $\mathcal{P}(t)$ (эффективности излучения) для различных значений глубины модуляции δn (чёрные сплошные кривые представляют O-поляризованное излучение в PIC расчётах, красные сплошные кривые вычислены для O-моды по аналитической формуле (4.64), а красные штриховые кривые демонстрируют эффективность полного (O+X) излучения в PIC расчётах). (e) Энергия излучения O-моды, поглощённая в приграничных слоях при разных δn , как функция времени. (f) Энергия O-моды, излучённая к моменту $t = 606 \omega_p^{-1}$, как функция глубины модуляции.

при малой глубине модуляции $\delta n = 0.025$, при этом генерация X-моды имеет сравнимую эффективность. С ростом δn средняя мощность излучения в PIC расчётах растёт гораздо медленнее, чем это предсказывается в теории, и уже при $\delta n = 0.1$ выходит на режим насыщения. Это хорошо видно из рисунков 4.13(e) и 4.13(f), на которых показано, как со временем растёт полная излучённая энергия и каких значений она достигает при разных δn в момент времени $t = 606 \omega_p^{-1}$. Максимальная мощность излучения в рассматриваемом режиме достигает 9% от мощности инжектируемого пучка.

Наблюдаемое расхождение между предсказаниями теории и результатами численного моделирования при больших значениях глубины модуляции объясняется ограниченной применимостью линейного приближения ($\delta n \ll 1$), которое было использовано при вычислении тока (4.66). При больших δn рост энергии излучающего сателлита ($\omega, k_{\parallel} - q$) насыщается за счёт конечного энергозапаса первичной пучковой моды, который расходуется ещё и на возбуждение неизлучающих колебаний ($\omega, k_{\parallel} \pm nq$).

Режим прозрачности плазмы. Меняя волновое число модуляции плотности, можно направить излучение либо вперёд (по направлению движения пучка), либо назад. Согласно теории (раздел 4.2.3), каждому значению параметра \mathcal{Q} соответствует свой угол эмиссии:

$$\theta = \arctan \sqrt{\frac{v_b^2}{(1 - \mathcal{Q})^2} - 1} \quad (4.70)$$

Таким образом, излучение вблизи плазменной частоты с помощью плазменной антенны может генерироваться только внутри области $1 - v_b < \mathcal{Q} < 1 + v_b$. При достаточно сильном магнитном поле в определённом диапазоне углов (или \mathcal{Q}) плазма становится прозрачной для излучения и тогда в его генерации может участвовать весь объём плазмы. Для излучения вперёд при выбранных параметрах системы этот диапазон ограничен волновыми числами $0.392 < \mathcal{Q} < 0.472$.

Чтобы проверить справедливость выводов теории о возможности более эффективной генерации излучения в режиме прозрачности плазмы, проведём серию PIC расчётов инжекции пучка в плазменный слой с прежней шириной $2l = 6.4\omega$ и различными периодами модуляции \mathcal{Q} при фиксированной глубине $\delta n = 0.025$. В этом случае теория предсказывает, что усиление излучения вблизи окон прозрачности происходит за счёт более эффективной генерации X-моды (рис. 4.14(а)), под которой здесь понимается ЭМ волна с поляризацией E_z, B_x, B_y . Эффективность же генерации продольно поляризованной O-моды (E_x, E_y, B_z) монотонно спадает при переходе от строго поперечного распро-

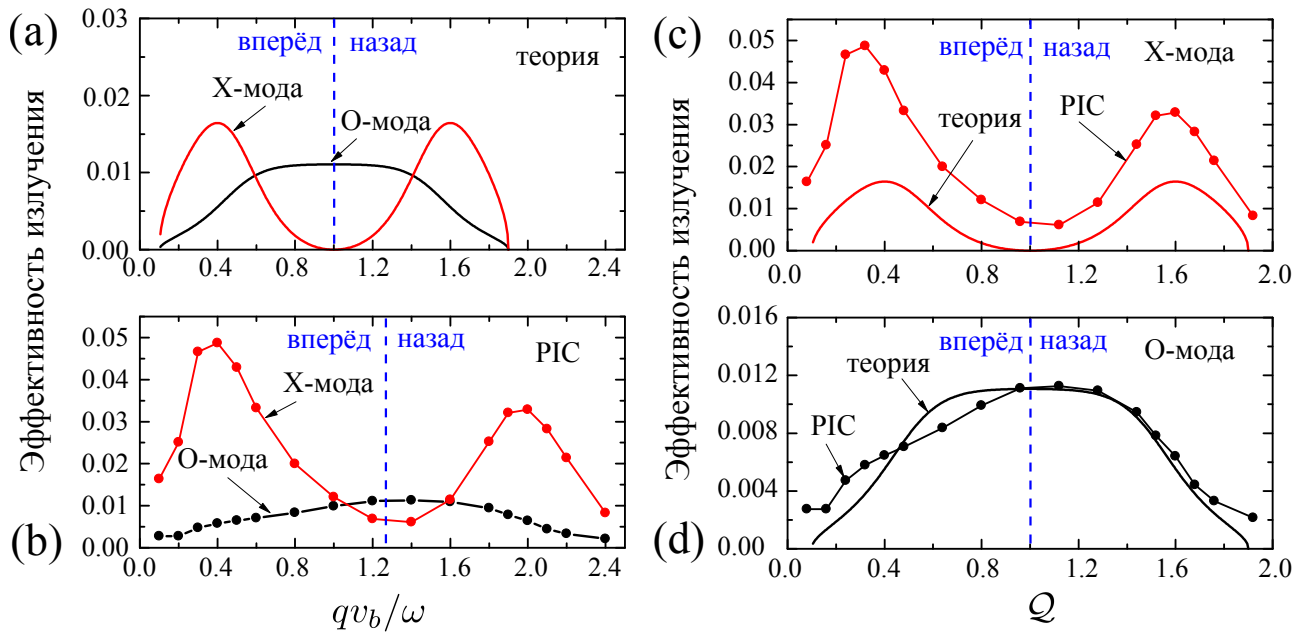


Рис. 4.14. (а) Теоретические зависимости эффективности излучения от q для О-моды (чёрная) и Х-моды (красная). (б) Эти же зависимости, измеренные в PIC расчётах. (с) Сравнение теоретических и численных кривых для Х моды, представленных как функции параметра $\mathcal{Q} = q/k_{\parallel}$ с подправленным значением $k_{\parallel} = 1.25\omega/v_b$, достигаемым на нелинейной стадии пучково-плазменного взаимодействия. (д) То же сравнение для О-моды.

странения ($\mathcal{Q} = 1$) к косым углам эмиссии. Качественно такие зависимости действительно воспроизводятся в PIC расчётах (рис. 4.14(b)), однако диапазон волновых чисел q , в котором наблюдается высокая эффективность излучения, оказывается заметно шире, а смена направления излучаемых ЭМ волн происходит при более короткой длине модуляции ($qv_b/\omega \approx 1.3$). Объясняется это тем, что в состоянии нелинейного насыщения продольное волновое число доминирующей пучковой волны заметно отличается от предсказания линейной теории $k_{\parallel} = \omega/v_b$. Амплитуда этой волны настолько велика, что способна почти полностью останавливать захваченные частицы пучка. В этих условиях максимум спектра резонансной волны смещается до характерного значения $k_{\parallel} = 1.25\omega/v_b$. Если полученные в PIC расчётах зависимости от qv_b/ω переформулировать в терминах параметра $\mathcal{Q} = q/k_{\parallel}$ со смещённым волновым числом k_{\parallel} , то формы

расчётных и теоретических кривых совпадают. При этом для О-моды достигается хорошее количественное согласие с теорией (рис. 4.14(d)), а излучение Х-моды оказывается в три раза более эффективным (рис. 4.14(c)) благодаря вкладу не учтённых в теории поперечных токов.

Сформулированная ранее теория предсказывает также, что в режиме прозрачности плазмы возможно усиление не только Х-моды, но и продольно поляризованной волны (О-моды). Это означает, что при выбранных параметрах в диапазоне $0.39 < \mathcal{Q} < 0.47$ такая волна может распространяться по плазме в виде её собственных колебаний. Максимальный эффект при этом должен достигаться в том случае, когда ширина плазмы кратна половине длины волны этих колебаний. Согласно теории, области усиления О-моды должны быть сильно локализованы в пространстве (l, q) (рис. 4.15(a)). Для проверки данного

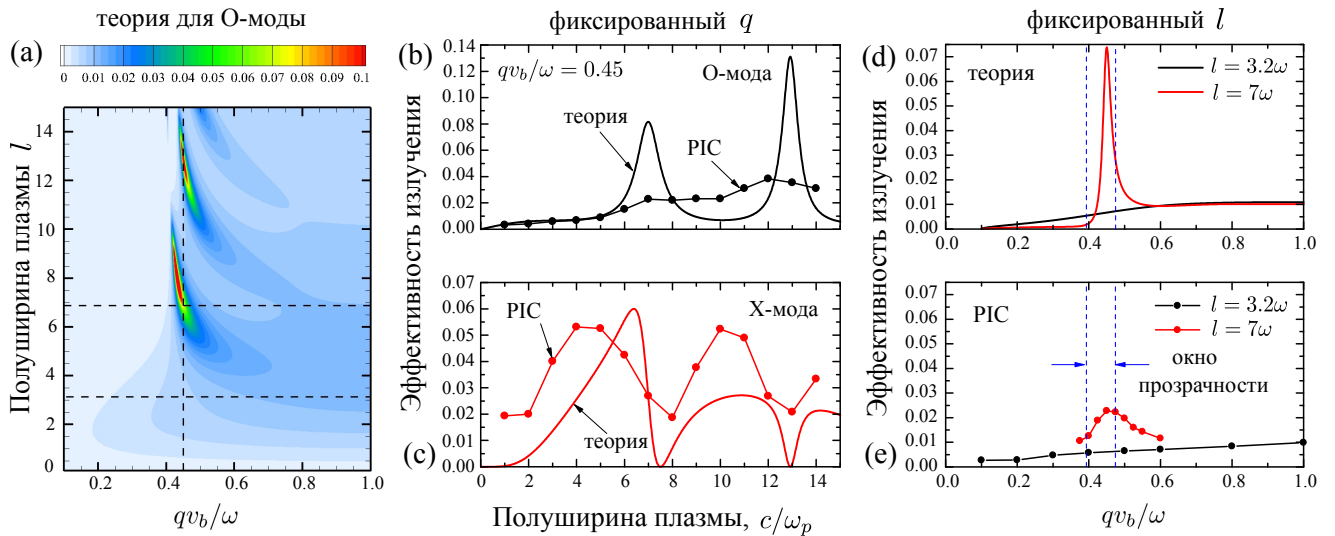


Рис. 4.15. (a) Теоретические предсказания для эффективности генерации О-моды в пространстве параметров (l, q) . (b) Зависимость эффективности излучения О-моды от полуширины плазменного канала при фиксированном $qv_b/\omega = 0.45$. (c) Та же l -зависимость для излучения Х-моды. (d) Теоретически предсказанное усиление О-поляризованного излучения внутри зоны прозрачности плазмы после увеличения полуширины плазмы с $l = 3.2\omega$ до $l = 7\omega$. (e) Тот же эффект в PIC расчётах.

эффекта проведём серию PIC расчётов вдоль штриховых линий, показанных на рис. 4.15(a). Видно, что для попадания в области усиления необходимо заметно увеличить полуширину плазмы ($l = 7\omega$) по сравнению с уже проведёнными расчётами при $l = 3.2\omega$. Расчёты при фиксированном $qv_b/\omega = 0.45$ (рис. 4.15(b) и 4.15(c)) действительно воспроизводят периодическую зависимость эффективности излучения от l , однако резкие пики, предсказанные теорией для О-моды, оказываются сильно сглаженными. Зависимость относительной мощности излучения от q , измеренная при фиксированном $l = 7\omega$, подтверждает эффект усиления генерации ЭМ волн внутри зоны прозрачности плазмы (рис. 4.15(d) и 4.15(e)), но демонстрирует гораздо меньшие пиковые значения эффективности.

Типичные пространственные распределения полей B_z и E_z , излучаемых из толстой плазмы ($l = 12\omega$, $qv_b/\omega_p = 0.45$), представлены на рисунке 4.16(a) and 4.16(b). Благодаря прозрачности плазмы полная О+Х эффективность излучения сохраняется на высоком уровне $\sim 6 - 7\%$ даже в том случае, когда плазма становится гораздо шире длины волны излучения. Поскольку столь эффективный режим реализуется в почти однородной плазме с малой глубиной модуляции $\delta n = 2.5\%$, частотный спектр излучаемых полей сконцентрирован внутри узкой линии с шириной 1.5% (рис. 4.16(c)).

Обсуждение результатов моделирования. PIC расчёты, нацеленные на поиск наиболее эффективных режимов генерации излучения пучково-плазменной антенной, показали, что при поперечной эмиссии максимальная эффективность генерации ЭМ волн вблизи плазменной частоты достигается в относительно узкой плазме, ширина которой сравнима с глубиной экранировки поля излучения и фактически определяется длиной излучаемых волн. Предложенная ранее теоретическая модель, предсказывающая возможность усиления излучения за счёт увеличения δn ($\mathcal{P} \propto \delta n^2$), адекватно описывает результаты численных экспериментов только при относительно малых глубинах модуляции $\delta n < 3\%$. При $\delta n > 10\%$ происходит насыщение мощности излучения, при

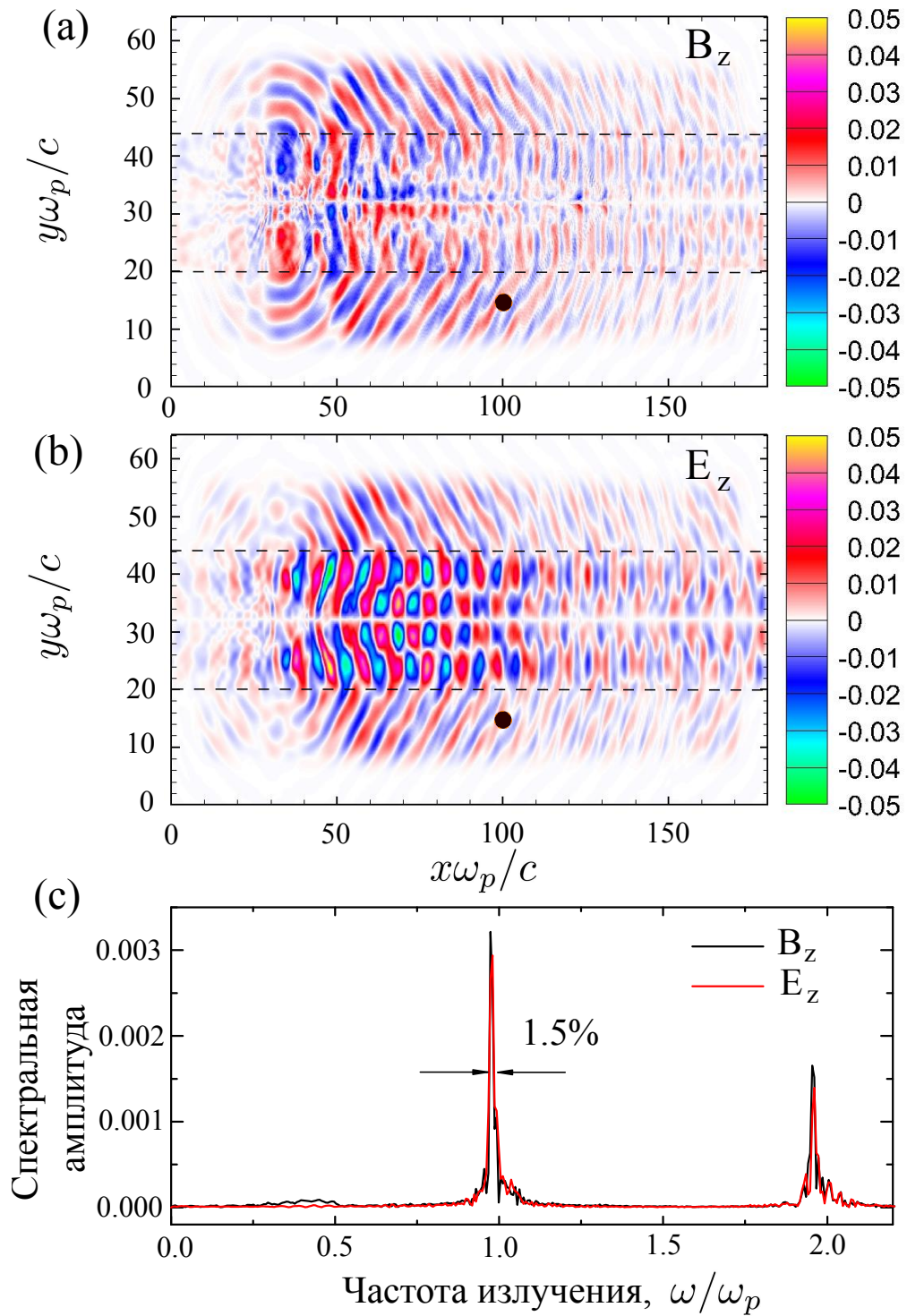


Рис. 4.16. (a) Карта магнитного поля $B_z(x, y)$ (O-мода) в момент $\omega_p t = 440$. (b) Карта электрического поля $E_z(x, y)$ (X-мода) (чёрные кружки показывают точки, в которых измеряется временная эволюция этих полей). (c) Частотные спектры представленных полей.

этом максимальная эффективность конверсии мощности пучка в мощность излучения достигает величины 10%.

Другая возможность повышения эффективности излучения, которая предсказывается теорией, связана с переходом в режим наклонной эмиссии, при котором замагниченная плазма становится прозрачной для излучения с частотой $\omega < \omega_p$. Сканирование по углам эмиссии в PIC расчётах, которое проводилось путём изменения соотношения между длиной модуляции плотности плазмы и длиной наиболее неустойчивой пучковой волны, подтвердило, что при малой толщине плазмы усиление излучения вблизи окон прозрачности происходит только за счёт генерации поперечно поляризованной волны (X-моды), а генерация продольно поляризованной O-моды спадает при косых углах в хорошем согласии с теорией. Переход к более толстой плазме в режиме её прозрачности должен приводить в теории к резкому усилению генерации O-моды в весьма узкой области пространства (l, q) . Такое усиление действительно обнаружилось в PIC расчётах, однако пиковые значения эффективности оказались гораздо меньше теоретических. Такое различие, по-видимому, объясняется тем, что в процессе излучения успевают происходить значительный нагрев плазмы, благодаря которому используемое в теории приближение холодной плазмы становится неприменимым.

Таким образом, проведённое PIC моделирование показало, что предсказанный в теории режим прозрачности плазмы действительно существует и позволяет генерировать узкополосное ЭМ излучение с эффективностью 5-10% даже в относительно толстой плазме, ширина которой $2l \approx 25c/\omega_p$ заметно превышает длину волны излучения. Это обстоятельство делает возможным генерацию гигаватного терагерцового излучения на относительно длительных временах эволюции ионной плотности в плазме.

В практических единицах результаты проведённого численного моделирования означают, что для генерации излучения с частотой 1 ТГц и мощностью 0.2 ГВт необходимо инжектировать электронный пучок с энергией 0.7

МэВ, током 3.3 кА и диаметром 1.2 мм в плазменный канал с плотностью $n_0 = 1.3 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$. Эффект прозрачности плазмы в этих расчётах продемонстрирован для относительно большого магнитного поля $\Omega = 0.6$, соответствующего значению $B_0 = 23 \text{ Т}$, однако предложенная нами теория (раздел 4.2.3) допускает возможность уменьшения этого значения вплоть до критического $\Omega_c = 0.13$.

