Поперечный электронный перенос в турбулентном режиме ГОЛ-3

А.Д. Беклемишев

ИЯФ СО РАН

11 декабря 2007г.

Постановка задачи

Э.П.Кругляков, май 2007г.:

- Экспериментально обнаружено уменьшение проводимости и продольной электронной теплопроводности в ГОЛ-3 в $\sim 10^3$ раз в режиме с инжекцией электронного пучка;
- Это результат уменьшения эффективной длины свободного пробега, $\Rightarrow$ должен вырасти поперечный перенос; Как его оценить?

Коэффициенты поперечного переноса определяют, насколько тонкой можно сделать трубу и минимальную мощность установки.

План

- Модель с отражениями от “каверн”
- Поперечная и продольная теплопроводность
- Оптимизация теплового потока
- Надбарьерные электроны
- Резонансная модель
- Выводы
- Контрольные эксперименты

Адиабатическая модель

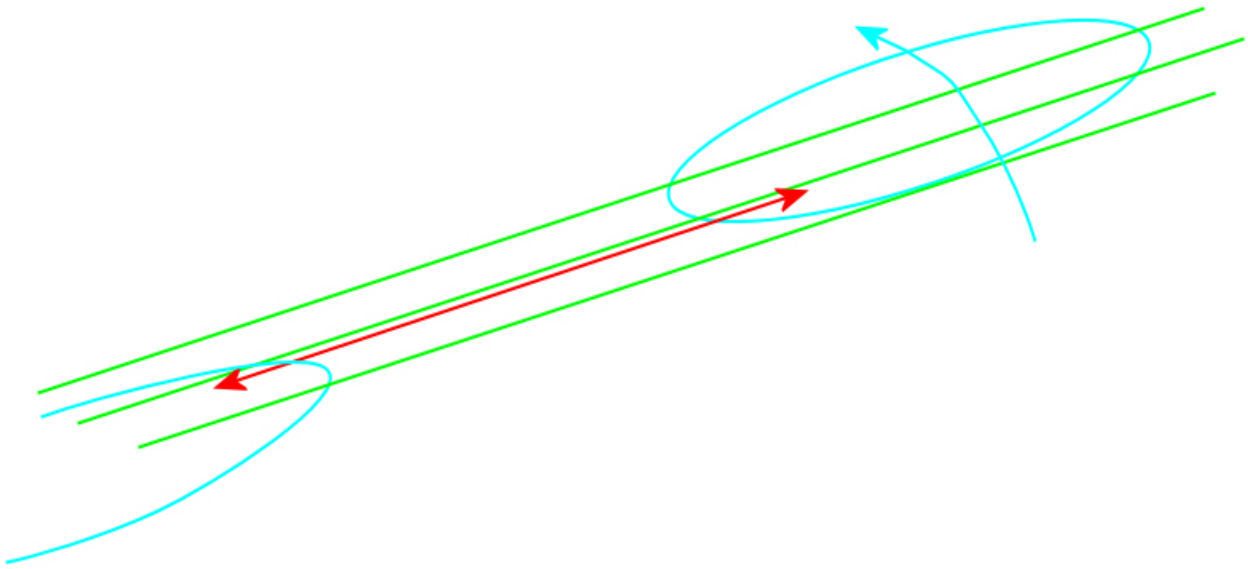
Пучок возбуждает плазменные колебания с $\omega_p/k = c$, т.е., не резонансные с тепловыми электронами. Поэтому считаем, что

- тепловые электроны взаимодействуют не непосредственно с плазменными колебаниями, а через низкочастотного посредника - потенциалы Миллера, каверны, волновые пакеты...; далее - "каверны";
- взаимодействие адиабатическое и по циклотронной частоте, меняется только продольная скорость;
- Характерные размеры "каверн"- $\lambda_\perp \sim 0.1\text{mm} \sim \rho_i$, $\lambda_\parallel \sim 1\text{mm} \sim 10(c/\omega_p)$ [А.В.Бурдаков];
- Время жизни "каверны" больше времени её пролёта, $\tau_\varphi > \lambda_\parallel/v_\parallel$.