4.3. Генерация $2\omega_p$ -излучения встречными электронными пучками

Давно известно, что встречная инжекция электронных пучков в плазму может приводить к увеличению эффективности генерации электромагнитных волн на второй гармонике плазменной частоты. Связано это с тем, что резонансные с пучками ленгмюровские волны, которые бегут навстречу друг другу и имеют высокую спектральную плотность энергии, могут напрямую участвовать в слабонелинейном процессе слияния с образованием ЭМ волны. В случае же одного пучка генерация излучения становится возможной только благодаря промежуточным нелинейным процессам, приводящим к образованию ленгмюровских волн, бегущих против направления движения пучка. Необходимость образования встречных волн обусловлена тем, что обычно рассматриваемые в литературе нерелятивистские пучки ($v_b \ll c$) возбуждают колебания с волновыми числами $|\mathbf{k}_{1,2}^{\ell}| \approx \omega_p/v_b$, существенно превышающими волновые числа ЭМ волн $|\mathbf{k}_3^t| \sim \omega_p/c$, благодаря чему условия трёхволнового взаимодействия $\mathbf{k}_1^{\ell} + \mathbf{k}_2^{\ell} \rightarrow \mathbf{k}_3^t$ для них могут выполняться только при почти полной взаимной компенсации волновых векторов $\mathbf{k}_1^{\ell} \approx -\mathbf{k}_2^{\ell}$.

Эффект усиления излучения в плазме со встречными электронными пучками был продемонстрирован экспериментально [150–152]. При этом упомянутые эксперименты ограничивались нерелятивистскими энергиями пучков и низкими значениями плотности тока. Плазма, содержащая встречные нерелятивистские потоки электронов, в последнее время вызывает интерес также и

в связи с проблемой солнечных радиовсплесков II типа [153]. Совсем недавно с помощью численных расчётов на основе метода частиц в ячейках исследовано влияние магнитного поля в такой системе на мощность электромагнитной эмиссии плазмы вблизи первой и второй гармоник плазменной частоты [154].

Цель данного раздела — изучить, насколько эффективно электромагнитные волны могут генерироваться в плазме со встречными пучками релятивистских электронов. Переход к релятивистским энергиям и более высоким значениям плотности тока может сделать эту схему весьма привлекательной для генерации мощного излучения в терагерцовом и субтерагерцовом диапазонах частот. В данном разделе мы оценим мощность электромагнитного излучения, которая может быть достигнута при встречной симметричной инжекции в плазму двух сильноточных релятивистских электронных пучков, характерных для экспериментов по турбулентному нагреву плазмы в открытых ловушках. При этом для увеличения эффективности преобразования кинетической энергии пучков в энергию ЭМ излучения, а также для уменьшения ширины его частотного спектра мы будем искать такие условия, при которых в трёхволновом процессе слияния могут участвовать наиболее неустойчивые резонансные моды. В случае симметричной системы эти встречные моды при слиянии могут генерировать электромагнитную волну со строго поперечным по отношению к ведущему магнитному полю распространением. Очевидно, что условие трёхволнового взаимодействия в этом случае можно выполнить только для тех резонансных с пучком мод, которые бегут под углом к магнитному полю.

Поиск режимов, при которых в спектре пучковой неустойчивости доминируют косые волны, способные участвовать в нелинейных процессах генерации излучения, представляет собой нетривиальную задачу, поскольку вычисления инкремента этой неустойчивости в достаточно широкой области волновых чисел необходимо проводить, учитывая как реалистичные тепловые разбросы релятивистских пучков, так и влияние ведущего магнитного поля. Такие вычисления в рамках релятивистской кинетической теории стали возможными толь-

ко недавно [61; 84] благодаря появлению адекватных задаче вычислительных ресурсов и новому алгоритму вычисления диэлектрического тензора в замагниченной плазме (глава 1). В результате проведенных исследований найден такой набор параметров (раздел 4.3.1), при котором доминирующие косые волны оказываются задействованными в нелинейных процессах генерации излучения и который доступен для экспериментов на открытых ловушках.

Чтобы оценить мощность и эффективность генерации электромагнитных волн в найденном режиме, мы используем стандартную 2.5-мерную PIC модель с двумя наборами граничных условий. В одном случае мы рассматриваем плазменный столб с конечными поперечными размерами, который окружен вакуумной областью с поглощающими границами (раздел 4.3.2). Такая постановка задачи позволяет исследовать характеристики того излучения, которое способно покинуть плазму и которое может регистрироваться в реальном эксперименте. В другом же случае мы используем периодические граничные условия и изучаем механизмы генерации излучения на гармониках плазменной частоты в идеализированных условиях однородной и бесконечной плазмы (раздел 4.3.3).

4.3.1. Инкремент пучковой неустойчивости

Вычислим инкремент неустойчивости, которая развивается в симметричной системе, состоящей из покоящейся плазмы и двух встречных релятивистских электронных пучков, движущихся вдоль силовых линий магнитного поля со скоростью v_b и имеющих плотность n_b . Предполагаем, что заряды и токи в такой системе скомпенсированы, поэтому плотность электронов плазмы $n_e = n_i - 2n_b$ оказывается несколько ниже плотности ионов n_i . Каждый из пучков возбуждает колебания, бегущие в направлении его движения. Наша цель — найти такие параметры системы, при которых наиболее неустойчивые встречные колебания удовлетворяют условию трёхволнового взаимодействия с

электромагнитной волной, распространяющейся поперёк магнитного поля,

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3, \quad (4.71)$$

$$\omega^b(\mathbf{k}_1) + \omega^b(\mathbf{k}_2) = \omega^t(\mathbf{k}_3). \quad (4.72)$$

Известно, что в магнитоактивной холодной плазме существует два вида собственных электромагнитных мод с поперечным направлением распространения: обыкновенная (o -мода) и необыкновенная (x -мода). Вблизи частоты $2\omega_p$ законы дисперсии этих мод весьма близки и мало отличаются от дисперсии ЭМ волны в плазме без магнитного поля $\omega^t(k_\perp) = \sqrt{1 + k_\perp^2}$ (здесь и далее все частоты и волновые числа обезразмерены на $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_i / m_e}$ и c/ω_p , где e и m_e — заряд и масса электрона). При этом во внешнем магнитном поле $\mathbf{B}_0 = (B_0, 0, 0)$ колебания в o -моды характеризуются электрическим полем E_x , а в x -моды — полем E_z . С учётом симметрии системы

$$\mathbf{k}_1 = (k_\parallel, k_\perp, 0), \quad \mathbf{k}_2 = (-k_\parallel, k_\perp, 0), \quad (4.73)$$

$$\omega^\ell(\mathbf{k}_1) = \omega^\ell(\mathbf{k}_2) = \omega(k_\parallel, k_\perp), \quad (4.74)$$

а также того обстоятельства, что вещественная частота неустойчивой волны определена лишь с точностью до величины инкремента её раскачки $\Gamma(k_\parallel, k_\perp)$, условие трёхволнового взаимодействия можно представить в виде неравенства

$$\left| \omega(k_\parallel, k_\perp) - \sqrt{k_\perp^2 + \frac{1}{4}} \right| \leq \Gamma(k_\parallel, k_\perp), \quad (4.75)$$

ограничивающего некоторую область в k -пространстве. Очевидно, что наиболее эффективной генерации излучения следует ожидать в том случае, когда инкремент неустойчивости достигает своего максимума внутри этой области.

Вычисление собственных частот системы $\omega_k = \omega(k_\parallel, k_\perp) + i\Gamma(k_\parallel, k_\perp)$ будем проводить в рамках релятивистской кинетической теории, допускающей рассмотрение произвольных аксиально симметричных функций распределения плазмы и пучка в произвольном магнитном поле [61]. Для определенности будем считать, что плазменные и пучковые электроны имеют изотропные макс-

велловские распределения с температурой T_e и T_b , соответственно. Для сдвига максимума инкремента в нужную область k -пространства мы располагаем большим количеством свободных параметров, среди которых плотности n_b , скорости v_b и температуры T_b пучков, плотность n_i и температура T_e плазмы, а также величина магнитного поля, которую можно характеризовать отношением циклотронной частоты электронов к их плазменной частоте $\Omega = eB_0/(m_e c \omega_p)$. Наибольший интерес для нас представляют условия, которые могут быть достигнуты в экспериментах на открытой ловушке ГОЛ-3, поэтому энергия пучков ограничена величиной 1 МэВ, а плотность тока фиксируется на уровне 20-30 кА/см². Нерелятивистские тепловые разбросы плазменных электронов не оказывают заметного влияния на неустойчивость быстрых резонансных колебаний, поэтому поиск необходимого режима в действительности ограничен вариацией трёх параметров n_i , T_b и Ω . В результате перебора этих параметров найден следующий режим: $n_b/n_i = 0.05$, $v_b/c = 0.9428$, $T_b = 64$ кэВ, $T_e = 80$ эВ, $\Omega = 0.2$. Из рис. 4.17 видно, что максимальное значение инкремента в этом

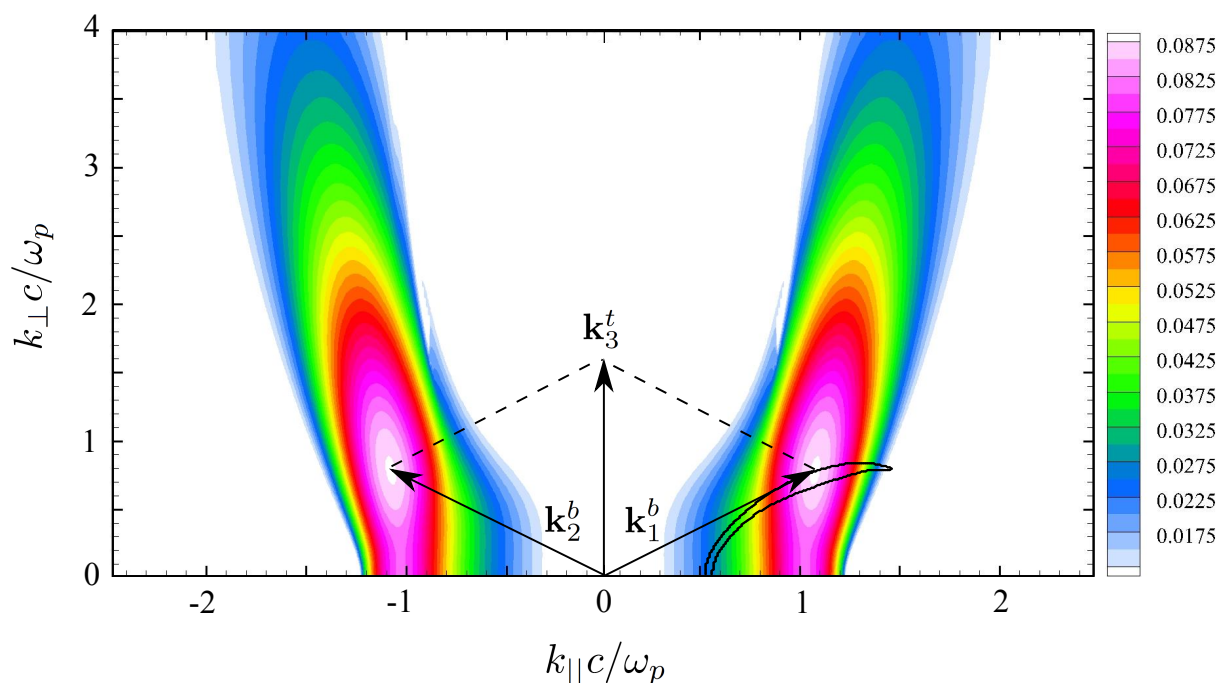


Рис. 4.17. Карта инкремента пучковой неустойчивости $\Gamma(k_{\parallel}, k_{\perp})$ и контур области, внутри которой выполняется условие (4.75).

режиме действительно лежит внутри области, граница которой определяется условием интересующего нас трёхволнового взаимодействия (изображена сплошной линией).

4.3.2. Генерация излучения в ограниченной плазме

Выясним теперь, насколько сильно в выбранном режиме возрастает эффективность электромагнитной эмиссии плазмы по сравнению со случаем одного пучка, а также со случаем, когда в системе с двумя пучками максимум инкремента не попадает в область трёхволнового взаимодействия. Для этой цели мы используем численную модель, основанную на методе частиц в ячейках.

Описание численной модели. Моделировать интересующие нас процессы генерации электромагнитного излучения в пучково-плазменной системе будем с помощью стандартного 2D3V PIC кода, который использовался нами ранее в главе 2 для изучения нелинейной стадии пучковой неустойчивости в магнитоактивной плазме [58]. При этом специфика задачи об излучении состоит в необходимости детального анализа только тех ЭМ волн, которые способны покидать плазму и которые могут регистрироваться в реальном эксперименте. В связи с этим необходима следующая постановка задачи: плазменный столб, по которому распространяются электронные пучки, должен быть отделён вакуумным промежутком от границ, способных поглощать проходящее на них электромагнитное излучение.

Таким образом, расчётная область с размерами $L_x \times L_y = 291h_x \times 2448h_y$ ($h_x = h_y = 0.02c/\omega_p$ – шаги пространственной сетки) разделена на три характерных участка: область, где первоначально распределены частицы плазмы и пучков ($y \in (y_2, y_3)$), область вакуума ($y \in (y_1, y_2)$ и (y_3, y_4)) и область с искусственной диссипацией электромагнитных полей ($y \in (0, y_1)$ и (y_4, L_y)) (рис. 4.18). Искусственное поглощение полей, позволяющее моделировать свободный выход излучения из системы, осуществляется за счёт умножения электриче-

ского поля на каждом шаге по времени $\tau = 0.01 \omega_p^{-1}$ на некоторый численный фактор $d < 1$, который квадратично уменьшается от 1 до 0.8 при движении вглубь поглощающего слоя.

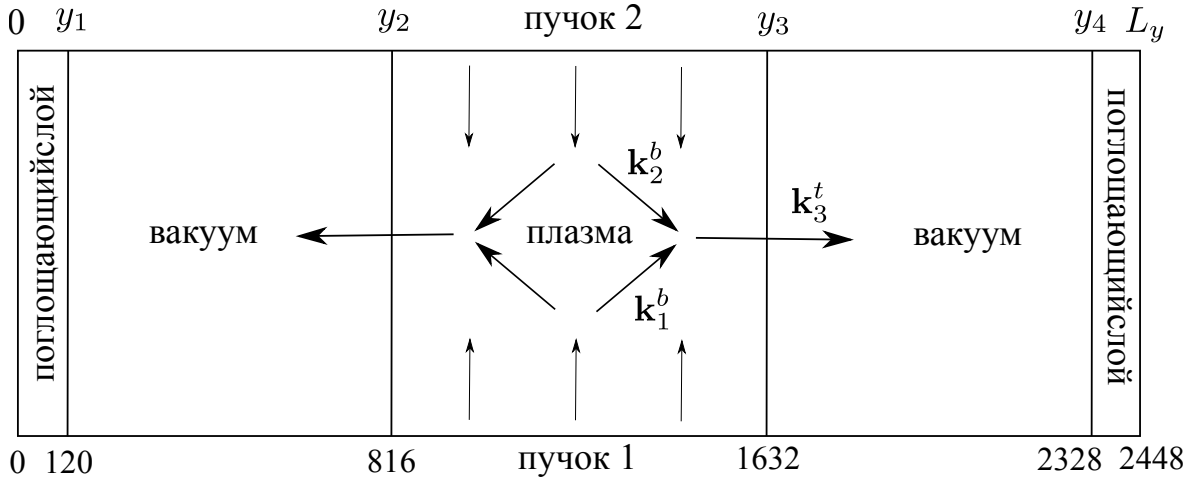


Рис. 4.18. Расчётная область.

В продольном направлении мы используем периодические граничные условия, при этом размер системы L_x выбран таким образом, чтобы в дискретном спектре по продольному волновому числу $k_{||} = 2\pi n/L_x$ разрешить наиболее неустойчивые колебания, возбуждаемые пучком. Ионы плазмы во всех расчётах имеют массу $m_i/m_e = 1836$ и считаются холодными. Температура плазменных электронов выбирается всюду на уровне $T_e = 80$ эВ, что делает дебаевский радиус плазмы сравнимым с шагом сетки.

Результаты моделирования. Проведём расчёты генерации электромагнитного излучения в трёх различных случаях. Во первых, рассмотрим систему из двух встречных пучков, в которой наиболее неустойчивые встречные резонансные моды способны участвовать в процессе слияния с образованием электромагнитной волны (case 1). Этот режим подробно описан в разделе 4.3.1. Во вторых, исследуем ту же систему, но при более сильном магнитном поле $\Omega = 0.5$ (case 2), когда максимум инкремента не попадает в область, ограниченную условием трёхволнового взаимодействия. В третьих, рассмотрим слу-

чай одного пучка в слабом магнитном поле $\Omega = 0.2$ (case 3). Во всех этих расчётах будем использовать 100 частиц в ячейках.

Наиболее отчётливо уменьшение эффективности генерации излучения наблюдается при переходе от случая 1 к случаю 3, когда из пучково-плазменной системы исключается один из пучков. На рисунке 4.19 представлены карты электрического поля E_x в различные моменты времени. Видно, что в отличие от случая встречных пучков, где в области вакуума наблюдаются интенсивные

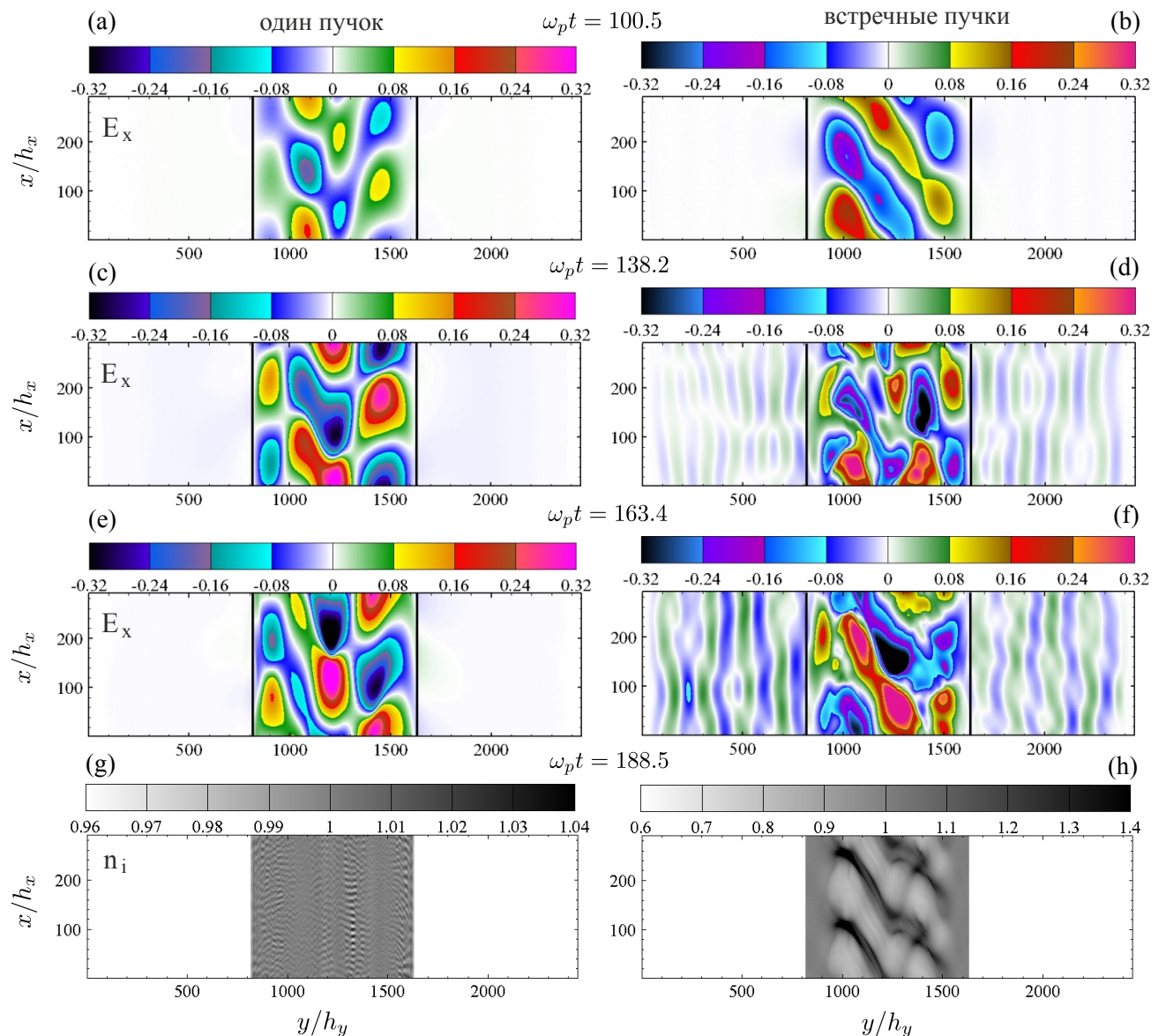


Рис. 4.19. Карты электрического поля $E_x(x, y)$ в различные моменты времени в случаях с одним и двумя пучками (сверху). Карты ионной плотности $n_i(x, y)$ в момент времени $\omega_p t = 188.5$ (снизу).