Модель - “каверна” с отражением

- В плазме существуют “каверны” большой амплитуды (но редко появляющиеся в окне диагностики); взаимодействие сильное, в виде смены знака продольной скорости;
- амплитуда велика по сравнению с температурой, $e\hat{\varphi} > T_e$;
- следовательно, доля объёма под "кавернами"в каждый момент времени мала, но растёт с уровнем турбулентности, $N \ll 1$, $N \propto W/nT$.

Мгновенная ловушка



Длина свободного пробега до отражения (при $m_e v_\parallel^2 < 2e\hat{\varphi}$)

$$l_\varphi \sim \frac{1}{\pi \lambda_\perp^2 n_\varphi} = \frac{\lambda_\parallel}{N}.$$

Подавление продольной теплопроводности

Если каверны не исчезают за время пролёта между ними ($\tau_\varphi \gg l_\varphi / v_\parallel$) то

$$D_\parallel^0 = \frac{l_\varphi^2}{\tau_\varphi} = \frac{1}{\pi^2 \lambda_\perp^4 n_\varphi^2 \tau_\varphi} = \frac{\lambda_\parallel^2}{N^2 \tau_\varphi}.$$

А если время их жизни мало, то

$$D_\parallel^1 = l_\varphi v_T = \frac{\lambda_\parallel v_{Te}}{N}.$$

Однако есть ещё и дрейф самих электронов...

Поперечный дрейф

Время взаимодействия (отражения) можно оценить как

$$t_e = \frac{m_e v_\parallel}{e\hat{\varphi}}\lambda_\parallel, \quad t_e \ll \tau_\varphi,$$

Скорость дрейфа в поле каверны

$$v_E = c\frac{\hat{\varphi}}{\lambda_\perp B},$$

тогда смещение за одно столкновение составит

$$\delta \sim v_E t_e = c\frac{\hat{\varphi}}{\lambda_\perp B}\frac{m_e v_\parallel}{e\hat{\varphi}}\lambda_\parallel = \frac{v_\parallel \lambda_\parallel}{\omega_{ce}\lambda_\perp} \sim \rho_e \frac{\lambda_\parallel}{\lambda_\perp}.$$

Поперечное смещение

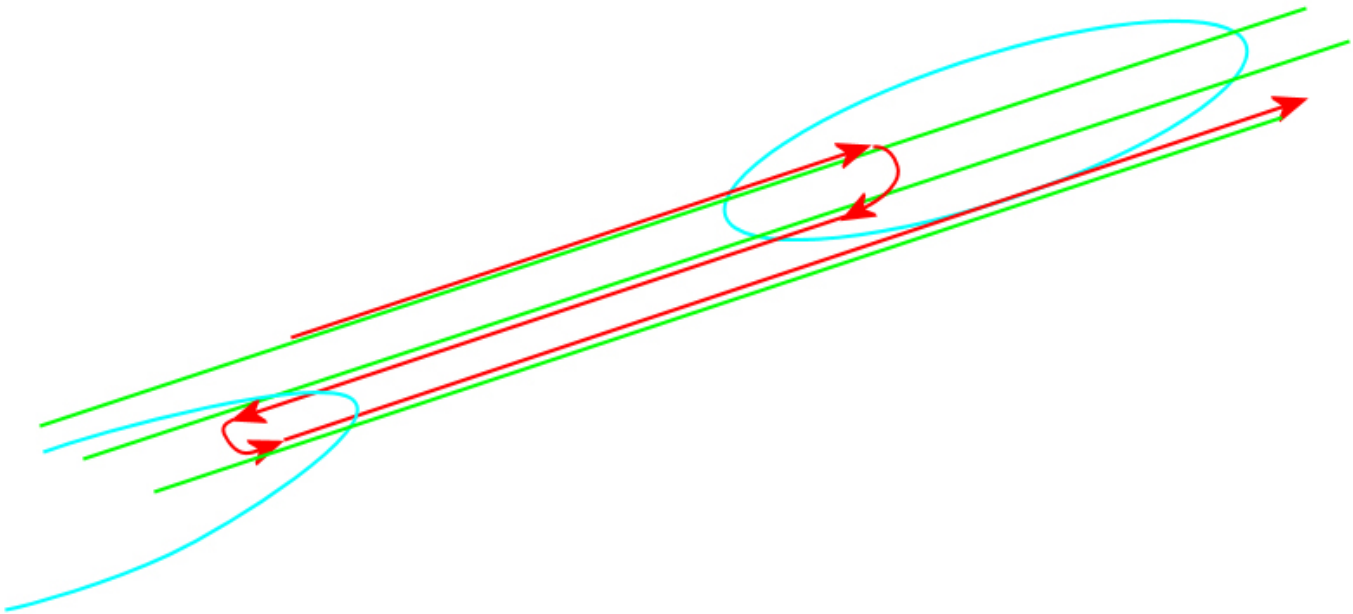
Само по себе поперечное смещение не может вывести электрон из взаимодействия с данной рассеивающей каверной, поскольку происходит оно строго поперёк градиента потенциала. Однако дрейф электрона в поле каверны на другом конце мгновенной ловушки будет в ином случайном направлении...