электромагнитные волны с преимущественно поперечным распространением, излучение в системе с одним пучком практически полностью отсутствует. Действительно, если в случае 1 линейно неустойчивые колебания могут напрямую участвовать в трёхволновом процессе слияния, давая излучение на удвоенной частоте, то в системе с одним пучком такие процессы станут возможными только после заселения k -спектра волнами, бегущими против направления движения пучка. Такие волны могли бы появиться, например, в процессе рассеяния резонансных волн на флуктуациях плотности плазмы с характерным волновым числом $k \sim \omega_p/c$, однако в рассматриваемых условиях, когда энергия неустойчивых колебаний превышает тепловую энергию плазмы, более быстрым оказывается процесс развития коротковолновой модуляционной неустойчивости [50], приводящий к нарастанию возмущений плотности с гораздо более высокими волновыми числами $k \gg \omega_p/c$ (см. рис. 4.19). Эти возмущения фактически создают канал прямого переноса волновой энергии из области накачки в область диссипации, приводя к быстрому нагреву электронов плазмы. В задаче об инжекции пучка через плазменную границу эта стадия заканчивается переходом в режим сильной турбулентности с постоянной мощностью накачки [50], генерация излучения в котором описана в главе 3. Вывод, который можно сделать из приведенных здесь расчётов, заключается в том, что в системе с одним пучком не существует иных эффективных механизмов генерации электромагнитных волн кроме тех, которые возникают на стадии развитой турбулентности. Очевидно, что генерируемое в этих процессах излучение должно иметь довольно широкие угловые и частотные распределения.

Иная ситуация возникает в схеме с двумя пучками. Здесь этап наиболее эффективной генерации излучения приходится на динамическую стадию развития пучковой неустойчивости, когда в нелинейном процессе слияния участвуют наиболее неустойчивые регулярные колебания. При этом быстрое нарастание возмущений плотности плазмы под действием возбуждаемой пучками стоячей волны является фактором, который ограничивает длительность и пи-

ковую мощность излучения, поскольку с появлением неоднородностей плотности плазмы возникает дополнительный канал стока энергии неустойчивых колебаний в плазменную турбулентность. Один из возможных способов достижения более высокой мощности излучения состоит в переходе к плазме с более массивными ионами.

Ответим теперь на вопрос о том, какая доля мощности, накачиваемой пучками в резонансные колебания, может уходить из плазмы вместе с электромагнитным излучением. При этом основное внимание будет уделено сравнению случаев 1 и 2, различие между которыми определяется только величиной внешнего магнитного поля. Дело в том, что увеличение магнитного поля от $\Omega = 0.2$ до $\Omega = 0.5$ практически не влияет на величину максимального инкремента неустойчивости, но заметно меняет его положение в k -пространстве (рис. 4.20), так что в случае 2 Γ_{max} выходит за пределы области трёхволнового взаимодей-

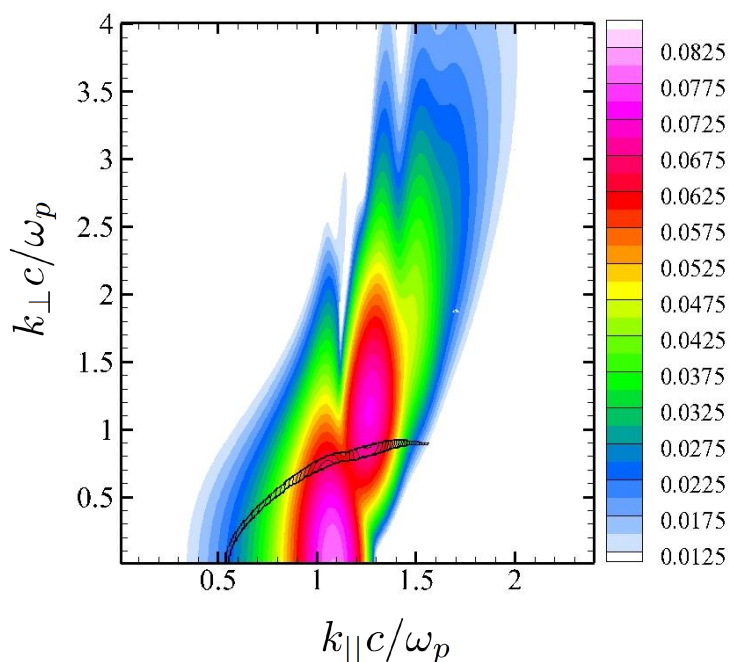


Рис. 4.20. Карта инкремента пучковой неустойчивости $\Gamma(k_{||}, k_{\perp})$ для случая 2.

ствия. Как видно из рисунка 4.21(а), относительные энергопотери пучков во всех трёх случаях достигают уровня 30-40%. При этом в абсолютных единицах пиковая мощность накачки P_b при переходе от случая 1 к случаю 2 остаёт-

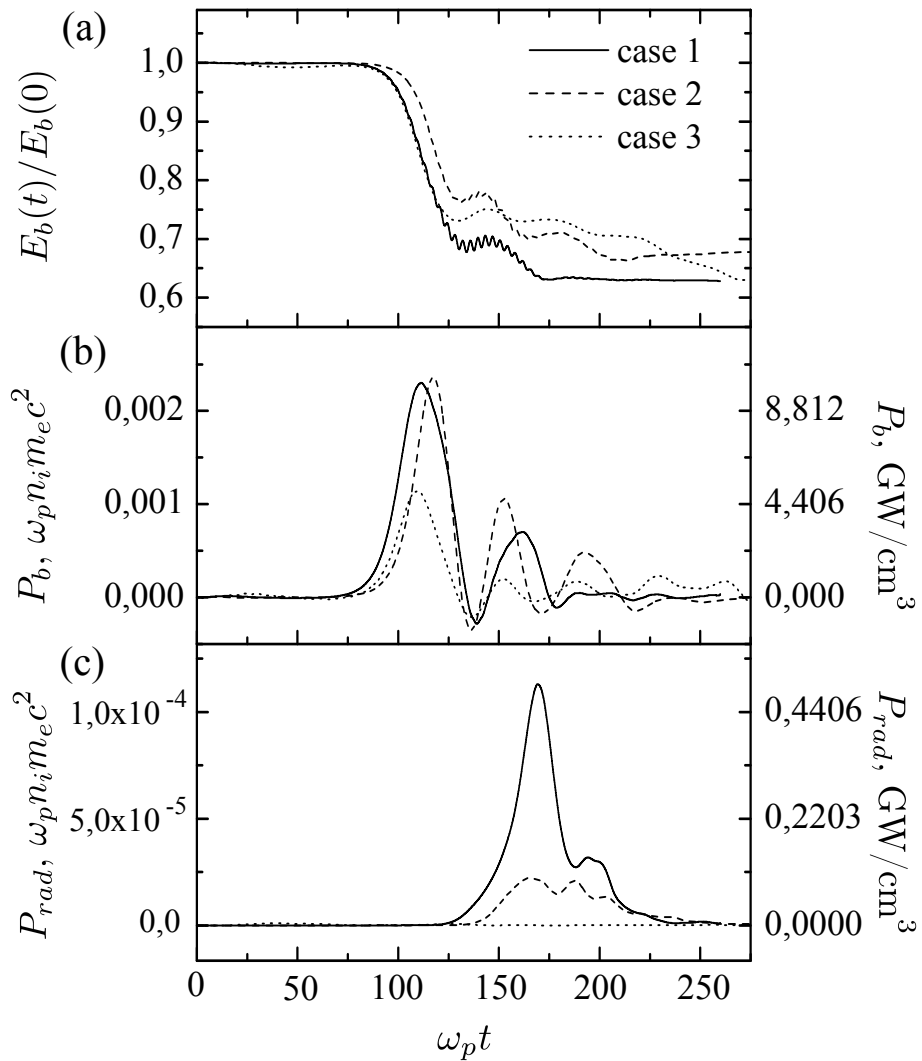


Рис. 4.21. (a) Кинетическая энергия пучков $E_b(t)/E_b(0)$. (b) Удельная мощность энергопотерь пучков P_b в единицах $\omega_p n_i m_e c^2$ (слева) и в $\text{ГВт}/\text{см}^3$ при $n_i = 10^{14} \text{см}^{-3}$ (справа). (c) Мощность генерации излучения в единице объёма плазмы P_{rad} в единицах $\omega_p n_i m_e c^2$ (слева) и в $\text{ГВт}/\text{см}^3$ при $n_i = 10^{14} \text{см}^{-3}$ (справа).

ся неизменной, а в случае одного пучка ожидается уменьшается вдвое (рис. 4.21(b)). Мощность генерации электромагнитных волн в единице объёма плазмы будем вычислять как отношение скорости изменения энергии, поглотившейся в приграничных слоях, к объёму излучающей плазмы, $P_{rad} = \dot{E}_{wall}/V_{plasma}$. Из рис. 4.21(c) видно, что в наиболее эффективном режиме, соответствующем случаю 1, удельная пиковая мощность генерации электромагнитных волн достигает величины порядка $500 \text{МВт}/\text{см}^3$ при плотности плазмы $n_0 = 10^{14} \text{см}^{-3}$,

что соответствует 5% от полной мощности энергопотерь пучков. В случае 2 эффективность такой конверсии P_{rad}/P_b уменьшается в 5 раз, а в случае 3 в силу ограничений, накладываемых периодическими граничными условиями, и вовсе становится ничтожно малой.

Генерируемое в режиме 1 излучение представляет интерес не только в связи с высокой мощностью и узким угловым распределением, но и в связи с достаточно узким частотным спектром. Чтобы оценить спектральный состав выходящего из плазмы излучения, проведём Фурье-анализ электромагнитных полей, измеряемых в некоторой точке на границе поглощающего слоя. Спектральная плотность энергии электромагнитного поля, приходящего в эту точку, представлена на рисунке 4.22. Видно, что излучение сконцентрировано в

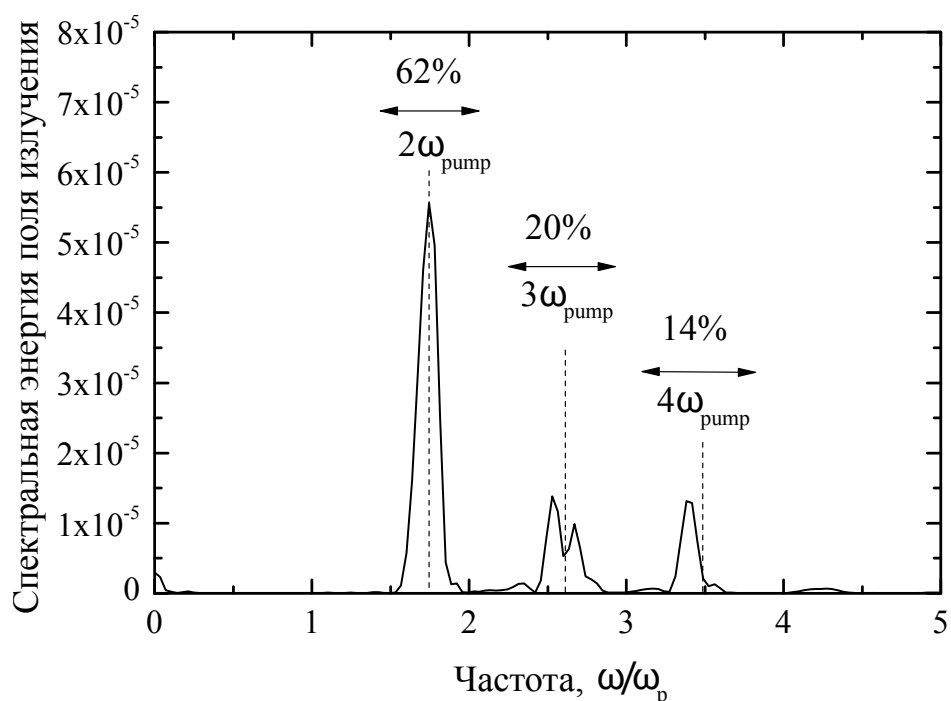


Рис. 4.22. Спектральная плотность энергии электромагнитных полей, измеряемых в некоторой точке на поглощающей границе.

окрестностях гармоник частоты накачки, значение которой оказывается заметно ниже плазменной частоты $\omega_{pump} = 0.87\omega_p$. При этом основную роль, как и ожидалось, играет излучение вблизи второй гармоники. Отсутствие излучения в окрестности плазменной частоты, по видимому, объясняется тем, что имеет-

ся слишком большая разница между частотой волны накачки и собственной частотой электромагнитных мод ($\omega > \omega_p$), в силу чего конверсия на низкочастотных возмущениях плотности плазмы больше не способна обеспечивать эффективную связь между потенциальными и электромагнитными колебаниями.

4.3.3. Генерация излучения в бесконечной плазме

Для более детального изучения механизмов генерации электромагнитных волн идентифицируем основные нелинейные процессы, которые приводят к генерации наблюдаемого в расчётах излучения не только на второй, но и на более высоких гармониках частоты накачки. С этой целью рассмотрим задачу, в которой периодические граничные условия применяются ко всем пространственным направлениям. Это означает, что мы рассматриваем бесконечную в пространстве плазму, спектр возможных колебаний которой ограничен следующими дискретными наборами $k_{\parallel} = 2\pi n/L_x$ и $k_{\perp} = 2\pi m/L_y$. Таким образом, любую моду с волновыми числами $(k_{\parallel}, k_{\perp})$ будем характеризовать парой целых чисел (n, m) . Если выбрать следующие размеры области $L_x \times L_y = 291h_x \times 1232h_y$, то в наиболее интересном для нас режиме 1 одна из дискретных мод попадает в ту область, где достигается максимальный инкремент неустойчивости и выполняется условие трёхволнового взаимодействия (4.75). Из рисунков 4.23(а) и 4.23(б) видно, что среди мод $(1, m)$, которые оказываются неустойчивыми в рассматриваемой пучково-плазменной системе, доминирующую роль должна играть мода $(1, 3)$. Рисунок 4.23(с) показывает, что в РС модели соответствующая Фурье амплитуда поля $E_x(\mathbf{k}, t)$ действительно проходит стадию экспоненциального роста, а инкремент её нарастания хорошо согласуется с предсказанием линейной теории.

Чтобы определить, к каким ветвям собственных колебаний плазмы относятся те или иные пространственные моды, проведём Фурье анализ временных

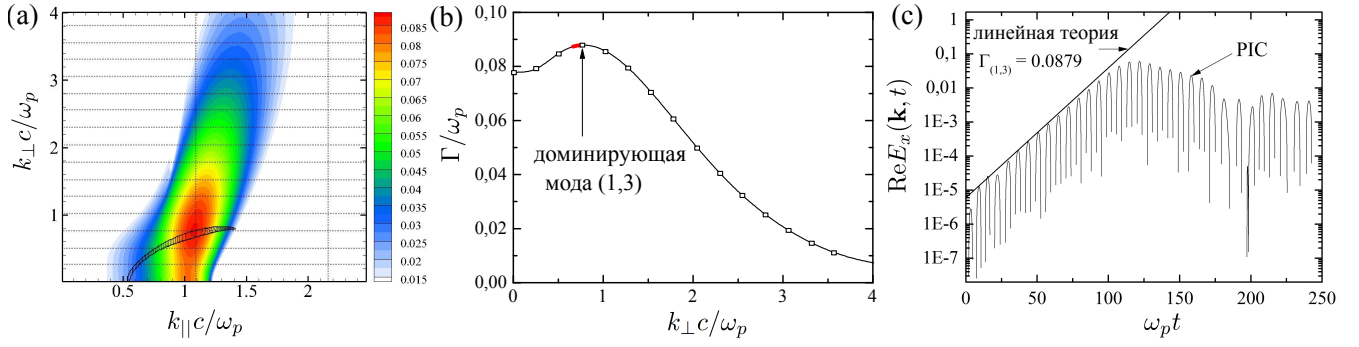


Рис. 4.23. (а) Карта инкремента пучковой неустойчивости в режиме 1 (пересечения штриховых линий показывают положения дискретных мод, разрешённых периодическими граничными условиями, а сплошные линии показывают область, ограниченную условием (4.75)). (б) Инкремент нарастания мод $(1, m)$ (красный участок соответствует области трёхволнового взаимодействия). (в) Динамика нарастания Фурье-амплитуды доминирующей пространственной моды $(1, 3)$ в PIC расчётах.

зависимостей $\text{Re}E_x(\mathbf{k}, t)$. На рисунке 4.24 представлена величина $|E_x(\omega, k_{\perp})|$ при трёх различных значениях продольного волнового числа $n = 0, 1, 2$. Видно, что наибольшая часть волновой энергии содержится в резонансных с пучком колебаниях, частотный спектр которых имеет ширину $\sim \Gamma_{max}$ и в согласии с линейной теорией сосредоточен в диапазоне $\omega_{pump} \approx 0.8 - 0.9$, лежащем заметно ниже плазменной частоты. При этом далеко не все моды, которые попали в область больших значений инкремента, играют заметную роль на нелинейной стадии развития неустойчивости. Как видно из рисунка 4.24, максимального уровня насыщения достигают только моды $(1, m)$ с $m \leq 3$. Нелинейные взаимодействия этих мод

$$(1, m) + (-1, m') \rightarrow (0, m + m') \quad (4.76)$$

$$(1, m) + (1, m') \rightarrow (2, m + m') \quad (4.77)$$

создают биения на удвоенной частоте $\omega \approx 1.6 - 1.8$, которые могут выступать накачкой для собственных электромагнитных колебаний системы. Из

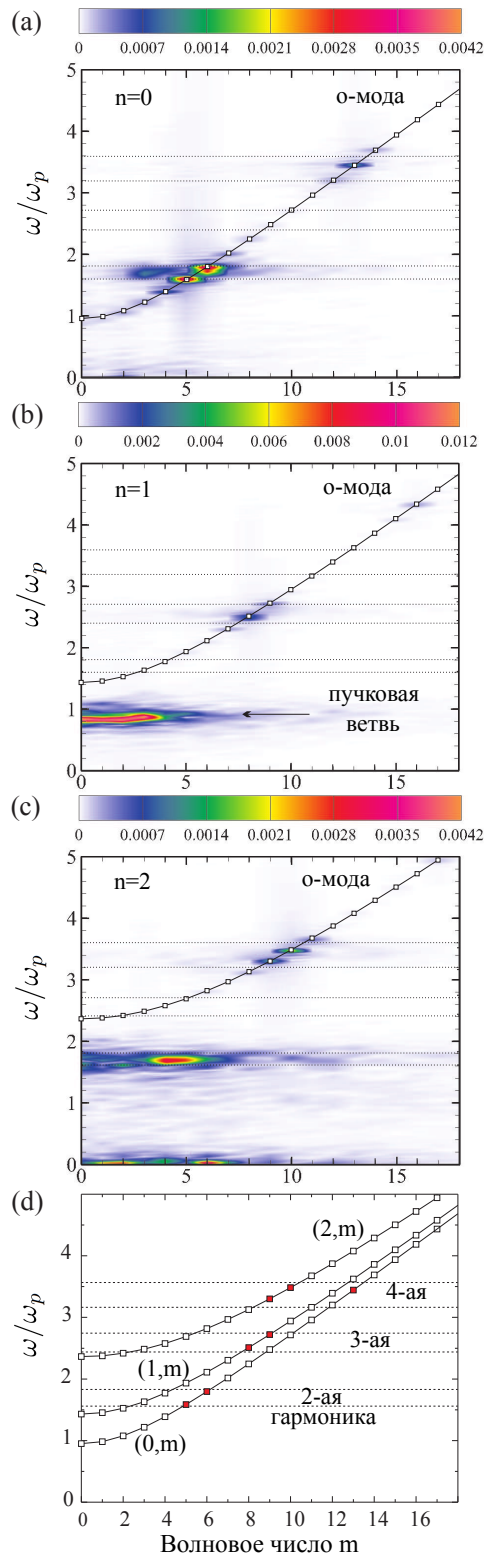


Рис. 4.24. (а)-(с) $|E_x(\omega, k_{\perp})|$ при трёх значениях продольного волнового числа $n = 0, 1, 2$. (д) Дисперсионные кривые для электромагнитной o -моды (штрихами показаны диапазоны частот, резонансные с гармониками накачки, а квадратами — моды, разрешённые в численной модели).

рисунка 4.24 видно, что наибольшей амплитуды действительно достигают те моды, которые лежат на пересечении указанного диапазона частот с дисперсионной кривой электромагнитной o -моды. Как и предполагалось, основную роль здесь играет процесс слияния доминирующих неустойчивых волн $(1, 3) + (-1, 3) \rightarrow (0, 6)$. Мода же $(0, 5)$ может быть продуктом другого нелинейного процесса с участием встречных волн $(1, 3) + (-1, 2) \rightarrow (0, 5)$. Что касается мод $(2, m)$, то в окрестности $2\omega_{pump}$ не существует собственных колебаний с такими волновыми числами, поэтому они являются вынужденными.

Образовавшиеся электромагнитные моды $(0, 5)$ и $(0, 6)$ затем могут вступать во взаимодействие с наиболее интенсивными пучковыми колебаниями $(1, 2)$ и $(1, 3)$

$$(0, 5) + (1, 3) \rightarrow (1, 8), \quad (4.78)$$

$$(0, 6) + (1, 2) \rightarrow (1, 8), \quad (4.79)$$

$$(0, 6) + (1, 3) \rightarrow (1, 9), \quad (4.80)$$

передавая свою энергию другим собственным электромагнитным модам $(1, 8)$ и $(1, 9)$, попадающим в резонанс с нелинейными биениями на утроенной частоте $\omega = 3\omega_{pump} = 2.4 - 2.7$. Как видно из рисунков 4.24(a) и (c), излучение в окрестности 4-ой гармоники частоты накачки $\omega \approx 3.2 - 3.6$ связано с собственными модами $(2, 9)$, $(2, 10)$ и $(0, 13)$, которые тоже принадлежат обыкновенной электромагнитной волне. Если за появление мод $(2, 9)$ и $(2, 10)$ могут отвечать трёхволновые процессы между высокочастотными колебаниями

$$(1, 8) + (1, 2) \rightarrow (2, 10), \quad (4.81)$$

$$(1, 8) + (1, 1) \rightarrow (2, 9), \quad (4.82)$$

$$(1, 9) + (1, 1) \rightarrow (2, 10), \quad (4.83)$$

$$(1, 9) + (1, 0) \rightarrow (2, 9), \quad (4.84)$$

то возбуждение моды $(0, 13)$ в указанном диапазоне частот возможно только при участии низкочастотных возмущений $(\pm 2, 2)^L$

$$(1, 3) + (-2, 2)^L \rightarrow (-1, 5), \quad (4.85)$$

$$(1, 8) + (-1, 5) \rightarrow (0, 13). \quad (4.86)$$

Таким образом, расчёты в безграничной плазме показывают, что электромагнитная эмиссия вблизи гармоник частоты накачки (рис. 4.24(d)) связана с возбуждением собственных электромагнитных колебаний (показаны красными квадратами), которые участвуют в трёхволновых взаимодействиях с пучковыми модами. Доминирующая роль перечисленных электромагнитных мод при $\omega > \omega_p$ подтверждается также и тем, что они легко идентифицируются в частотном спектре поля $E_x(x_0, y_0, \omega)$, измеренного в некоторой пространственной точке (рис. 4.25).

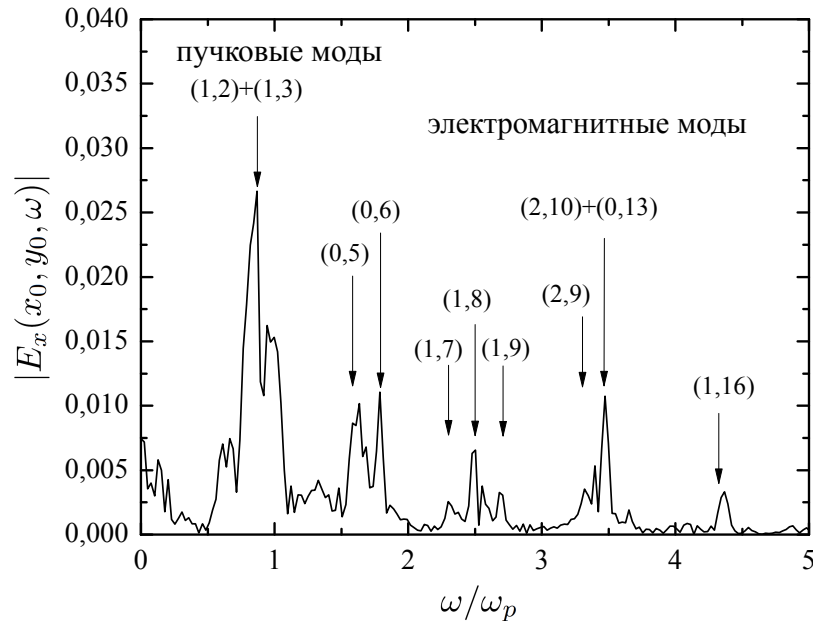


Рис. 4.25. Частотный спектр поля $|E_x(x_0, y_0, \omega)|$, измеряемого в точке (x_0, y_0) .

В данном разделе с помощью численного моделирования и точной кинетической теории пучковой неустойчивости найдены условия, при которых встречные релятивистские электронные пучки с килоамперными токами могут генерировать в замагниченной плазме мощное электромагнитное излучение,

распространяющееся поперёк магнитного поля. Показано, что основную роль в генерации такого излучения играет трёхволновой процесс слияния встречных резонансных с пучком колебаний, а эффективность электромагнитной эмиссии плазмы может быть значительно увеличена, если в число участников такого нелинейного взаимодействия попадают наиболее неустойчивые моды пучково-плазменной системы. Установлено, что генерируемое в такой схеме электромагнитное излучение сосредоточено вблизи гармоник частоты накачки и может быть объяснено на основе трёхволновых взаимодействий между собственными электромагнитными и пучковыми модами.

Расчёты в рамках пространственно-периодической задачи не дают возможности изучать процессы генерации ЭМ волн в квазистационарном состоянии развитой турбулентности, однако позволяют оценивать максимальную мощность ЭМ эмиссии, достижимую на динамической стадии развития пучковой неустойчивости. В работе найден режим, при котором мощность излучения составляет 5% от максимальной мощности энергопотерь пучка и который близок по параметрам к лабораторным экспериментам по генерации субтерагерцового излучения на открытой ловушке ГОЛ-3. Расчёты показывают, что если в замагниченную плазму с плотностью $n_i = 10^{14} \text{см}^{-3}$ и магнитным полем 0.7 Т инжектировать встречные электронные пучки с энергией 1 МэВ, температурой 64 кэВ и плотностью тока 22.6кА/см^2 , то мощность генерации электромагнитного излучения в единице объёма плазмы может достигать 500МВт/см^3 . При этом большая часть энергии этого излучения сосредоточена в спектральной области $f = 150 \pm 8 \text{ГГц}$.

Глава 5

Генерация узкополосного терагерцового излучения во встречных кильватерных полях фемтосекундных лазерных импульсов

В настоящее время терагерцовое излучение (0.3 – 30 ТГц) привлекает к себе огромный интерес исследователей в связи с его многочисленными применениями в науке и технике. Источники высокой мощности в этом частотном диапазоне открывают новые возможности контроля вращательными степенями свободы молекул в газах, колебаниями кристаллической решётки и спиновыми волнами в твёрдом теле [3; 4]. Наиболее впечатляющий прогресс в последнее время был продемонстрирован в генерации когерентных терагерцовых импульсов, состоящих всего из одного периода колебаний электрического поля, амплитуда которого достигает значений (1 – 100 МВ/см). Для получения такого широкополосного излучения было предложено большое число различных схем, генерация коротких импульсов в которых происходит либо на разности частот двух различных фемтосекундных лазеров [5], либо за счёт оптического выпрямления одиночных лазерных импульсов в нелинейных кристаллах [155; 156]. Такой же эффект достигается благодаря переходному излучению высокоэнергетических электронных пучков [6; 7] и облучению твердотельных мишеней релятивистски сильными лазерами [141; 157; 158]. Среди других генерирующих схем стоит упомянуть взаимодействие коротких лазерных импульсов с газовой [142; 159–161] и кластеризованной плазмой [162].

Узкополосные терагерцовые источники тоже представляют огромный интерес в связи с возможностью резонансного контроля и управления отдельными степенями свободы в материи, однако генерация терагерцовых импульсов с большим числом периодов колебаний, умеренно большими электрическими полями (1 МВ/см) и полной энергией 1 мДж до сих пор остаётся серьёзной проблемой. Сегодня интенсивные импульсы излучения в терагерцовом диапа-

зоне частот (~ 1 МВт, десятки мкДж) производятся только на таких больших ускорительных установках, как лазеры на свободных электронах [8; 12]. В последнее время активно обсуждаются идеи, как превзойти упомянутые параметры излучения в более компактных схемах за счёт использования либо ондуляторов с уменьшенным периодом [9; 10; 163], либо предварительно модулированных электронных пучков [11; 164; 165]. Лазерное сообщество предлагает генерировать микроджоульные ТГц импульсы с узкими спектральными линиями (2–3%) с помощью оптического выпрямления либо модулированных лазерных импульсов в органических кристаллах [16], либо коротких лазерных пучков в периодически поляризованном ниобате лития [15; 166]. Плазма тоже рассматривается как перспективная нелинейная среда для генерации узкополосных терагерцовых импульсов высокой мощности благодаря тому, что она может поддерживать долгоживущие колебания с экстремально большими электрическими полями и позволяет легко перестраивать частоту излучения за счёт простого изменения плотности плазмы.

В последнее время был предложен целый ряд генерирующих схем с использованием конверсии плазменных колебаний в терагерцовые электромагнитные волны. Эффективным способом возбуждения интенсивных колебаний в плазме является инжекция компактных лазерных импульсов или пучков частиц, которые посредством ponderomotive силы или силы пространственного заряда толкают плазменные электроны и оставляют за собой кильватерные волны. В однородной плазме эти потенциальные ленгмюровские волны не способны испускать электромагнитное излучение. Их прямая конверсия в ЭМ волны становится возможной только при наличии градиентов плотности (макроскопических [17] или мелкомасштабных [29; 55; 64; 65]) или внешнего магнитного поля, направленного вдоль [18] или поперёк [19; 20] плазменного канала. Было также обнаружено, что конверсия плазменных колебаний в присутствии магнитного поля может существенно усиливаться в системе встречных лазерных импульсов, имеющих различные длины волн [21]. Несмотря на

то, что электростатические плазменные колебания вблизи плазменной частоты, производимые биением лазерных полей, эффективно экранируются плазмой, заметная часть их энергии способна диффундировать к границе плазмы и излучаться в виде ТГц волн. В данной работе мы предлагаем генерировать узкополосное терагерцовое излучение с высокими значениями электрических полей, используя нелинейное взаимодействие встречных кильватерных волн, возбуждаемых в однородной плазме короткими лазерными драйверами с одинаковой длиной волны. Такой нелинейный процесс не требует сверх-сильных магнитных полей или неоднородностей плотности, приводящих к уширению спектральной линии, и не подвержен влиянию плазменной экранировки благодаря работе на удвоенной плазменной частоте. По этим причинам предлагаемая схема позволяет генерировать ГВт, мДж терагерцовые импульсы с узкой шириной линии ($\sim 1\%$) при относительно высокой эффективности конверсии лазерной энергии в энергию ТГц излучения ($> 10^{-4}$).

5.1. Механизм генерации излучения

Исследуем сначала механизм генерации ЭМ излучения встречными кильватерными полями в плазме независимо от природы драйверов. Рассмотрим две локализованные в поперечном направлении ленгмюровские волны, в которых плотность и скорость плазменных электронов осциллируют с плазменной частотой, а их продольные волновые числа имеют разные знаки ((ω_p, k_1) и $(\omega_p, -k_2)$). Фазовая скорость каждой волны равна скорости собственного драйвера. Рассеяние одной потенциальной волны, вынуждающей электроны двигаться со скоростью δv_{1x} , на возмущении плотности δn_2 , создаваемой другой волной, приводит к вынужденным колебаниям продольного электрического тока $\mathcal{J} \propto \delta n_2 \delta v_{1x}$ на удвоенной плазменной частоте

$$(\omega_p, k_1) + (\omega_p, -k_2) \rightarrow (2\omega_p, k_1 - k_2). \quad (5.1)$$

Если фазовая скорость возникающих колебаний вдоль плазменного канала превышает скорость света в вакууме, такой ток способен излучать электромагнитные волны под некоторым косым углом в вакуум (рис. 5.1а). Такой механизм косо́й эмиссии может работать даже при столкновении плоских ленгмюровских волн, не имеющих какой-либо неоднородной поперечной структуры. Этот случай соответствует рассмотренному ранее механизму плазменной антенны (раздел 4.2).

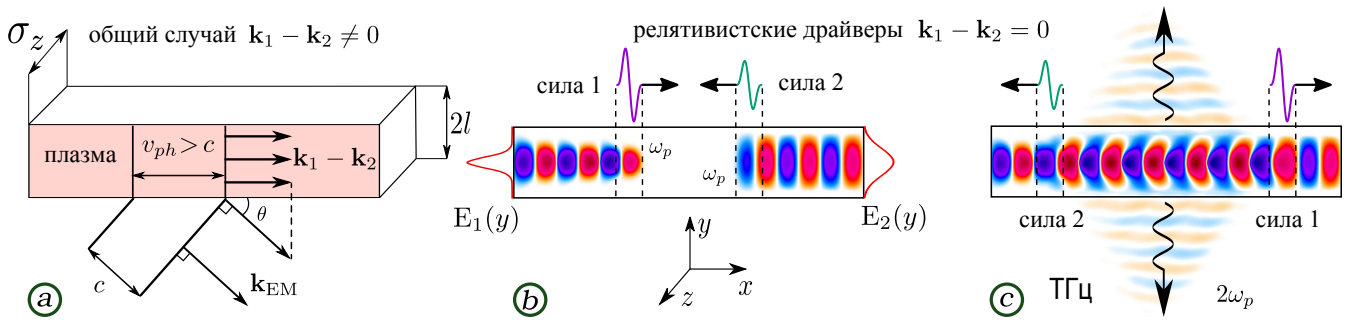


Рис. 5.1. Механизм излучения: (а) Если встречные плазменные волны имеют различные фазовые скорости, они генерируют сверхсветовую волну электрического тока ($2\omega_p, k_1 - k_2$), попадающую в резонанс с косыми ЭМ волнами в вакууме. (б)-(с) Если кильватерные поля возбуждаются релятивистскими драйверами ($k_1 - k_2 = 0$), ЭМ излучение должно выходить поперёк, однако его генерация становится возможной только при различных поперечных профилях сталкивающихся волн (показаны моменты до и после столкновения кильватерных волн).

В практически интересном случае симметричных релятивистских драйверов, движущихся с околосветовой скоростью ($v_d \approx c$), продольное волновое число генерируемой ЭМ волны зануляется ($k_1 - k_2 = 0$) и возникающее излучение должно выходить поперёк плазменного канала. Однако при одинаковой поперечной структуре сталкивающихся волн симметрия системы становится настолько высокой, что продольные токи, производимые рассеянием каждой встречной волны, полностью компенсируют друг друга ($j_x \propto$

$\delta n_1 \delta v_{2x} + \delta n_2 \delta v_{1x} \propto (k_1 - k_2) \delta v_{1x} \delta v_{2x}$). По этой причине столь эффективный механизм излучения не был обнаружен в более ранней работе [56], где рассматривалось взаимодействие идентичных встречных лазерных импульсов со всюду совпадающими профилями. В данной главе мы покажем, что эта симметрия нарушается и поперечная эмиссия становится возможной, если сталкивающиеся кильватерные волны возбуждаются короткими лазерными импульсами или пучками частиц с различными поперечными размерами (рис. 5.1b и 5.1c). Различная поперечная структура возбуждаемых плазменных волн приводит к различным поперечным сжимаемостям электронной жидкости $\partial v_{iy} / \partial y$, которые дают некомпенсируемые вклады в возмущения плотности δn_i .

Чтобы вычислить мощность излучения из плазменного канала конечных размеров, необходимо найти нелинейный ток, генерируемый парой плазменных волн, и затем определить из уравнений Максвелла распределение электромагнитных полей во всём пространстве, следуя стандартной процедуре сшивки этих полей на границах плазмы. Сначала мы решим задачу, в которой амплитуды плазменных волн предполагаются однородными вдоль канала, а потом обобщим результаты на случай дифрагирующих лазерных пучков с медленно меняющимися поперечными размерами. Задачу генерации ЭМ волн в плазме под действием встречных линейно поляризованных лазерных импульсов будем решать в двух различных геометриях (плоской и цилиндрической). Плоская геометрия наилучшим образом подходит для описания ситуации, возникающей при фокусировке лазера в сильно вытянутое в одном направлении фокальное пятно, в то время как цилиндрическая геометрия используется для рассмотрения обычных аксиально симметричных гауссовых пучков. Первый случай нужен не только для тестирования наших теоретических предсказаний двумерными численными PIC расчётами, он весьма важен и с практической точки зрения благодаря возможности генерации узконаправленных импульсов излучения, удобных для использования в различных приложениях.