$$\delta \to \delta_{\rm eff} = \delta \left(1 + \frac{\delta}{\lambda_\perp}\right)^{-1} = \frac{\delta}{1+\eta} \leq \lambda_\perp,$$

$$\eta \equiv \frac{\rho_{\rm e}\lambda_\parallel}{\lambda_\perp^2} \sim \frac{\delta}{\lambda_\perp}.$$

В ГОЛ-3 $\delta \sim 10\rho_{\rm e}$, а $\eta \sim 1$...

Поперечная диффузия



Роль времени случайного шага играет время между последовательными столкновениями:

$$\mathrm{D}_{\perp} = \frac{\delta_{\mathrm{eff}}^2}{\mathrm{l}_{\varphi}/\mathrm{v}_{\parallel}} = \mathrm{N}\rho_{\mathrm{e}}^2 \frac{\lambda_{\parallel}\mathrm{v}_{\mathrm{Te}}}{\lambda_{\perp}^2\,(1+\eta)^2}.$$

Подавление продольной теплопроводности

Поперечное время удержания электрона между двумя кавернами можно оценить как

$$\tau_\delta = \lambda_\perp^2 \frac{\mathrm{l}_\varphi/\mathrm{v}_\parallel}{\delta_{\mathrm{eff}}^2} = \frac{\lambda_\parallel (1+\eta)^2}{\mathrm{N}\mathrm{v}_\parallel \eta^2}.$$

По принципу срабатывания меньшего времени имеем

$$\mathrm{D}_\parallel = \frac{\lambda_\parallel \mathrm{v}_{\mathrm{Te}}}{\mathrm{N}} \left[1 + \left(\frac{\lambda_\parallel}{\mathrm{N}\mathrm{v}_{\mathrm{Te}}\tau_\varphi} + \left(\frac{\eta}{1+\eta} \right)^2 \right)^{-1} \right]^{-1} \sim \frac{\lambda_\parallel \mathrm{v}_{\mathrm{Te}}}{\mathrm{N}}.$$

Экспериментальные данные о характере флуктуаций вероятно соответствуют тому, что выражение в квадратных скобках равно единице.

Соотношения между коэффициентами

Поперечная диффузия растёт с числом заполнения N тогда как продольная - падает,

$$\mathrm{D}_0 = \sqrt{\mathrm{D}_\perp \mathrm{D}_\parallel} \approx \rho_\mathrm{e} \mathrm{v}_\mathrm{Te} \frac{\lambda_\parallel}{\lambda_\perp (1+\eta)}.$$

Отношение коэффициентов диффузии

$$\frac{\mathrm{D}_\perp}{\mathrm{D}_\parallel} \approx \frac{\mathrm{N}^2 \rho_\mathrm{e}^2}{\lambda_\perp^2 (1+\eta)^2}$$

остаётся много меньше единицы, $\mathrm{D}_\perp/\mathrm{D}_\parallel \sim 10^{-3}\mathrm{N}^2 \sim 10^{-6}$, если для грубой оценки $\mathrm{N} \sim 0.03$ использовать данные по коэффициенту подавления продольной теплопроводности (в 1000 раз).

Ограничение длины ловушки

Относительная малость поперечного коэффициента диффузии ещё не значит, что поперечными потерями можно пренебречь. В цилиндре длиной L и радиуса a

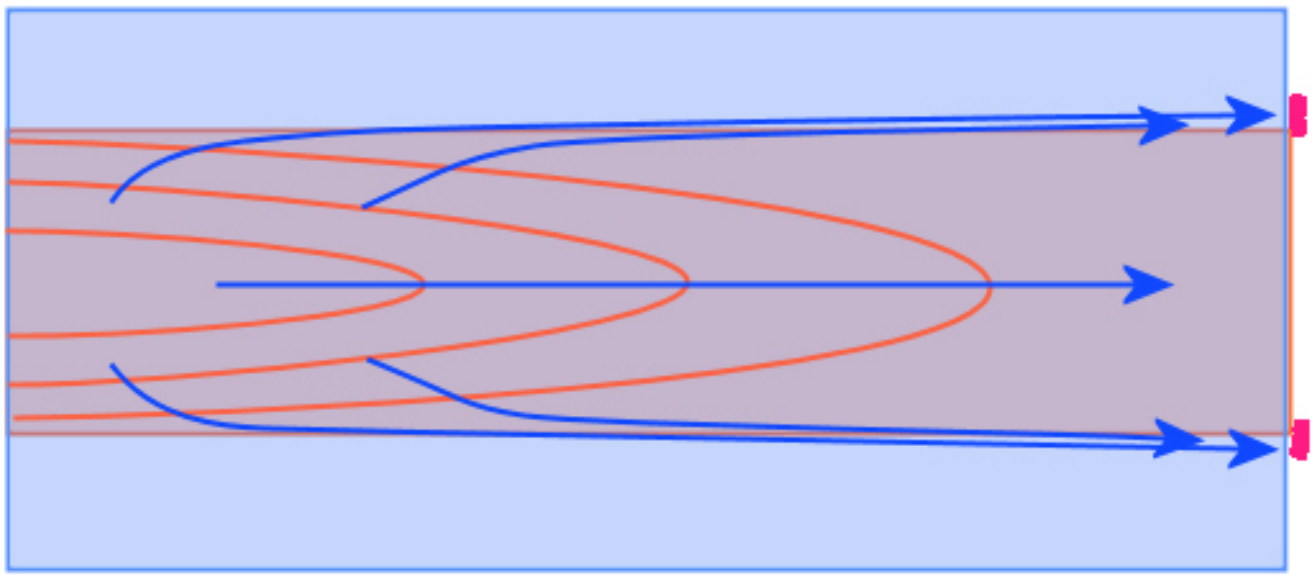
$$\frac{F_a}{F_L} \sim \frac{2\pi a L D_\perp \left|\nabla_\perp T\right|}{\pi a^2 D_\parallel \left|\nabla_\parallel T\right|} \sim \frac{L^2 D_\perp}{a^2 D_\parallel} = \left(\frac{N\rho_e L}{a\lambda_\perp (1+\eta)}\right)^2 .$$

С учётом очень маленького радиуса плазмы в ГОЛ-3 при большой длине, получим $F_a/F_L \sim 1$. Дальше увеличивать уровень турбулентности, N, или относительную длину ловушки нельзя. Минимальное значение a/L (при котором поперечные потери меньше продольных):