Сначала рассмотрим плоский плазменный слой (рис. 5.1а), способный генерировать направленное ЭМ излучение. Суперпозиция кильватерных полей, бегущих в противоположных направлениях вдоль координаты x с равными релятивистскими скоростями,

$$E_x = \frac{1}{2} [(E_1(y)e^{ikx} + E_2(y)e^{-ikx}) e^{-i\omega_p t} + c.c.], \quad (5.2)$$

$$E_y = \frac{1}{2} \left[-\frac{i}{k} (E_1' e^{ikx} - E_2' e^{-ikx}) e^{-i\omega_p t} + c.c. \right] \quad (5.3)$$

генерирует нелинейный электрический ток

$$\delta j_x = j_0(y) e^{-i2\omega_p t} + c.c., \quad (5.4)$$

который осциллирует с удвоенной плазменной частотой и не зависит от продольной координаты (здесь штрих означает производную по y , $k = \omega_p/v_d$, $\omega_p = (4\pi e^2 n_0/m_e)^{1/2}$ — плазменная частота, n_0 — невозмущённая плотность плазмы, e и m_e — заряд и масса электрона). В безразмерных единицах, когда пространственные размеры измеряются в c/ω_p , волновые числа в ω_p/c , а электрические поля в $m_e c \omega_p / e$, амплитуда тока может вычисляться как

$$\mathcal{J} = \frac{j_0}{en_0 c} = -\delta n_1 \delta v_{2x} - \delta n_2 \delta v_{1x}, \quad (5.5)$$

где возмущения скорости и плотности плазменных электронов находятся из линеаризованных гидродинамических уравнений:

$$\begin{aligned} \delta n_1 &= -i (ik \delta v_{1x} + \delta v'_{1y}), & \delta n_2 &= -i (-ik \delta v_{2x} + \delta v'_{2y}), \\ \delta v_{1x} &= -\frac{iE_1}{2}, & \delta v_{2x} &= -\frac{iE_2}{2}, & \delta v_{1y} &= -\frac{E_1'}{2k}, & \delta v_{2y} &= \frac{E_2'}{2k}. \end{aligned}$$

Вклады, возникающие от продольной сжимаемости электронной жидкости $\partial v_x / \partial x$, сокращаются при произвольных амплитудах сталкивающихся волн. Пренебрегая отличием скорости драйвера v_d от скорости света c и полагая $k = 1$, получаем

$$\mathcal{J} = \frac{1}{4} (E_1 E_2'' - E_2 E_1''). \quad (5.6)$$

Видно, что эта плотность тока не обращается в ноль и может генерировать выходящее поперёк плазмы излучение только в том случае, когда поперечная структура в первой плазменной волне отличается от таковой для второй волны ($E_1(y) \neq E_2(y)$).

Внутри плазмы генерируемое этим током поле излучения $E_x = \mathcal{E}(y)e^{-i2\omega_p t} + c.c.$ поляризовано вдоль канала, а его амплитуда должна удовлетворять уравнению

$$\mathcal{E}'' + 4\epsilon(2\omega_p)\mathcal{E} = -2i\mathcal{J}, \quad (5.7)$$

где $\epsilon(2\omega_p) = 3/4$ — диэлектрическая проницаемость холодной плазмы. Решение уравнения (5.7) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \left(\mathcal{A} - \frac{2i}{\sqrt{3}} \int_{-l}^y \mathcal{J}(s) \cos(\sqrt{3}s) ds \right) \sin(\sqrt{3}y) \\ & + \left(\mathcal{B} + \frac{2i}{\sqrt{3}} \int_{-l}^y \mathcal{J}(s) \sin(\sqrt{3}s) ds \right) \cos(\sqrt{3}y). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Константы \mathcal{A} и \mathcal{B} можно найти из граничных условий при $y = \pm l$, сшивая внутренние плазменные поля E_x, B_z с полями излучаемых в вакуум ЭМ волн

$$E_x = \mathcal{C}e^{i2y-i2\omega_p t} + c.c., \quad y > l, \quad (5.9)$$

$$E_x = \mathcal{D}e^{-i2y-i2\omega_p t} + c.c., \quad y < -l. \quad (5.10)$$

Таким образом, амплитуду излучаемой волны можно представить в форме

$$\mathcal{E}_0 = 2|\mathcal{D}| = \frac{2}{\sqrt{\cos^2(\sqrt{3}l) + 3}} \left| \int_{-l}^l \mathcal{J}(y) \cos(\sqrt{3}y) dy \right|. \quad (5.11)$$

Учитывая медленную зависимость амплитуд кильватерных волн от продольной координаты и предполагая конечный размер σ_z плазменного канала в z -направлении, получаем полную мощность излучения:

$$\frac{P}{P_0} = \sigma_z \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_0^2 dx, \quad (5.12)$$

где $P_0 = m_e^2 c^5 / (4\pi e^2) \approx 0.69$ ГВт.

Пусть плазменные волны возбуждаются поляризованными вдоль y лазерными импульсами с центральной частотой ω_0 и огибающей:

$$E_y = E_{0s} \sqrt{\frac{\sigma_{0s}}{\sigma_s(x)}} e^{-y^2/\sigma_s^2(x)} \sin^2 \left(\frac{\pi(t \pm x)}{2\tau} \right). \quad (5.13)$$

Здесь мы предполагаем, что эти лазерные импульсы фокусируются в вытянутые пятна $\sigma_{0s} \times \sigma_z$ с $\sigma_z \gg \sigma_{0s}$, и учитываем эффект дифракционного расплывания каждого драйвера только в y -направлении, $\sigma_s(x) = \sigma_{0s} \sqrt{1 + x^2/\mathcal{R}_s^2}$, где $\mathcal{R}_s = \omega_0 \sigma_{0s}^2 / 2$ — длина Рэля, соответствующая размеру перетяжки σ_{0s} (время t здесь измеряется в ω_p^{-1}). Амплитуды возбуждаемых кильватерных полей должны повторять ту же самую медленно меняющуюся поперечную структуру, которая определяется индуцированной лазером пондеромоторной силой,

$$E_s(y) = E_s^w \left(\frac{\sigma_{0s}}{\sigma_s(x)} \right) e^{-2y^2/\sigma_s^2(x)}, \quad (5.14)$$

где

$$E_s^w = \frac{3 E_{0s}^2}{4 \omega_0^2} \frac{\sin \tau}{(4 - 5\tau^2/\pi^2 + \tau^4/\pi^4)} \quad (5.15)$$

представляют собой максимальные продольные электрические поля, достигаемые в перетяжках лазерных импульсов. Эта формула показывает, что наиболее эффективное возбуждение кильватерных волн достигается при некоторой оптимальной длительности лазера ($\tau \sim \pi$). Поскольку образующийся плазменный канал оказывается шире характерного размера локализации кильватерной волны ($l > \sigma_s$), область интегрирования в формуле (5.11) может рассматриваться как бесконечная. Интеграл (5.11) в этом случае может быть вычислен аналитически, и амплитуда излучаемой ЭМ волны приобретает вид

$$\mathcal{E}_0 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{E_1^w E_2^w \mathcal{F}_\sigma}{\sqrt{\cos^2(\sqrt{3}l) + 3}}, \quad (5.16)$$

$$\mathcal{F}_\sigma = \frac{\sigma_{01} \sigma_{02} |\sigma_2^2 - \sigma_1^2|}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{3/2}} \exp \left[-\frac{3}{8} \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right]. \quad (5.17)$$

Для аксиально симметричных гауссовых пучков ($E_y \propto \sigma_{0s}/\sigma_s \exp(-r^2/\sigma_s^2)$) в цилиндрической геометрии амплитуда бегущей по радиусу ТГц волны, достигаемая на плазменной границе ($r = R$), может быть представлена в форме

$$\mathcal{E}_0 = \frac{3E_1^w E_2^w \mathcal{F}_\sigma}{2\sqrt{(2\sqrt{3}RJ_1 - J_0)^2 + 16R^2J_0^2}}, \quad (5.18)$$

$$\mathcal{F}_\sigma = \frac{\sigma_{01}^2 \sigma_{02}^2 |\sigma_2^2 - \sigma_1^2|}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} \exp\left[-\frac{3}{8} \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right], \quad (5.19)$$

где $J_n = J_n(\sqrt{3}R)$ — функции Бесселя порядка n . Полная мощность излучения тогда определяется интегралом $P/P_0 = \pi R \int \mathcal{E}_0^2 dx$ по продольной координате x .

5.2. Схемы перекрытия кильватерных волн

Прежде чем искать условия оптимального перекрытия возбуждаемых лазерными импульсами кильватерных волн, обсудим основные ограничения предложенной теоретической модели. В этой теории предполагается, что возбуждаемые в плазме колебания после прохождения лазерных импульсов можно считать почти линейными, а их взаимодействие обусловлено в основном квадратичной нелинейностью ($\mathcal{E}_0 \propto E_1 E_2$). Для достижения максимально высокой мощности излучения $P \propto \mathcal{E}_0^2$ амплитуды кильватерных волн должны быть выбраны максимально возможными. Однако для больших амплитуд мы переходим в нелинейный режим с сильно укороченным временем жизни возбуждаемых плазменных волн, способных по этой причине производить только короткие импульсы широкополосного излучения. Наши PIC расчёты показывают, что некоторый компромис между достаточно большой амплитудой кильватерной волны и достаточно долгим временем её жизни достигается в том случае, когда максимальное значение нормализованного векторного потенциала лазерного поля в месте перетяжки пучка становится равным $a_0 = 0.7$. В этом случае плазменные волны всё ещё удовлетворительно описываются линейной теорией

и остаются стабильными по амплитуде в течение продолжительного времени. Ещё один эффект, который ограничивает применимость нашей теории, связан с наличием диссипации энергии, сконцентрированной в главных гармониках кильватерных волн. PIC моделирование показало, что типичный временной масштаб, на котором мощность излучения не успевает меняться слишком сильно, можно оценить как $100 \omega_p^{-1}$. Таким образом, оценивая в дальнейшем относительные эффективности различных генерирующих схем, будем помнить о наличии верхнего предела по амплитуде лазера в перетяжке ($a_0 = 0.7$) и конечного времени генерации излучения $\tau_R = 100 \omega_p^{-1}$. Под эффективностью излучения здесь понимается отношение излучённой энергии к полной энергии лазерных импульсов.

Существует несколько различных путей для реализации описанного выше механизма излучения в лабораторных экспериментах. Среди них столкновение симметричных лазерных импульсов с некоторым прицельным параметром ρ (схема 1), их фокусировка в несовпадающие по размерам пятна σ_{01} и σ_{02} , совмещённые в продольном направлении, (схема 2) или продольный сдвиг симметричных фокусов встречных лазерных пучков на длину L (схема 3). В плоском случае, когда фокальные пятна лазеров вытянуты в z -направлении и учитывается только y -дифракция, различные схемы перекрытия кильватерных волн показаны на рисунке 5.2. Чтобы оценить относительную эффективность различных схем, вычислим амплитуду генерируемой ЭМ волны и соответствующую ей полную излучённую энергию для длительности лазера $\tau = 50$ фс. Лазерный пучок такой длины может эффективно возбуждать кильватерные поля только при определённой плотности плазмы, когда его длительность становится сопоставимой с периодом плазменной волны ($\tau \approx \pi/\omega_p$). Это означает, что оптимальная частота излучения полностью определяется длительностью лазера ($f_R = 2\omega_p/2\pi \approx 1/\tau$). Теория предсказывает, что оптимальное перекрытие лазерных кильватерных волн в схеме 1 достигается, когда прицельный параметр сравним с размером перетяжки ($\rho = 1.25\sigma_{01}$), в схеме 2 — когда один из

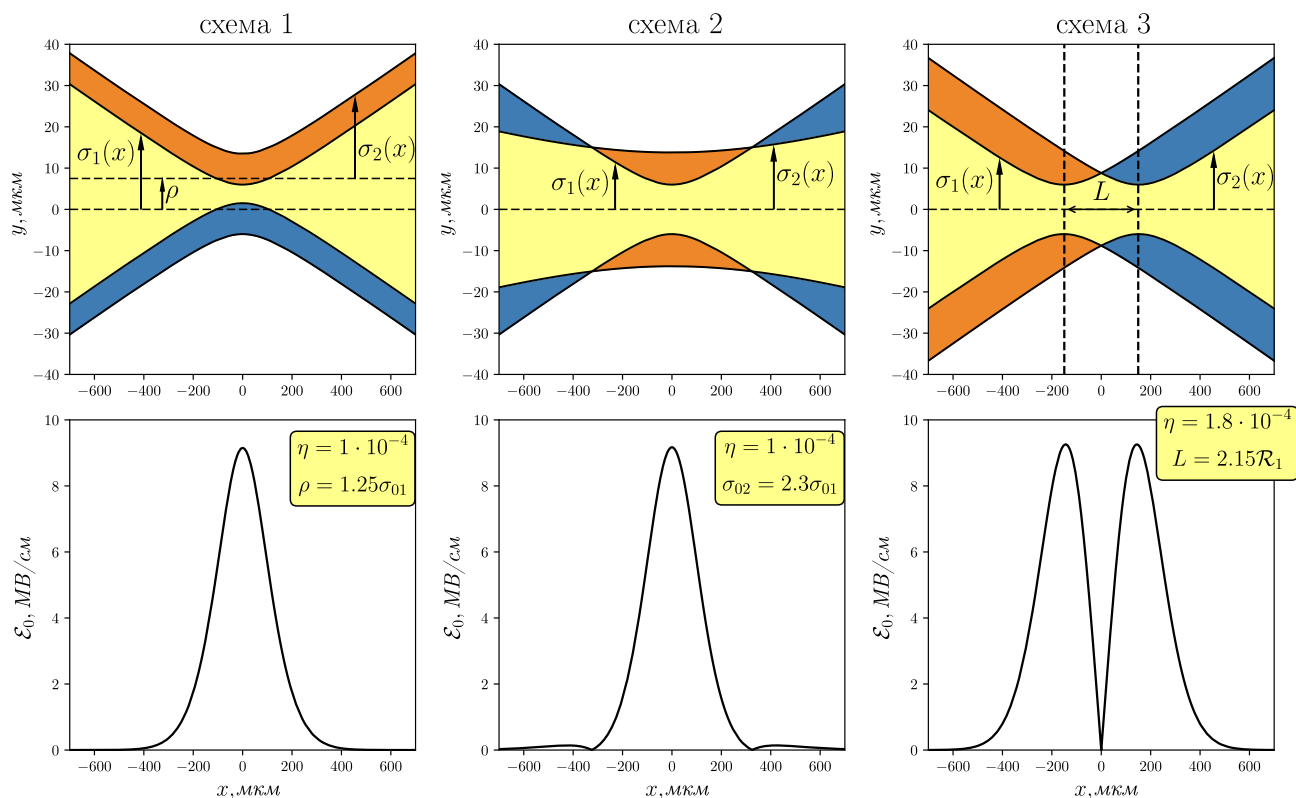


Рис. 5.2. Три различные схемы перекрытия кильватерных волн, возбуждаемых встречными лазерными импульсами (50 фс, 800 нм) в плоском плазменном канале с плотностью $1.5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ($f_R \approx 22 \text{ THz}$). В верхнем ряду кривые $\sigma_1(x)$ и $\sigma_2(x)$ соответствуют характерным поперечным размерам дифрагирующих гауссовых пучков и ограничивают области с интенсивными лазерными полями (голубая для лазера 1, оранжевая для лазера 2). Излучающий ток локализован в жёлтых перекрывающихся областях. В нижнем ряду представлены продольные профили амплитуды излучаемой волны $\mathcal{E}_0(x)$ для оптимальных параметров в каждой схеме.

пучков фокусируется в два раза более широкое пятно ($\sigma_{02} = 2.3\sigma_{01}$), а в схеме 3 — когда лазерные перетяжки разделены расстоянием $L = 2.15\mathcal{R}_1$, где \mathcal{R}_1 — длина Рэлея, соответствующая размеру фокального пятна σ_{01} . Оптимальный размер этого пятна оказывается привязанным к размеру c/ω_p ($\sigma_{01} = 1.38 c/\omega_p$). В нижнем ряду рисунка 5.2 можно видеть, что схемы с продольно совмещёнными фокусами дают почти одинаковый профиль амплитуды излучаемой ЭМ

волны с максимальным значением 9.2 МВ/см , достигаемым в плоскости фокуса. В схеме 3 каждый фокус способен генерировать свой собственный локализованный импульс, поэтому такие же по величине ТГц поля генерируются на дважды более обширной площади, что приводит к более высокой эффективности излучения $\eta = 1.8 \cdot 10^{-4}$. Следует отметить, что данные параметры излучения не зависят от энергии лазера. Предполагается только, что эта энергия достаточно велика для того, чтобы создать плоские перетяжки с максимальным лазерным полем $a_0 = 0.7$. Чем выше энергия, тем более протяжённую в z -направлении перетяжку можно создать.

В цилиндрической геометрии в связи с более быстрой дифракцией лазерных импульсов расстояние между их перетяжками в схеме 3 оказывается меньше, чем в плоском случае ($L = 1.3\mathcal{R}_1$), а оптимальный радиус фокального пятна увеличивается до значения $\sigma_{01} = 1.8 c/\omega_p$. Основная особенность аксиально симметричного случая состоит в том, что при фиксированном векторном потенциале a_0 радиус лазерной перетяжки может достичь оптимального значения ($\sigma_{01} = 1.8 c/\omega_p$) только при определённом значении энергии лазера. Для $\tau = 50 \text{ фс}$ ЭМ излучение с оптимальной частотой $f_R \approx 22 \text{ ТГц}$ может генерироваться с максимальной эффективностью $\eta = 7 \cdot 10^{-5}$ только лазерными импульсами относительно низкой энергии ($45 \text{ мДж} + 45 \text{ мДж}$). По мере роста энергии лазера мы переходим в менее эффективный режим $\sigma_{0s} \gg c/\omega_p$, при котором генерирующий ток $\mathcal{J} \propto E_s'' \propto c^2/(\omega_p \sigma_{0s})^2$ значительно уменьшается. Следует, однако, отметить, что проведённый выше поиск наиболее эффективных схем ограничивался условием равенства энергий, запасённых во встречных лазерных импульсах. Если вместо этого условия потребовать равенства интенсивностей лазерного излучения в перетяжках, то более высоких эффективностей оптико-терагерцового преобразования удаётся достичь в схеме 2. В частности, для генерации в этой схеме излучения с частотой $f_R \approx 22 \text{ ТГц}$ и эффективностью $2.3 \cdot 10^{-4}$ можно использовать несимметричные по энергии

ям гауссовы пучки (40 мДж + 160 мДж), фокусируя их в пятна с радиусами $\sigma_{01} = 1.85 c/\omega_p$ и $\sigma_{02} = 3.7 c/\omega_p$.

5.3. Перестраиваемость частоты излучения

Поскольку частота излучения в предложенных схемах определяется удвоенной плазменной частотой, она может легко перестраиваться за счёт изменения плотности плазмы. Однако для фиксированной длительности лазера τ излучение оказывается эффективным только в ограниченном спектральном диапазоне вблизи оптимальной частоты $f_R \approx \tau^{-1}$, отвечающей условию наиболее эффективного возбуждения плазменных кильватерных волн (рис.5.3(а)). Таким образом, чтобы покрыть весь терагерцовый диапазон, необходимо варьировать длительность лазерного импульса от 30 фс до 3 пс. Поскольку эффективность возбуждения кильватерных волн лазерными импульсами зависит от параметра ω_p/ω_0 (в плоской геометрии), эффективность излучения тоже оказывается растущей функцией плотности плазмы и лазерной длины волны $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$. Это, в частности, объясняет почему 500 фс CO₂ лазер ($\lambda_0 = 10.6 \mu\text{m}$) в десять раз более эффективен для генерации терагерцового излучения, чем неодимовый лазер ($\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$) с такой же длительностью импульса. Следует заметить однако, что лазеры с более короткими длинами волн, такие как Nd:стекло или Ti:сапфир, способны достигать более коротких длительностей и могут поэтому работать в более высокочастотной области, где высокие эффективности обеспечиваются большими значениями плазменной частоты ω_p . Таким образом, различные типы лазеров оказываются предпочтительными в различных частях терагерцового спектра (рис.5.3(а)). Максимальное электрическое поле излучаемого ТГц импульса в плоской геометрии не зависит от длины волны используемого лазера и демонстрирует линейный рост на протяжении всего интересующего нас частотного промежутка (рис.5.3(б)).

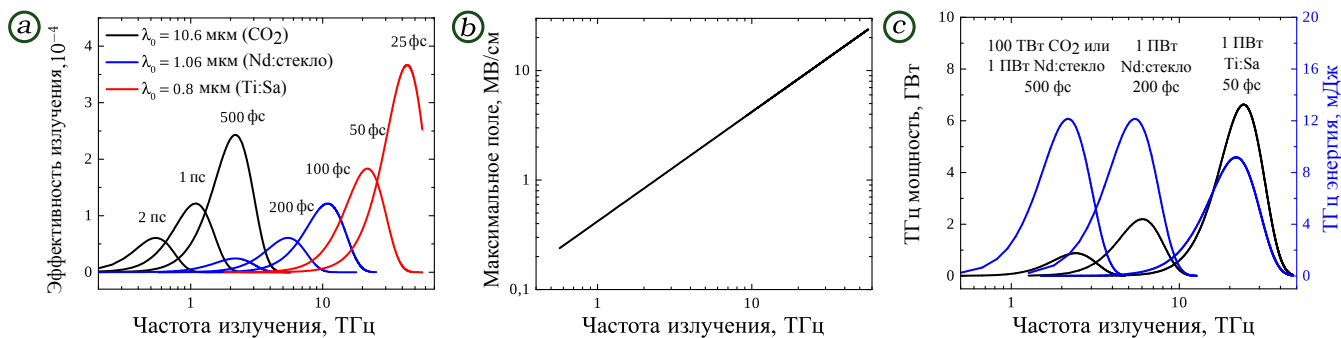


Рис. 5.3. Заполнение ТГц диапазона с помощью генерирующей схемы 3 в плоском случае. (а) Эффективность излучения как функция частоты для различных длинах волн и длительностей лазеров. (б) Максимальная амплитуда электрического поля в ТГц импульсе как функция частоты. (с) Возможности петаваттных лазеров для генерации ТГц импульсов большой энергии в различных частях спектра.

Чтобы представить себе масштаб мощности и полной энергии ТГц излучения, которые достижимы для современных петаваттных лазерных систем, рассмотрим три случая с различной длительностью лазерных импульсов (500, 200 и 50 фс). Для неодимового лазера с $\tau = 500$ фс столкновение двух симметричных пучков с полной энергией 500 Дж способно породить терагерцовые импульсы с мощностью ~ 1 ГВт и энергией ~ 10 мДж (рис. 5.3(с)). Таких же параметров излучения можно достичь, используя менее мощные 100 ТВт СО₂ лазеры, создание которых сегодня активно обсуждается в связи с экспериментами по кильватерному ускорению элеткронов [167]. При высоких частотах даже более мощные ТГц импульсы с тем же уровнем излучённой энергии 10 мДж могут генерироваться существующими неодимовыми [168] и титан-сапфировыми [169] лазерами с мощностью 1 ПВт. Насколько нам известно, импульсы узкополосного терагерцового излучения столь высокой энергии в настоящий момент не доступны для каких-либо других генерирующих схем.

В цилиндрической геометрии излучение фиксированной частоты может эффективно генерироваться только при определённом значении энергии лазе-

ра. Таким образом, двигаясь по терагерцовому диапазону, необходимо синхронно менять и энергию, и длительность сталкивающихся лазерных импульсов.

5.4. PIC моделирование

Чтобы подтвердить, что предложенный механизм генерации ЭМ волн способен производить импульсы узкополосного терагерцового излучения с высокими значениями электрического поля, проведены численные расчёты с помощью стандартного 2D3V PIC кода, протестированного на различных физических явлениях [58; 92]. Расчётная область в нашей численной модели включает в себя тонкий плазменный слой с шириной $2l = 16 c/\omega_p$, окружённый вакуумными промежутками и приграничными слоями, способными поглощать излучаемые из плазмы электромагнитные волны. Плазменные кильватерные волны возбуждаются здесь виртуальными лазерными импульсами, действующими на электроны только через пондеромоторную силу. Для сравнения с теоретическими предсказаниями проведено моделирование наиболее эффективной схемы перекрытия кильватерных следов от встречных лазерных импульсов (схема 3), в которой лазерные драйверы с длиной волны $\lambda_0 = 10.6$ мкм и пиковым полем $a_1 = a_2 = 0.7$ фокусируются в пятна с оптимальными размерами $\sigma_{01} = \sigma_{02} = 1.38 c/\omega_p$. Благодаря симметрии такой системы относительно инверсии $x \rightarrow -x$ в расчётах моделируется область $x > 0$, содержащая только один фокус, расположенный в точке $x = 26.3 c/\omega_p$. Рисунок 5.4(а) показывает, что нелинейное взаимодействие возбуждаемых лазерами плазменных волн действительно приводит к электромагнитной эмиссии на второй гармонике плазменной частоты, причём амплитуда электрического поля, измеренного вдоль поглощающего слоя (рис. 5.4(б)), хорошо согласуется с теоретически предсказанным профилем $\mathcal{E}_0(x)$ (см. формулу (5.16)).

На рисунке 5.4(с) можно видеть временную зависимость поля E_x , измеренного в отдельной точке вакуума, которая помечена на рисунке белой звезд-

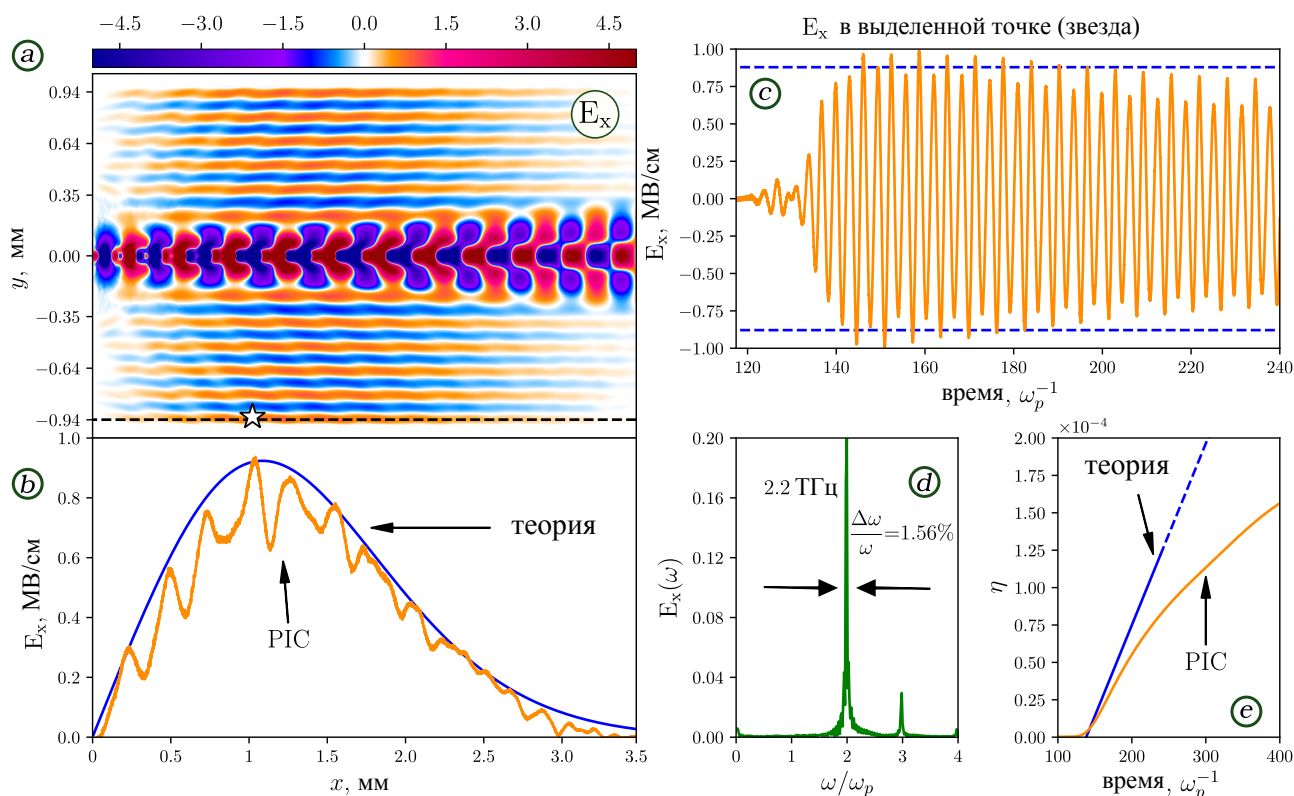


Рис. 5.4. Результаты PIC моделирования на пороге сильной нелинейности $a_{1,2} = 0.7$. Два 500 фс CO_2 лазера инжектируются слева и справа в однородный слой плазмы с плотностью $1.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. (а) Карта продольного электрического поля $E_x(x, y)$ в момент $\omega_p t = 177.5$. (б) Продольный профиль ТГц электрического поля, измеренный вдоль чёрной штриховой линии. (с) Эволюция поля излучения E_x в точке, помеченной белой звездой (штриховые линии показывают теоретически предсказанную амплитуду). (д) Частотный спектр излучения. (е) Зависимость от времени полной поглощённой в стенках энергии излучения, нормированной на полную энергию лазеров.

дой. Эта зависимость подтверждает узкополосный характер генерируемого излучения. Ширина его линии в частотном спектре определяется полным временем измерения и на полувысоте ограничивается величиной $\Delta f_R / f_R \approx 1.6\%$ (рис. 5.4(d)). Рисунок 5.4(с) демонстрирует также медленный спад амплитуды ТГц волны со временем, который становится ещё более заметным на временной зависимости полной излученной энергии, показанной на рисунке 5.4(е).

Наблюдаемое отклонение от предсказываемого теорией линейного роста объясняется диссипацией энергии, запасённой в доминирующих гармониках кильватерной волны. Кроме радиационных потерь (7%), эти гармоники передают свою энергию целому ряду неизлучающих сателлитов $(2\omega_p, \pm 2k)$ и $(0, \pm 2k)$. Действительно, колебания $(2\omega_p, \pm 2k)$, как и первичные кильватерные волны, не способны излучать напрямую, поскольку их фазы бегут с групповой скоростью лазерного импульса и не могут попасть в резонанс с вакуумными волнами, имеющими сверхсветовую продольную фазовую скорость. Только малая часть энергии, которая заключена в вынужденных колебаниях $(2\omega_p, \pm 2k)$, может конвертироваться в $3\omega_p$ -излучение за счёт нелинейного процесса третьего порядка

$$(2\omega_p, 2k) + (\omega_p, -k) \rightarrow (3\omega_p, k), \quad (5.20)$$

отвечающего за характерную модуляцию на профиле поля излучения, наблюдаемую на рисунке 5.4(b). Паразитная генерация $3\omega_p$ -излучения создаёт также дополнительный канал диссипации для полезных гармоник:

$$(2\omega_p, 0) + (\omega_p, k) \rightarrow (3\omega_p, k). \quad (5.21)$$

Что касается постоянного тока, связанного с модами $(0, \pm 2k)$, он способен производить только неизлучающие сателлиты с досветовыми фазовыми скоростями даже с учётом кубической нелинейности:

$$(0, 2k) + (\omega_p, k) \rightarrow (\omega_p, 3k), \quad (5.22)$$

$$(0, 2k) + (\omega_p, -k) \rightarrow (\omega_p, k). \quad (5.23)$$

Это объясняет, почему мы не наблюдаем в PIC расчётах ЭМ излучения вблизи основной гармоники ω_p . Очевидно, что диссипация кильватерных волн за счёт упомянутых процессов существенно снижается с уменьшением уровня нелинейности a_1 . Как видно из рисунка 5.5, в режиме возбуждения более слабых волн $a_1 = 0.4$ хорошее согласие с теорией наблюдается на гораздо более длительном промежутке времени. Заметим, что в отсутствие встречной волны, амплитуда

кильватерной волны не теряет энергию и остаётся постоянной в течение всего времени расчёта.

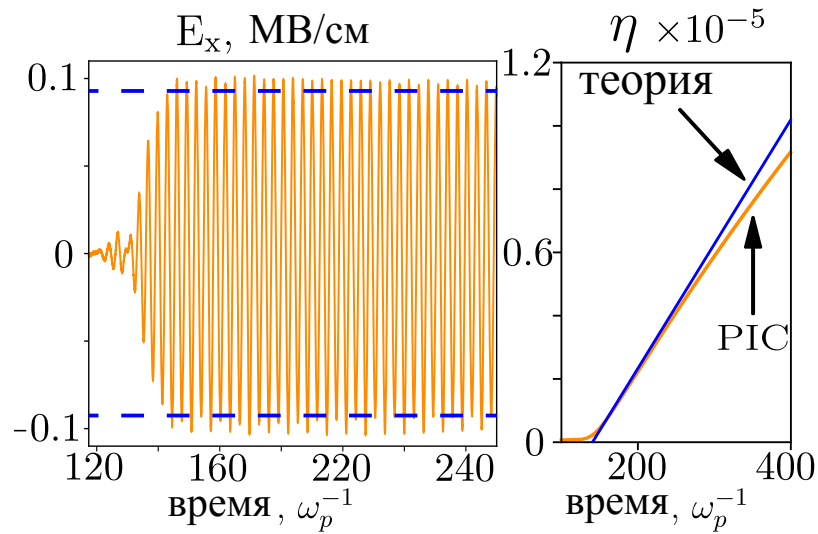


Рис. 5.5. Результаты PIC моделирования линейного режима $a_{1,2} = 0.4$.

5.5. Экспериментальная реализация

Для реализации наиболее эффективной генерирующей схемы 3 в эксперименте необходимо столкнуть два симметричных лазерных импульсах в однородной по плотности газовой мишени. Альтернативный путь создания встречных кильватерных волн заключается в отражении одиночного лазерного импульса от плазменного зеркала, расположенного в точке $x = 0$ (рис. 5.2). Аналогичная схема со столкновением мощных лазеров была недавно экспериментально реализована как метод инжекции электронного пучка в лазерный кильватерный ускоритель [170] и не представляет собой сложной технологической проблемы.

Для создания однородной плазмы, которая необходима в нашей схеме для поддержания долгоживущих плазменных волн и узкого частотного спектра, необходимо использовать однородные газы, такие как водород или гелий, которые могут быть полностью ионизованы интенсивными лазерными полями посредством надбарьерной ионизации. В таких газах неоднородности плот-

ности плазмы локализованы на периферии лазерного импульса и достаточно далеко отстоят от области возбуждения кильватерных волн. Поскольку создаваемая плазма прозрачна для излучения на удвоенной плазменной частоте, тонкая структура неоднородной плазменной границы не оказывает также и заметного влияния на выход генерируемых ЭМ волн из плазмы. Для создания газовой мишени с локально однородным распределением плотности можно использовать либо сверхзвуковые газовые струи, производимые соплом Лаваля в вакууме, либо специальные газовые ячейки [171], способные работать при низких плотностях [172].

Чтобы представить типичные масштабы возможных лабораторных экспериментов, рассмотрим генерацию ТГц волн 100 ТВт, 500 фс CO_2 лазером (рис. 5.6). После разделения на две равные части (25 Дж + 25 Дж) и фокусировки в вытянутое пятно с размерами 0.12 мм × 15 мм этот лазер может генерировать импульсы излучения с частотой 2.2 ТГц, электрическим полем 0.9 МВ/см, полной энергией 12 мДж и пиковой мощностью 0.84 ГВт с эффективностью $2.4 \cdot 10^{-4}$. Чтобы достичь узкой ширины спектральной линии излучения на уровне 1%, плотность газа должна быть однородной внутри излучающей области с типичными размерами 6 мм × 1 мм × 15 мм.

Таким образом, в работе предложена новая схема генерации узкополосного ($\sim 1\%$) перестраиваемого по частоте (0.4 – 40 ТГц) электромагнитного излучения в плазме встречными кильватерными полями. С помощью простой аналитической теории вычислены мощность, полная энергия и эффективность генерации ТГц излучения фемтосекундными лазерными пучками, фокусируемыми в круглые или плоские перетяжки. В плоском случае данные теоретические предсказания хорошо согласуются с результатами РС расчётов. Показано, что при использовании петаваттных лазеров предлагаемая генерирующая схема позволяет производить рекордные ГВт, мульти-мДж терагерцовые импульсы с эффективностью $> 10^{-4}$. Создание мощных ТГц источников, основанных на данном механизме излучения, откроет новые возможности как в фундамен-

тальных исследованиях по нелинейному контролю за отдельными степенями свободы материи, так и в многочисленных практических приложениях.

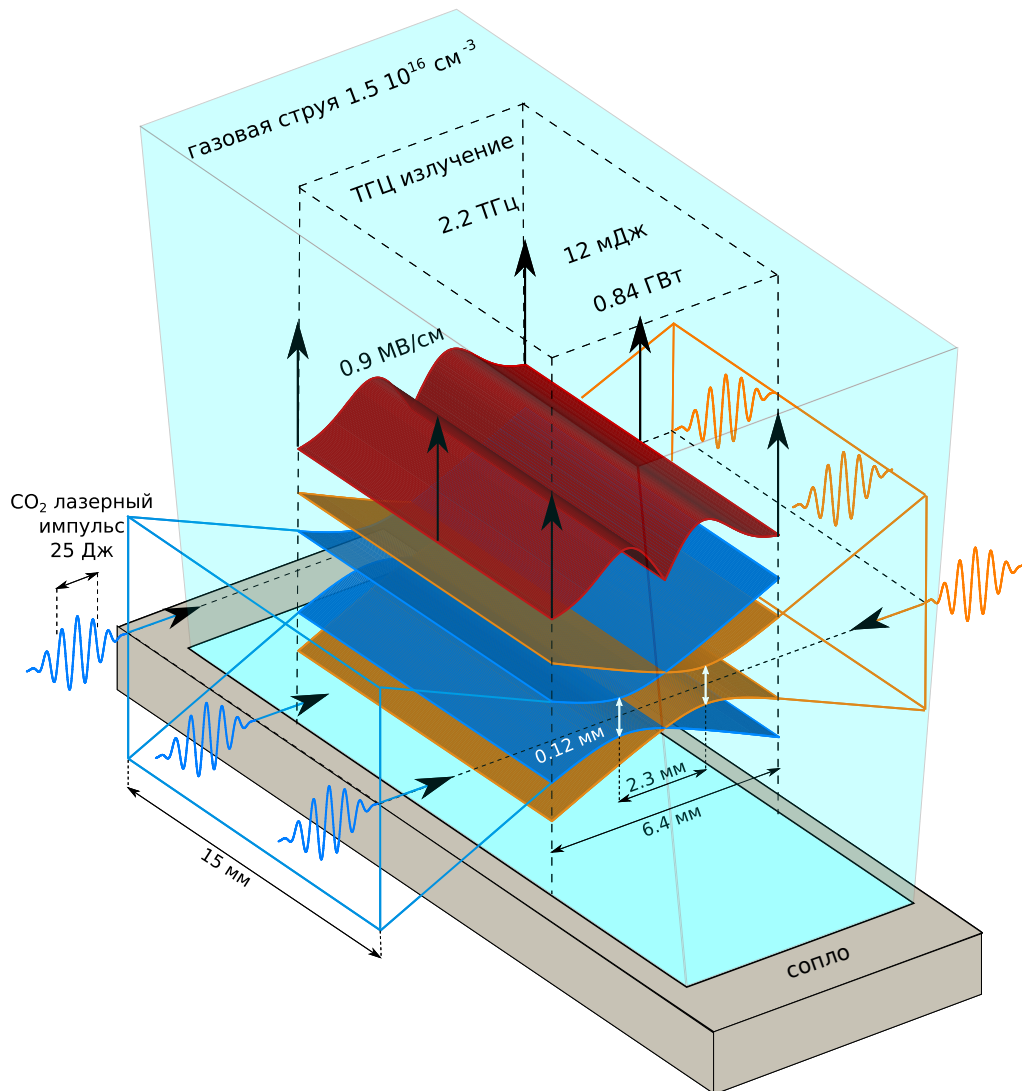


Рис. 5.6. Возможная схема ТГц источника на основе СО₂ лазера с энергией 50 Дж.