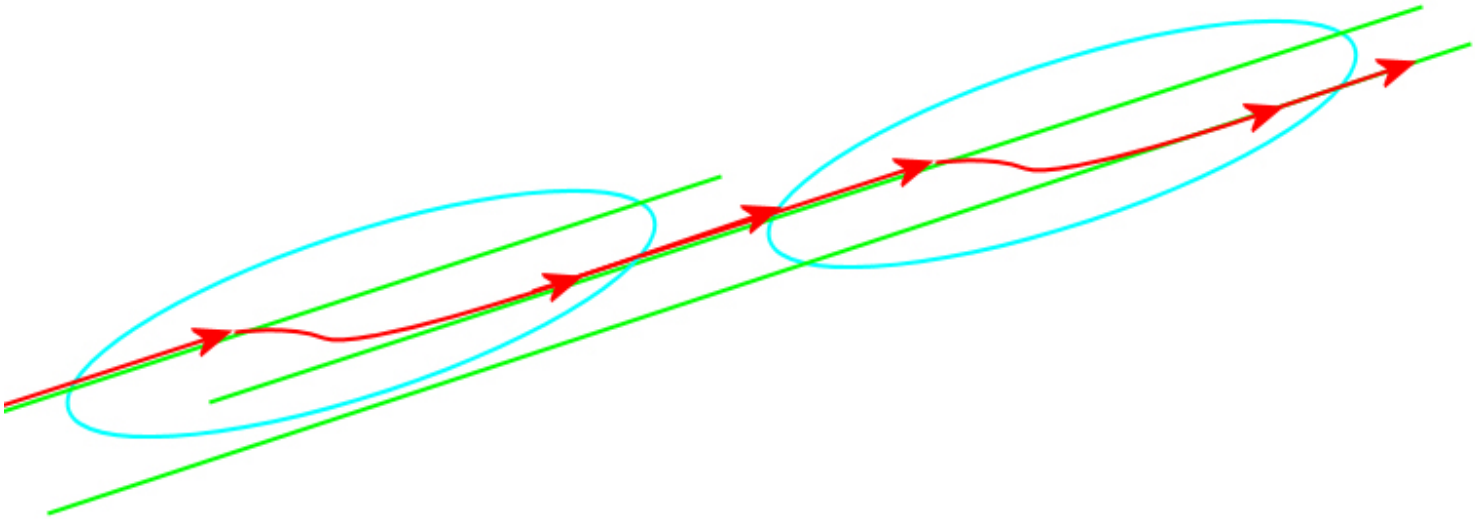
$$\left(\frac{a}{L}\right)_{min} = \left(\frac{D_\perp}{D_\parallel}\right)^{1/2} \approx \frac{N\rho_e}{\lambda_\perp (1+\eta)} \sim 10^{-3}.$$

Тепловой поток на стенку

Если поперечные потери в тени пучка сравнимы с продольными, а в “шкурке” турбулентности нет, то “радиальный” тепловой поток попадает на торец в виде узкого кольца вокруг внешней границы пучка. Измерить радиальный профиль теплового потока на торец было бы очень полезно...



Пролётные частицы



За время взаимодействия с каверной, $\tau_k = \lambda_{\|}/v_{\|}$, меняются поперечное смещение и продольная скорость,

$$\delta r = c\frac{E_\perp}{B}\tau_k, \qquad \delta v_{\|} = \alpha\frac{e\hat{\varphi}}{mv_{\|}}.$$

Здесь $\alpha = \delta\varepsilon_k/e\hat{\varphi}$ - степень неадиабатичности взаимодействия, для силы Миллера $\alpha \sim v/c \ll 1$.