Заключение

Сформулируем основные результаты диссертационной работы, изложенные в публикациях [57—68].

1. Впервые решена задача вычисления инкремента неустойчивости горячего релятивистского электронного пучка в горячей замагниченной плазме в рамках наиболее общей линейной теории, основанной на релятивистском кинетическом уравнении Власова (задача Клеммоу-Догерти). Линейный анализ [61] всего спектра пучковой неустойчивости показал, что стабилизирующее влияние нерелятивистских тепловых разбросов плазменных электронов на доминирующую продольную неустойчивость релятивистского электронного пучка в замагниченной плазме существенно зависит от характера распределения этих электронов по импульсам. Рост электронной температуры плазмы при сохранении максвелловского характера распределения способен стабилизировать только косые неустойчивости, а появление медленно спадающего хвоста $f \propto p^{-5}$, характерного для лабораторных экспериментов на открытых ловушках, приводит к ослаблению неустойчивости во всём пространстве волновых чисел.
2. С помощью двумерного электромагнитного PIC кода проведено моделирование нелинейной стадии взаимодействия электронного пучка малой плотности с плазмой. Исследованы особенности формирования когерентных структур в фазовом пространстве пучка в условиях возбуждения широкого спектра колебаний, а также изучено влияние внешнего магнитного поля на сценарий их нелинейной эволюции. В изотропной плазме в условиях доминирования косых неустойчивостей обнаружен нелинейный механизм раскачки филаментационных возмущений, а также идентифицированы механизмы нарастания вторичных „side-band“ неустойчивостей, возникающих в системе после формирования квазистационарной нелинейной БГК волны. Показано, что в слабом магнитном поле поток

энергии из первоначально неустойчивых волн идет на возбуждение более коротковолновых преимущественно продольных колебаний верхнегибридной ветви, а в сильном поле на возбуждение вистлеров с косым распространением [58].

3. Установлено, что формирование в плазме интенсивного хвоста надтепловых электронов приводит к сужению спектра модуляционной неустойчивости ленгмюровской волны, но не влияет на инкремент и волновое число наиболее неустойчивого возмущения [60].
4. Предложена теоретическая модель, позволяющая вычислять мощность генерации ЭМ волн в окрестности удвоенной плазменной частоты за счёт процессов слияния верхнегибридных колебаний из длинноволновой области сильнотурбулентного спектра в режиме с постоянной мощностью пучковой накачки. Показано, что эта теория даёт правильные оценки для уровня мощности, ширины частотного спектра, поляризации и длительности всплеск суб-ТГц излучения, наблюдаемого в экспериментах на открытой ловушке ГОЛ-3 [57; 62]. В рамках этой же модели удаётся на качественном уровне объяснить наблюдаемый в этих экспериментах эффект изменения направления излучения с увеличением плотности плазмы [66].
5. Получены оценки максимально достижимой мощности генерации электромагнитного излучения вблизи второй гармоники плазменной частоты в турбулентной системе плазма-пучок. Показано, что плотность мощности терагерцового излучения в экспериментальных условиях установки ГОЛ-3 может достигать величины 1 МВт/см^3 [59].
6. Найдены параметры пучково-плазменной системы и соответствующая им ориентация макроскопического градиента плотности плазмы, при которых самые неустойчивые колебания системы удовлетворяют условию полной линейной конверсии в электромагнитную О-моду [64].
7. Проведено обобщение теории пучково-плазменной антенны на случай произвольного угла эмиссии и предсказана возможность эффективной

генерации ЭМ излучения в режиме, когда замагниченная плазма оказывается полностью прозрачной для ЭМ волн на плазменной частоте [65]. PIC моделирование непрерывной инжекции электронного пучка в предварительно модулированный по плотности плазменный канал показало, что наличие окон прозрачности позволяет достигать высокой эффективности генерации ТГц излучения на уровне 5-10% даже в относительно толстой плазме, поперечные размеры которой превышают длину волны излучения [67]. Благодаря возможности работы на малой глубине модуляции, обнаруженный режим представляется привлекательным для создания источника узкополосного ТГц излучения гигаваттного уровня мощности.

8. Обнаружен эффект усиления генерации ЭМ волн в системе со встречными электронными пучками. Показано, что выполнение условия трёхволнового взаимодействия для самых неустойчивых косых волн позволяет в 5 раз повысить эффективность излучения на удвоенной плазменной частоте по сравнению со случаем, когда в этих взаимодействиях могут участвовать не самые быстрые колебания системы [63].
9. Обнаружено, что нелинейное взаимодействие встречных кильватерных волн, возбуждаемых в плазме короткими лазерными импульсами, приводит к эффективной генерации электромагнитного излучения на второй гармонике плазменной частоты. С помощью аналитической теории и PIC моделирования показано, что это явление может быть привлекательным для генерации перестраиваемого по частоте (0.4 – 40 THz) терагерцового излучения с узкой шириной спектральной линии ($\sim 1\%$) и высокими значениями электрического поля ($\sim 10 \text{ MV/cm}$). Для существующих лазеров петаваттного уровня этот нелинейный процесс открывает путь к генерации ГВт, мульти-мДж импульсов, не доступных для других ныне известных генерирующих схем [68].

Пользуясь случаем, автор выражает глубокую признательность своим соавторам К.В.Лотову, А.В.Аржанникову, В.В.Анненкову, Е.П.Волчок, Е.А.Берендееву и Г.И.Дудниковой за совместную плодотворную работу, а также А.В.Бурдакову, И.А.Котельникову, В.В.Поступаеву, Л.Н.Вячеславу, И.А.Иванову и В.Ф.Склярову за полезные дискуссии.

Список литературы

1. *Reid H. A. S., Ratcliffe H.* A review of solar type III radio bursts // *Research in Astronomy and Astrophysics*. — 2014. — т. 14, № 7. — с. 773—804.
2. *Гинзбург В. Л., Железняков В. В.* О возможных механизмах спорадического радиоизлучения Солнца // *Астрономический журнал*. — 1958. — т. 35, № 5. — с. 694—712.
3. *Kampfrath T., Tanaka K., Nelson K. A.* Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients // *Nature Photonics*. — 2013. — т. 7, № 9. — с. 680—690.
4. Nonlinear spin control by terahertz-driven anisotropy fields / S. Baierl [и др.] // *Nature Photonics*. — 2016. — т. 10, № 11. — с. 715—718.
5. *Sell A., Leitenstorfer A., Huber R.* Phase-locked generation and field-resolved detection of widely tunable terahertz pulses with amplitudes exceeding 100 MV/cm. // *Optics letters*. — 2008. — т. 33, № 23. — с. 2767—2769.
6. Observation of Terahertz Emission from a Laser-Plasma Accelerated Electron Bunch Crossing a Plasma-Vacuum Boundary / W. P. Leemans [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2003. — т. 91, № 7. — с. 074802.
7. Intense terahertz pulses from SLAC electron beams using coherent transition radiation / Z. Wu [и др.] // *Review of Scientific Instruments*. — 2013. — т. 84, № 2. — с. 022701.
8. *Vinokurov N.* Free Electron Lasers as a High-power Terahertz Sources // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. — 2011. — т. 32, № 10. — с. 1123—1143.
9. Femtosecond-laser-driven wire-guided helical undulator for intense terahertz radiation / Y. Tian [и др.] // *Nature Photonics*. — 2017. — т. 11, № 4. — с. 242—246.

10. Plasma Undulator Based on Laser Excitation of Wakefields in a Plasma Channel / S. G. Rykovanov [и др.] // Physical Review Letters. — 2015. — т. 114, № 14. — с. 145003.
11. Generation of Intense Narrow-Band Tunable Terahertz Radiation from Highly Bunched Electron Pulse Train / H. Li [и др.] // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2016. — т. 37, № 7. — с. 649—657.
12. <http://www.ru.nl/felix/>.
13. Источники мощного терагерцевого излучения для спектроскопии и диагностики различных сред / М. Ю. Глявин [и др.] // УФН. — 2016. — т. 186, № 8. — с. 667.
14. Generation of narrowband, high-intensity, carrier-envelope phase-stable pulses tunable between 4 and 18THz / B. Liu [и др.] // Optics Letters. — 2017. — т. 42, № 1. — с. 129.
15. Efficient narrowband terahertz generation in cryogenically cooled periodically poled lithium niobate / S. Carbajo [и др.] // Optics Letters. — 2015. — т. 40, № 24. — с. 5762.
16. Multi-octave spectrally tunable strong-field Terahertz laser / C. Vicario [и др.] // Электронный препринт. — 2016. — arXiv: [1608.05319](https://arxiv.org/abs/1608.05319).
17. Emission of Electromagnetic Pulses from Laser Wakefields through Linear Mode Conversion / Z.-M. Sheng [и др.] // Physical Review Letters. — 2005. — т. 94, № 9. — с. 095003.
18. Tunable Circularly Polarized Terahertz Radiation from Magnetized Gas Plasma / W.-M. Wang [и др.] // Physical Review Letters. — 2015. — т. 114, № 25. — с. 253901.
19. Radiation from Cerenkov Wakes in a Magnetized Plasma / J. Yoshii [и др.] // Physical Review Letters. — 1997. — т. 79, № 21. — с. 4194—4197.
20. Experimental Observation of Radiation from Cerenkov Wakes in a Magnetized Plasma / N. Yugami [и др.] // Physical Review Letters. — 2002. — т. 89, № 6. — с. 065003.

21. Strong terahertz emission from electromagnetic diffusion near cutoff in plasma / M.-H. Cho [и др.] // *New Journal of Physics*. — 2015. — т. 17, № 4. — с. 43045.
22. *Pathak V. B., Dahiya D., Tripathi V. K.* Coherent terahertz radiation from interaction of electron beam with rippled density plasma // *Journal of Applied Physics*. — 2009. — т. 105, № 1. — с. 013315.
23. Прямое наблюдение аномально низкой продольной электронной теплопроводности во время коллективной релаксации сильнооточного релятивистского электронного пучка в плазме / А. В. Аржанников [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. — 2003. — т. 77, № 7. — с. 426—429.
24. Исследование механизма быстрого нагрева ионов в многопробочной ловушке ГОЛ-3 / А. В. Аржанников [и др.] // *Физика плазмы*. — 2005. — т. 31, № 6. — с. 506—520.
25. Subterahertz Emission at Strong REB-Plasma Interaction in Multimirror Trap GOL-3 / A. V. Arzhannikov [и др.] // *Fusion Science and Technology*. — 2011. — т. 59, 1Т. — с. 74—77.
26. Microwave Generation During 100 keV Electron Beam Relaxation in GOL-3 / A. V. Burdakov [и др.] // *Fusion Science and Technology*. — 2013. — т. 63, 1Т. — с. 286—288.
27. Temporal structure of double plasma frequency emission of thin beam-heated plasma / V. V. Postupaev [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2013. — т. 20, № 9. — с. 092304.
28. *Annenkov V. V., Timofeev I. V., Volchok E. P.* Particle-in-cell simulations of 100 keV electron beam interaction with a thin magnetized plasma // *AIP Conference Proceedings*. — 2016. — т. 1771. — с. 070011.
29. *Annenkov V. V., Timofeev I. V., Volchok E. P.* Simulations of electromagnetic emissions produced in a thin plasma by a continuously injected electron beam // *Physics of Plasmas*. — 2016. — т. 23, № 5. — с. 053101.

30. Observation of spectral composition and polarization of sub-terahertz emission from dense plasma during relativistic electron beam–plasma interaction / A. V. Arzhannikov [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2014. — т. 21, № 8. — с. 082106.
31. Dynamics and Spectral Composition of Subterahertz Emission From Plasma Column Due to Two-Stream Instability of Strong Relativistic Electron Beam / A. V. Arzhannikov [и др.] // *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. — 2016. — т. 6, № 2. — с. 245–252.
32. *Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д., Шевченко В. И.* К нелинейной теории взаимодействия с плазмой монохроматического пучка релятивистских электронов // *ЖЭТФ*. — 1969. — т. 57. — с. 966.
33. *Ковтун Р. И., Рухадзе А. А.* К теории нелинейного взаимодействия релятивистского электронного пучка малой плотности с плазмой // *ЖЭТФ*. — 1970. — т. 58. — с. 1709.
34. *Breizman V. N., Ryutov D. D.* Powerful relativistic electron beams in a plasma and in a vacuum (theory) // *Nuclear Fusion*. — 1974. — т. 14. — с. 873.
35. *Брейзман В. Н.* Коллективное взаимодействие релятивистских электронных пучков с плазмой // *Вопросы теории плазмы*. т. 15 / под ред. Б. Б. Кадомцева. — М. : Энергоатомиздат, 1986.
36. *Кручина Е. Н., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д.* Сильная ленгмюровская турбулентность как источник радиоизлучения // *Письма в ЖЭТФ*. — 1980. — т. 32, № 6. — с. 443–447.
37. *Grognard R. J.-M.* Numerical simulation of the weak turbulence excited by a beam of electrons in the interplanetary plasma // *Solar Physics*. — 1982. — т. 81, № 1. — с. 173–180.
38. *Goldman M.* Progress and problems in the theory of type III solar radio emission // *Solar Physics*. — 1983. — т. 89, № 2. — с. 403–442.

39. *Robinson P. A., Cairns I. H., Willes A. J.* Dynamics and efficiency of type III solar radio emission // *The Astrophysical Journal*. — 1994. — т. 422. — с. 870.
40. *Li B., Robinson P. A., Cairns I. H.* Numerical modeling of type III solar radio bursts in the inhomogeneous solar corona and interplanetary medium // *Physics of Plasmas*. — 2006. — т. 13, № 2006. — с. 92902.
41. *Цытович В. Н.* Теория турбулентной плазмы. — М. : Атомиздат, 1971.
42. *Кингсен А. С.* Сильная ленгмюровская турбулентность и турбулентный нагрев плазмы // *Итоги науки и техники: Физика плазмы*. т. 4. — М. : ВИНТИ, 1983. — с. 48.
43. *Захаров В. Е.* Коллапс и самофокусировка ленгмюровских волн // *Основы физики плазмы*. т. 2 / под ред. А. А. Галеева, Р. Н. Судана. — М. : Атомиздат, 1984. — с. 79.
44. *Шапиро В. Д., Шевченко В. И.* Сильная турбулентность плазменных колебаний // *Основы физики плазмы*. т. 2 / под ред. А. А. Галеева, Р. Н. Судана. — М. : Атомиздат, 1984. — с. 119.
45. *Сигов Ю. С., Левченко В. Д.* Когерентные явления при релаксации размытых электронных пучков в открытых плазменных системах // *Физика плазмы*. — 1997. — т. 23. — с. 325.
46. *Goldman M. V., Newman D. L., Oppenheim M. M.* New Insights Into How Beam-Excited Instabilities Saturate // *Physica Scripta*. — 1998. — т. T75, № 1. — с. 52.
47. Theory and Simulations of Electron Beam-Driven Localized Wave Structures / M. V. Goldman [и др.] // *Physica Scripta*. — 2000. — т. T84, № 1. — с. 34.
48. *Сигов Ю. С.* Вычислительный эксперимент: мост между прошлым и будущим физики плазмы. Избранные труды / под ред. Г. И. Змиевской, В. Д. Левченко. — М. : Физматлит, 2001.

49. *Timofeev I. V., Lotov K. V.* Relaxation of a relativistic electron beam in plasma in the trapping regime // *Physics of Plasmas*. — 2006. — т. 13, № 6. — с. 62312.
50. *Timofeev I. V., Terekhov A. V.* Simulations of turbulent plasma heating by powerful electron beams // *Physics of Plasmas*. — 2010. — т. 17, № 8. — с. 83111.
51. *Bret A., Gremillet L., Dieckmann M. E.* Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime // *Physics of Plasmas*. — 2010. — т. 17, № 12. — с. 120501.
52. Ленгмюровская турбулентность и диссипация высокочастотной энергии / А. А. Галеев [и др.] // *ЖЭТФ*. — 1977. — т. 46, № 4. — с. 711.
53. Critical problems in the theory of strong Langmuir turbulence - A comparison of analytical and numerical models / L. M. Degtyarev [и др.] // *Sov. Phys. JETP*. — 1989. — т. 68. — с. 975.
54. MM-wave emission by magnetized plasma during sub-relativistic electron beam relaxation / I. A. Ivanov [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2015. — т. 22, № 12. — с. 122302.
55. *Annenkov V. V., Volchok E. P., Timofeev I. V.* Generation of high-power electromagnetic radiation by a beam-driven plasma antenna // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 2016. — т. 58, № 4. — с. 045009.
56. *Горбунов Л. М., Фролов А. А.* Об излучении на удвоенной плазменной частоте из области взаимодействия двух коротких лазерных импульсов в разреженной плазме // *ЖЭТФ*. — 2004. — т. 125, № 3. — с. 598.
57. *Timofeev I. V.* Second harmonic electromagnetic emission of a turbulent magnetized plasma driven by a powerful electron beam // *Physics of Plasmas*. — 2012. — т. 19, № 4. — с. 044501.
58. *Timofeev I. V.* Two-dimensional simulations of nonlinear beam-plasma interaction in isotropic and magnetized plasmas // *Physics of Plasmas*. — 2012. — т. 19, № 4. — с. 042108.

59. *Arzhannikov A. V., Timofeev I. V.* Generation of powerful terahertz emission in a beam-driven strong plasma turbulence // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 2012. — т. 54, № 10. — с. 105004.
60. *Timofeev I. V.* Modulational instability of a Langmuir wave in plasmas with energetic tails of superthermal electrons // *Physics of Plasmas*. — 2013. — т. 20, № 1. — с. 012115.
61. *Timofeev I. V., Annenkov V. V.* Exact kinetic theory for the instability of an electron beam in a hot magnetized plasma // *Physics of Plasmas*. — 2013. — т. 20, № 9. — с. 092123.
62. Generation of high-power sub-THz waves in magnetized turbulent electron beam plasmas / М. К. А. Thumm [и др.] // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. — 2014. — т. 35, № 1. — с. 81—90.
63. *Timofeev I. V., Annenkov V. V.* Efficient regime of electromagnetic emission in a plasma with counterstreaming electron beams // *Physics of Plasmas*. — 2014. — т. 21, № 8. — с. 083109.
64. *Timofeev I. V., Annenkov V. V., Arzhannikov A. V.* Regimes of enhanced electromagnetic emission in beam-plasma interactions // *Physics of Plasmas*. — 2015. — т. 22, № 11. — с. 113109.
65. *Timofeev I. V., Volchok E. P., Annenkov V. V.* Theory of a beam-driven plasma antenna // *Physics of Plasmas*. — 2016. — т. 23, № 8. — с. 083119.
66. *Аржанников А. В., Тимофеев И. В.* Интенсивное пучково-плазменное взаимодействие как источник субмиллиметрового излучения // *Вестник НГУ, Серия "Физика"*. — 2016. — т. 11. — с. 78.
67. *Timofeev I. V., Berendeev E. A., Dudnikova G. I.* Simulations of a beam-driven plasma antenna in the regime of plasma transparency // *Physics of Plasmas*. — 2017. — т. 24, № 9. — с. 093114.
68. *Timofeev I. V., Annenkov V. V., Volchok E. P.* Generation of high-field narrowband terahertz radiation by counterpropagating plasma wakefields // *Physics of Plasmas*. — 2017. — т. 24, № 10. — с. 103106.

69. *Piran T.* The physics of gamma-ray bursts // *Reviews of Modern Physics.* — 2005. — т. 76, № 4. — с. 1143—1210.
70. *Blandford R., Eichler D.* Particle acceleration at astrophysical shocks: a theory of cosmic ray origin // *Physics Reports.* — 1987. — т. 154, № 1. — с. 1—75.
71. *Gurnett D. A., Anderson R. R.* Electron Plasma Oscillations Associated with Type III Radio Bursts. // *Science (New York, N.Y.)* — 1976. — т. 194. — с. 1159—1162.
72. Concept of Fusion Reactor Based on Multiple-Mirror Trap / A. V. Burdakov [и др.] // *Fusion Science and Technology.* — 2011. — т. 59, 1Т. — с. 9—16.
73. Ignition and high gain with ultrapowerful lasers / М. Tabak [и др.] // *Physics of Plasmas.* — 1994. — т. 1, № 5. — с. 1626.
74. *Галеев А. А., Сагдеев Р. З.* Нелинейная теория плазмы // *Вопросы теории плазмы.* т. 7 / под ред. М. А. Леонтовича. — Атомиздат, 1973. — с. 53.
75. *Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.* О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой // *ДАН СССР.* — 1949. — т. 69. — с. 555.
76. *Bohm D., Gross E. P.* Theory of plasma oscillations. В. Excitation and damping of oscillations // *Physical Review.* — 1949. — т. 75, № 12. — с. 1864.
77. *Tautz R. C., Schlickeiser R., Schlickeiser R.* Counterstreaming magnetized plasmas. I. Parallel wave propagation. // *Phys. Plasmas.* — 2005. — т. 12. — с. 122901.
78. *Tautz R. C., Schlickeiser R.* Counterstreaming magnetized plasmas. II. Perpendicular wave propagation // *Physics of Plasmas.* — 2006. — т. 13, № 6. — с. 62901.
79. Exact Relativistic Kinetic Theory of an Electron-Beam-Plasma System: Hierarchy of the Competing Modes in the System-Parameter Space / A. Bret [и др.] // *Physical Review Letters.* — 2008. — т. 100, № 20. — с. 205008.

80. *Bret A., Gremillet L., Bénisti D.* Exact relativistic kinetic theory of the full unstable spectrum of an electron-beam–plasma system with Maxwell-Jüttner distribution functions // *Physical Review E.* — 2010. — т. 81, № 3. — с. 036402.
81. *Godfrey B. B., Shanahan W. R., Thode L. E.* Linear theory of a cold relativistic beam propagating along an external magnetic field // *The Physics of Fluids.* — 1975. — т. 18, № 3. — с. 346.
82. *Bret A., Dieckmann M. E., Deutsch C.* Oblique electromagnetic instabilities for a hot relativistic beam interacting with a hot and magnetized plasma // *Physics of Plasmas.* — 2006. — т. 13, № 8. — с. 082109.
83. *Clemmow P. C., Dougherty J. P.* *Electrodynamics of particles and plasmas.* — Reading, MA : Addison-Wesley, 1990. — с. 335.
84. *Timofeev I. V., Lotov K. V., Terekhov A. V.* Direct computation of the growth rate for the instability of a warm relativistic electron beam in a cold magnetized plasma // *Physics of Plasmas.* — 2009. — т. 16, № 6. — с. 063101.
85. *Novosibirsk Project of Gas-Dynamic Multiple-Mirror Trap / A. Beklemishev [и др.]* // *Fusion Science and Technology.* — 2013. — т. 63, 1T. — с. 46–51.
86. *Lerche I.* Transverse Waves in a Relativistic Plasma // *Physics of Fluids.* — 1966. — т. 9, № 6. — с. 1073.
87. *Newberger B. S.* New sum rule for products of Bessel functions with application to plasma physics // *Journal of Mathematical Physics.* — 1982. — т. 23, № 7. — с. 1278.
88. *Qin H., Phillips C. K., Davidson R. C.* A new derivation of the plasma susceptibility tensor for a hot magnetized plasma without infinite sums of products of Bessel functions // *Physics of Plasmas.* — 2007. — т. 14, № 9. — с. 92103.
89. *Schlickeiser R.* General properties of small-amplitude fluctuations in magnetized and unmagnetized collision poor plasmas. I. The dielectric tensor // *Physics of Plasmas.* — 2010. — т. 17, № 11. — с. 112105.

90. *Tautz R. C., Lerche I.* Relativistic plasmas in uniform magnetic fields. I. General off-axis coupling methods // *Journal of Mathematical Physics.* — 2012. — т. 53, № 8. — с. 83302.
91. Hot electron target interaction experiments at the GOL-3 facility / V. T. Astrelin [и др.] // *Nuclear Fusion.* — 1997. — т. 37, № 11. — с. 1541—1558.
92. *Терехов А. В., Тимофеев И. В., Лотов К. В.* Двумерная численная модель плазмы для изучения процессов пучково-плазменного взаимодействия // *Вестник НГУ, Серия "Физика".* — 2010. — т. 5, № 2. — с. 85—97.
93. *Тимофеев И. В.* Нелинейная динамика мощного электронного пучка в процессе развития плазменной турбулентности : дис... канд. физ.-мат. наук: 01.04.08 / Тимофеев Игорь Валериевич. — Новосибирск : ИЯФ СО РАН, 2010.
94. Evolution of a relativistic electron beam–plasma return current system / X. Kong [и др.] // *Physics of Plasmas.* — 2009. — т. 16, № 3. — с. 32107.
95. Linear and nonlinear development of oblique beam-plasma instabilities in the relativistic kinetic regime / L. Gremillet [и др.] // *Physics of Plasmas.* — 2007. — т. 14, № 4. — с. 040704.
96. *Frederiksen J. T., Dieckmann M. E.* Electromagnetic turbulence driven by the mixed mode instability // *Physics of Plasmas.* — 2008. — т. 15, № 9. — с. 94503.
97. Three-dimensional filamentary structures of a relativistic electron beam in fast ignition plasmas / A. Karmakar [и др.] // *Physics of Plasmas.* — 2008. — т. 15. — с. 120702.
98. Detailed particle-in-cell simulations on the transport of a relativistic electron beam in plasmas / A. Karmakar [и др.] // *Physical Review E.* — 2009. — т. 80, № 1. — с. 016401.

99. *Oppenheim M. M., Newman D. L., Goldman M. V.* Evolution of Electron Phase-Space Holes in a 2D Magnetized Plasma // Physical Review Letters. — 1999. — т. 83, № 12. — с. 2344—2347.
100. Transverse instability of magnetized electron holes / L. Muschietti [и др.] // Physical Review Letters. — 2000. — т. 85, № 1. — с. 94—97.
101. Dynamics and Instability of Electron Phase-Space Tubes / D. L. Newman [и др.] // Physical Review Letters. — 2001. — т. 86, № 7. — с. 1239—1242.
102. *Singh N., Loo S. M., Wells E.* Electron hole structure and its stability depending on plasma magnetization // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2001. — т. 106, A10. — с. 21183—21198.
103. Nonlinear evolution of the electron two-stream instability: Two-dimensional particle simulations / T. Umeda [и др.] // Journal of Geophysical Research. — 2006. — т. 111, A10. — A10206.
104. *Umeda T.* Generation of low-frequency electrostatic and electromagnetic waves as nonlinear consequences of beam–plasma interactions // Physics of Plasmas. — 2008. — т. 15, № 6. — с. 064502.
105. *Kruer W. L., Dawson J., Sudan R.* Trapped-Particle Instability // Physical Review Letters. — 1969. — т. 23, № 15. — с. 838—841.
106. *Goldman M. V.* Theory of Stability of Large Periodic Plasma Waves // Physics of Fluids. — 1970. — т. 13, № 5. — с. 1281.
107. *Robinson P. A., Newman D. L.* Two-component model of strong Langmuir turbulence: Scalings, spectra, and statistics of Langmuir waves // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1990. — т. 2, № 12. — с. 2999—3016.
108. *Pierrard V., Lazar M.* Kappa Distributions: Theory and Applications in Space Plasmas // Solar Physics. — 2010. — т. 267, № 1. — с. 153—174.
109. *Yoon P. H.* Electron kappa distribution and steady-state Langmuir turbulence // Physics of Plasmas. — 2012. — т. 19, № 5. — с. 052301.

110. *Podesta J. J.* Landau damping in relativistic plasmas with power-law distributions and applications to solar wind electrons // *Physics of Plasmas*. — 2008. — т. 15, № 12. — с. 122902.
111. *Liu X. L., Liu S. Q., Li X. Q.* Relativistically modulational instability by strong Langmuir waves // *Physics of Plasmas*. — 2012. — т. 19, № 9. — с. 092101.
112. *Liu S. Q., Chen H.* Strong Langmuir turbulence in Кappa distributed plasmas // *Physics of Plasmas*. — 2012. — т. 19, № 1. — с. 012303.
113. *Хакимов Ф. К., Цытович В. Н.* Нелинейная стабилизация модуляционной неустойчивости. // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1976. — т. 70. — с. 1785.
114. Dynamics of a beam of hot electrons propagating through a plasma in the presence of nonthermal electrons / *H. Khalilpour [и др.]* // *Physics of Plasmas*. — 2009. — т. 16, № 7. — с. 072901.
115. *Gurnett D. A., Shawhan S. D., Shaw R. R.* Auroral hiss, Z Mode Radiation, and Auroral Kilometric Radiation in the Polar Magnetosphere: DE 1 Observations // *J. Geophys. Res.* — 1983. — т. 88. — с. 329—340.
116. *Cairns I. H., Menietti J. D.* Stochastic growth of waves over Earth's polar cap // *Journal of Geophysical Research*. — 2001. — т. 106, A12. — с. 29515.
117. Collective Microwave Emission from Intense Electron-Beam Interactions: Theory and Experiment / *G. Benford [и др.]* // *Physical Review Letters*. — 1980. — т. 45, № 14. — с. 1182—1185.
118. Simultaneous Observation of Caviton Formation, Spiky Turbulence, and Electromagnetic Radiation / *P. Y. Cheung [и др.]* // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — т. 48, № 19. — с. 1348.
119. *Hopman H., Janssen G.* Scattering of Relativistic Electrons on Electric Field Concentrations in a Turbulent Plasma // *Physical Review Letters*. — 1984. — т. 52, № 18. — с. 1613—1616.

120. Diagnosis of Strong Beam-Plasma Turbulence Conditions from Electromagnetic Emission / A. B.-a. Baranga [и др.] // *Physical Review Letters*. — 1985. — т. 54, № 13. — с. 1377—1380.
121. *Willes A. J., Robinson P. A., Melrose D. B.* Second harmonic electromagnetic emission via Langmuir wave coalescence // *Physics of Plasmas*. — 1996. — т. 3, № 1. — с. 149.
122. Second harmonic electromagnetic emission via beam-driven Langmuir waves / B. Li [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2005. — т. 12, № 1. — с. 012103.
123. *Goldman M. V.* Strong turbulence of plasma waves // *Reviews of Modern Physics*. — 1984. — т. 56, № 4. — с. 709—735.
124. *Freund H. P., Papadopoulos K.* Spontaneous emission of radiation from localized Langmuir perturbation // *Physics of Fluids*. — 1980. — т. 23, № 4. — с. 732.
125. *Freund H. P., Papadopoulos K.* Radiation from a localized Langmuir oscillation in a uniformly magnetized plasma // *Physics of Fluids*. — 1980. — т. 23, № 8. — с. 1546.
126. *Akimoto K., Rowland H. L., Papadopoulos K.* Electromagnetic radiation from strong Langmuir turbulence // *Physics of Fluids*. — 1988. — т. 31, № 8. — с. 2185.
127. Harmonic Langmuir waves. I. Nonlinear dispersion relation / P. H. Yoon [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2003. — т. 10, № 2. — с. 364.
128. *Robinson P. A.* Nonlinear wave collapse and strong turbulence // *Reviews of Modern Physics*. — 1997. — т. 69, № 2. — с. 507—574.
129. Влияние звуковой турбулентности на коллапс ленгмюровских волн / А. А. Галеев [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. — 1976. — т. 24, № 1. — с. 25—29.
130. *Main W., Benford G.* A model of strong beam-plasma turbulence // *Physics of Fluids B: Plasma Physics*. — 1989. — т. 1, № 12. — с. 2479.
131. *Willes A. J., Melrose D. B.* The polarisation of second harmonic coronal type III bursts // *Solar Physics*. — 1997. — т. 171, № 2. — с. 393—418.

132. *Кузнецов А. А.* О генерации солнечных микроволновых всплесков на второй гармонике плазменной частоты // Физика плазмы. — 2007. — т. 33. — с. 534—546.
133. *Whelan D. A., Stenzel R. L.* Electromagnetic-wave excitation in a large laboratory beam-plasma system // Physical Review Letters. — 1981. — т. 47, № 2. — с. 95.
134. *Pritchett P. L., Dawson J. M.* Electromagnetic radiation from beam-plasma instabilities // Phys. Fluids. — 1983. — т. 26. — с. 1114.
135. *Yoon P. H., Wu C. S.* Plasma emission via a beam instability with density modulation // Physics of Plasmas. — 1994. — т. 1. — с. 76—89.
136. Terahertz radiation from laser accelerated electron bunches / W. P. Leemans [и др.] // Physics of Plasmas. — 2004. — т. 11, № 5. — с. 2899—2906.
137. Terahertz electron cyclotron maser interactions with an axis-encircling electron beam / G. D. Li [и др.] // Physics of Plasmas. — 2015. — т. 22, № 4. — с. 043109.
138. *Burdakov A. V., Ivanov A. A., Kruglyakov E. P.* Modern magnetic mirrors and their fusion prospects // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2010. — т. 52, № 12. — с. 124026.
139. Plasma Heating and Confinement in GOL-3 Multi Mirror Trap / A. Burdakov [и др.] // Fusion Science and Technology. — 2007. — т. 51, 2Т. — с. 106—111.
140. *Timofeev A. V.* Electromagnetic waves in a magnetized plasma near the critical surface // Physics-Uspekhi. — 2004. — т. 47, № 6. — с. 555—582.
141. Observation of Gigawatt-Class THz Pulses from a Compact Laser-Driven Particle Accelerator / A. Gopal [и др.] // Physical Review Letters. — 2013. — т. 111, № 7. — с. 074802.
142. Generation of strong terahertz fields exceeding 8 MV/cm at 1kHz and real-time beam profiling / T. I. Oh [и др.] // Applied Physics Letters. — 2014. — т. 105, № 4. — с. 041103.

143. Terahertz semiconductor-heterostructure laser / R. Köhler [и др.] // Nature. — 2002. — т. 417, № 6885. — с. 156—159.
144. *Kim E. H., Cairns I. H., Robinson P. A.* Extraordinary-mode radiation produced by linear-mode conversion of Langmuir waves // Physical Review Letters. — 2007. — т. 99. — с. 015003.
145. *Tsiklauri D.* An alternative to the plasma emission model: Particle-in-cell, self-consistent electromagnetic wave emission simulations of solar type III radio bursts // Physics of Plasmas. — 2011. — т. 18, № 5. — с. 052903.
146. *Yoon P. H.* Plasma emission by a nonlinear beam instability // Physics of Plasmas. — 1995. — т. 2. — с. 537.
147. *Malaspina D. M., Cairns I. H., Ergun R. E.* Antenna radiation near the local plasma frequency by Langmuir wave eigenmodes // The Astrophysical Journal. — 2012. — т. 755, № 1. — с. 45.
148. *Esirkepov T.* Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor // Computer Physics Communications. — 2001. — т. 135, № 2. — с. 144—153.
149. *Mur G.* Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. — 1981. — т. EMC—23, № 4. — с. 377—382.
150. Observation of Electromagnetic Radiation at $2\omega_p$ Generated by Beam-Plasma Interactions / P. Leung [и др.] // Physics of Auroral Arc Formation / под ред. Akasofu, S.-I. and Kan, J. R. — Washington : American Geophysical Union, 1981. — с. 387—392.
151. *Intrator T., Hershkowitz N., Chan C.* Experimental observations of nonlinearly enhanced $2\omega_{UH}$ electromagnetic radiation excited by steady-state colliding electron beams // Physics of Fluids. — 1984. — т. 27, № 2. — с. 527.

152. Microwave/millimeter-wave generation in a counterstreaming-beam-plasma system / R. W. Schumacher [и др.] // Journal of Applied Physics. — 1993. — т. 74, № 5. — с. 3057.
153. Nonlinear wave interactions as emission process of type II radio bursts / U. Ganse [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2012. — т. 751, № 2. — с. 145.
154. Fundamental and harmonic plasma emission in different plasma environments / U. Ganse [и др.] // Astronomy & Astrophysics. — 2014. — т. 564. — A15.
155. High conversion efficiency, high energy terahertz pulses by optical rectification in cryogenically cooled lithium niobate / S.-W. Huang [и др.] // Optics Letters. — 2013. — т. 38, № 5. — с. 796—798.
156. *Vicario C., Monoszlai B., Hauri C. P.* GV / m Single-Cycle Terahertz Fields from a Laser-Driven Large-Size Partitioned Organic Crystal // Physical Review Letters. — 2014. — т. 112, № 21. — с. 213901.
157. Demonstration of Coherent Terahertz Transition Radiation from Relativistic Laser-Solid Interactions / G.-Q. Liao [и др.] // Physical Review Letters. — 2016. — т. 116, № 20. — с. 205003.
158. Terahertz radiation in laser-induced charge separation in the irradiated plasma target / A. S. Kuratov [и др.] // Quantum Electronics. — 2016. — т. 46, № 11. — с. 1023—1030.
159. Enhancement of terahertz radiation by using circularly polarized two-color laser fields / C. Meng [и др.] // Applied Physics Letters. — 2016. — т. 109, № 13. — с. 131105.
160. *Chen Z.-Y., Pukhov A.* High field terahertz emission from relativistic laser-driven plasma wakefields // Physics of Plasmas. — 2015. — т. 22, № 10. — с. 103105.
161. Ultrabroad Terahertz Spectrum Generation from an Air-Based Filament Plasma / V. A. Andreeva [и др.] // Physical Review Letters. — 2016. — т. 116, № 6. — с. 063902.

162. Enhancing the energy of terahertz radiation from plasma produced by intense femtosecond laser pulses / F. Jahangiri [и др.] // Applied Physics Letters. — 2013. — т. 102, № 19. — с. 191106.
163. An ultracompact X-ray source based on a laser-plasma undulator / I. Andriyash [и др.] // Nature Communications. — 2014. — т. 5. — с. 4736.
164. Tunable Few-Cycle and Multicycle Coherent Terahertz Radiation from Relativistic Electrons / Y. Shen [и др.] // Physical Review Letters. — 2011. — т. 107, № 20. — с. 204801.
165. High-Field High-Repetition-Rate Sources for the Coherent THz Control of Matter / B. Green [и др.] // Scientific Reports. — 2016. — т. 6, № 1. — с. 22256.
166. *Kitaeva G. K., Penin A. N., Tuchak A. N.* Generation and detection of terahertz radiation by means of periodically and aperiodically poled crystals // Optics and Spectroscopy. — 2009. — т. 107, № 4. — с. 521—528.
167. *Pogorelsky I. V., Polyanskiy M. N., Kimura W. D.* Mid-infrared lasers for energy frontier plasma accelerators // Physical Review Accelerators and Beams. — 2016. — т. 19, № 9. — с. 091001.
168. Demonstration of a 11 petawatt laser based on a hybrid optical parametric chirped pulse amplification/mixed Nd:glass amplifier / E. W. Gaul [и др.] // Applied Optics. — 2010. — т. 49, № 9. — с. 1676.
169. High-energy large-aperture Ti:sapphire amplifier for 5 PW laser pulses / Y. Chu [и др.] // Optics Letters. — 2015. — т. 40, № 21. — с. 5011.
170. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses / J. Faure [и др.] // Nature. — 2006. — т. 444, № 7120. — с. 737—739.
171. Generation of Stable, Low-Divergence Electron Beams by Laser-Wakefield Acceleration in a Steady-State-Flow Gas Cell / J. Osterhoff [и др.] // Physical Review Letters. — 2008. — т. 101, № 8. — с. 085002.

172. Path to AWAKE: Evolution of the concept / A. Caldwell [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — т. 829. — с. 3—16.