Переносы на пролётных частицах

Таким образом,

$$D_\perp = \frac{N\delta r^2}{\tau_k} = N\frac{\lambda_\parallel}{v_{Te}}\left(\frac{c\hat{\varphi}}{\lambda_\perp B}\right)^2,$$

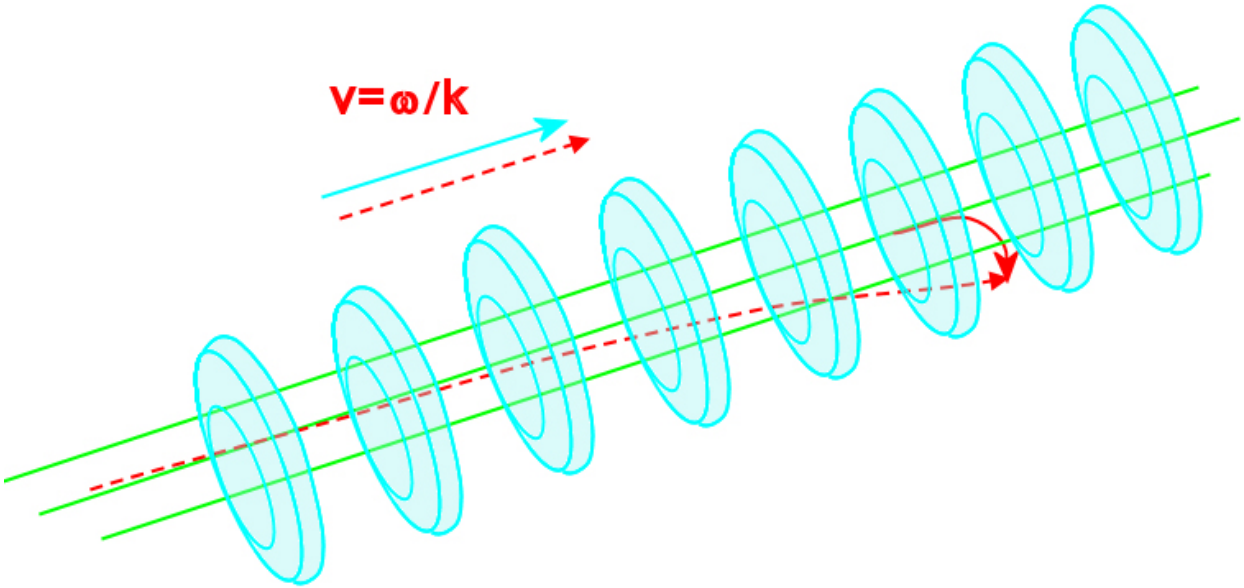
$$D_v = N\alpha^2\frac{v_\parallel}{\lambda_\parallel}\left(\frac{e\hat{\varphi}}{mv_\parallel}\right)^2,$$

$$D_\parallel = \frac{v_\parallel^4}{D_v} = \frac{\lambda_\parallel v_{Te}^3}{N\alpha^2}\left(\frac{e\hat{\varphi}}{mv_{Te}}\right)^{-2},$$

$$D_0 \equiv \sqrt{D_\parallel D_\perp} = \rho_e v_{Te}\frac{\lambda_\parallel}{\alpha\lambda_\perp}.$$

Поперечный перенос оказывается относительно очень большим!

Модель с резонансным рассеянием



Поперечное поле возникает из-за конечной поперечной длины когерентности, $E_\perp \sim E_\parallel \lambda_\parallel / \lambda_\perp$. Следовательно, на длине δl происходит не только изменение продольной скорости, но и поперечный дрейф, причём они пропорциональны друг другу:

$$\delta v_\parallel = \frac{eE_\parallel}{mv_\parallel}\delta l, \quad \delta r = c\frac{E_\perp}{B}\frac{\delta l}{v_\parallel},$$

Диффузия по скорости

$$\delta \mathrm{r} = \frac{\mathrm{E}_\perp}{\mathrm{E}_\parallel}\frac{\delta \mathrm{v}_\parallel}{\omega_{\mathrm{ce}}} = \frac{\lambda_\parallel \rho_\mathrm{e}}{\lambda_\perp}\frac{\delta \mathrm{v}_\parallel}{\mathrm{v}_\parallel} = \eta \lambda_\perp \frac{\delta \mathrm{v}_\parallel}{\mathrm{v}_\parallel}.$$

Декорреляция частицы с волной должна влиять одновременно на продольное ускорение и средний поперечный дрейф (независимо от причины декорреляции), поэтому связаны и коэффициенты диффузии

$$\mathrm{D}_\perp = \frac{\delta \mathrm{r}^2}{\tau_\mathrm{c}} = \left(\frac{\eta \lambda_\perp}{\mathrm{v}_\parallel}\right)^2 \mathrm{D}_\mathrm{v}.$$

Диффузия по продольной скорости приводит к изменению знака скорости за время $\tau \sim \mathrm{v}_\parallel^2/\mathrm{D}_\mathrm{v}$.

Продольный перенос

Эффективная длина свободного пробега равна $l_{\|} = \tau v_{\|} = v_{\|}^3/D_v$, и, значит,

$$D_{\|} = \frac{v_{\|}^4}{D_v} = \frac{\left(\eta \lambda_{\perp} v_{\|}\right)^2}{D_{\perp}}.$$

Как и в первой модели:

$$D_0 = \sqrt{D_{\|} D_{\perp}} \approx \rho_e v_{Te} \frac{\lambda_{\|}}{\lambda_{\perp}}.$$

Разница заключается в ином определении $\lambda_{\|}$ (в резонансном случае это - просто длина волны $\sim r_d$!), так что D_0 может оказаться на один-два порядка меньше, чем в случае рассеяния на “ кавернах”.

Сравнение

- Адиабатическое взаимодействие с отражением (при $\varepsilon < \mathrm{e}\hat{\varphi}$) даёт

$$\mathrm{D}_0 = \sqrt{\mathrm{D}_\perp \mathrm{D}_\parallel} \approx \rho_\mathrm{e} \mathrm{v}_\mathrm{Te} \frac{\lambda_\parallel}{\lambda_\perp (1+\eta)}.$$

- Надбарьерные частицы рассеиваются по $\mathrm{v}_\parallel$ только в меру неадиабатичности, поэтому

$$\mathrm{D}_0' = \mathrm{D}_0/\alpha \gg \mathrm{D}_0.$$

- Резонансные частицы взаимодействуют с более плоскими возмущениями, так что $\lambda_\parallel/\lambda_\perp \sim \mathrm{r_d}/\lambda_\perp \ll 1$,

$$\mathrm{D}_0'' \approx \rho_\mathrm{e} \mathrm{v}_\mathrm{Te} \frac{\lambda_\parallel}{\lambda_\perp} \ll \mathrm{D}_0.$$

Выводы

- Получены оценки поперечного переноса по электронному каналу в режиме с развитой турбулентностью;
- Оказалось, что произведение продольного и поперечного коэффициентов электронной теплопроводности слабо зависит от уровня турбулентности и сильно - от типа флуктуаций;
- При подавлении продольного переноса в 1000раз в ГОЛ-3 поперечный перенос может быть порядка Бомовского;
- При заданном уровне турбулентности существует оптимальное отношение длины ловушки и радиуса пучка ($\sim 10^3$ для ГОЛ-3).

Вопросы

- Какой именно механизм отвечает за рассеяние по продольной скорости?
- Можно ли считать поперечные смещения дрейфовыми?
- Насколько рассеяние адиабатично? (Вероятно, неадиабатичность можно связать с темпом нагрева.)

Контрольные эксперименты

- Измерить радиальный профиль теплового потока на торец -> оценка отношения продольного и поперечного переносов;
- Найти продольную теплопроводность (по абсолютной величине теплового потока и градиенту?);
- 1) +2) -> коэффициент поперечного переноса и $D_0 = \sqrt{D_{\parallel} D_{\perp}}$.

Величина D_0 и функциональные зависимости $D_{\parallel}, D_{\perp}$ позволят сравнить разные модели.

- Ну и, конечно, измерение спектров турбулентности в коротковолновой области по волновым числам и в области низких частот :);