

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

А. Е. Левичев, В. М. Павлов

ЛИНЕЙНЫЕ СВЧ УСКОРИТЕЛИ

Часть I

Электродинамика ускоряющих структур на основе круглого диафрагмированного волновода

Учебное пособие

Новосибирск
2015

УДК 538.56
ББК В381.13
Л-37

Рецензент
к-т технических наук, доцент И. А. Запрягаев

Издание подготовлено в рамках реализации *Программы развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет»* на 2009–2018 годы.

Левичев А. Е., Павлов В. М.

Л-37

Линейные СВЧ ускорители: учеб. пособие / А. Е. Левичев, В. М. Павлов ; Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2015. – Ч. I. Электродинамика ускоряющих структур на основе круглого диафрагмированного волновода. – 96 с.

ISBN 978–5–4437–0457–9

Настоящее пособие представляет собой переработку и дополнение курса лекций, читаемых на кафедре Ускорителей Физического факультета НГУ.

В предлагаемых лекциях рассматривается электродинамика ускоряющих структур линейных СВЧ ускорителей на основе диафрагмированных волноводов без анализа динамики частиц. Задача пособия – познакомить с основными принципами, идеями и законами ускоряющих структур и дать как можно больше информации для дальнейшего самостоятельного изучения предмета. В связи с этим особое внимание уделялось ссылкам на литературу, которая может привести к истокам описания физических процессов или значительно расширить их понимание. Учитывая то, что кафедра Ускорителей базируется в Институте Ядерной Физики им. Г. И. Будкера СО РАН, дополнительная литература выбиралась из той, которая находится в библиотеке института.

**УДК 538.56
ББК В381.13**

ISBN 978–5–4437–0457–9

© Новосибирский государственный
университет, 2015
© А. Е. Левичев, В. М. Павлов, 2015

Оглавление

Глава 1. История и виды линейных ускорителей	4
1.1. Структуры с петлевыми элементами связи	6
1.2. Структуры с щелевыми элементами связи	6
1.3. Структура Андреева	7
1.4. Бипериодические структуры	7
1.5. Ускоряющие структуры с штыревым резонансным элементом связи	9
1.6. Резонаторы Н-типа	10
1.7. Высокочастотный квадруполь	11
1.8. Корнельская ускоряющая структура с параллельной связью	12
1.9. Сверхпроводящие линейные ускорители	13
Список литературы	15
Глава 2. Волновые уравнения	16
2.1. Получение волновых уравнений	16
2.2. Связь продольных и поперечных компонент электромагнитного поля	17
2.3. Фазовая скорость и длина волны	19
2.4. Основные типы волн	20
2.5. Передача мощности по волноводу, теорема Умова – Пойнтинга	25
Список литературы	27
Глава 3. Фундаментальная теорема о нагрузке током для резонатора	28
Список литературы	31
Глава 4. Замедленные волны	32
4.1. Фазовая и групповая скорости волны	32
4.2. Замедление фазовой скорости волны	33
4.3. Электрическое поле в замедляющей системе	34
4.4. Энергия и мощность в замедляющей системе	35
4.5. Набор энергии в волноводных ускоряющих системах	36
4.6. Распределение электрического поля в круглом диафрагмированном волновод	38
4.7. Полоса пропускания набора резонансных ячеек	39
4.8. Возбуждение ускоряющей структуры с постоянным импедансом	42
4.9. Возбуждение ускоряющей структуры с постоянным градиентом	49
4.10. Расчет круглого диафрагмированного волновода с малым отверстием связи	51
Список литературы	54
Глава 5. Ускоряющие резонаторы	55
5.1. Ускоряющий резонатор с волной E_{010}	55
5.2. Колебания в резонаторе	57
5.3. Резонансная кривая резонатора	64
5.4. Система умножения мощности SLED	68
5.5. Нагрузка ускоряющего поля резонатора током пучка	74
Список литературы	77
Глава 6. Методы экспериментального исследования ускоряющих структур	78
6.1. Метод резонансного макета ускоряющей структуры на бегущей волне	78
6.2. Измерение добротности и коэффициента связи	80
6.3. Измерение напряженности поля	85
6.4. Метод нерезонансных возмущений	90
Список литературы	92
Глава 7. Дополнительные особенности конструирования линейных ускорителей	93
7.1. Изготовление и настройка	93
7.2. Получение вакуума	94
7.3. Тренировка СВЧ мощностью	94
7.4. Термостабилизация	95

Глава 1

История и виды линейных ускорителей

Ускорение заряженных частиц происходит под действием электрического поля. Первые ускорители, в которых приращение энергии частиц происходило под влиянием постоянного электрического поля, были электростатическими. Каждая частица приобретала энергию, равную произведению заряда частицы на разность потенциалов на ускоряющем зазоре, поэтому энергию частиц принято измерять в электрон-вольтах (эВ). Один эВ равен энергии, которую получает электрон, прошедший разность потенциалов в один вольт. Основной проблемой электростатических ускорителей является ограничение максимальной энергии, которую может получить частица. Связано это с электрическим пробоем, возникающим при постоянном электрическом поле. Максимальное напряжение, применяемое в таких ускорителях, обычно не превышает нескольких десятков мегавольт [1.1].

Резонансные линейные ускорители (линаки) преодолевают ограничение, возникающее при использовании статического электрического поля. В таких линаках используется гармоническое электрическое поле, зависящее от времени, которое локализовано в ускоряющих промежутках таким образом, чтобы пролетающие сгустки частиц попадали в электрическое поле всегда в правильной фазе. Зависимость поля от времени убирает ограничение на максимальное приращение энергии частиц в ускорителе, вызванное постоянным потенциальным электрическим полем. Пучок ускоряется в электромагнитной резонансной структуре, в которой возбуждается необходимая мода колебания электромагнитного поля внешним высокочастотным источником мощности. При этом движение частицы должно быть правильным образом синхронизовано с ускоряющим полем.

В 1924 г. Г. Изинг в Стокгольме предложил первый ускоритель, который использовал переменное электрическое поле, состоящий из прямой вакуумной трубы и последовательности металлических дрейфовых трубок с отверстием в центре для пролета пучка [1.2]. Частицы должны были ускоряться импульсным напряжением, которое генерировалось искровым разрядом и прикладывалось между смежными дрейфовыми трубками. Синхронизм между ускоряемым пучком и прикладываемым напряжением был получен с помощью введения линии передачи, которая выбиралась таким образом, чтобы создавать задержку импульса на пути от источника питания к дрейфовым трубкам. Концепция, предложенная Г. Изингом, была опубликована без реализации на практике.

Первый резонансный ускоритель был создан и испытан Р. Видероз в 1927 г. в Германии. Эта работа была опубликована в статье [1.3], которая является одним из самых значимых моментов в истории линейных ускорителей. Линак, созданный Р. Видероз, был предшественником всех современных резонансных ускорителей.

Конструкция ускорителя, созданного Р. Видероз, изображена на рис. 1.1. Переменное напряжение прикладывается к дрейфовым трубкам, длина которых увеличивается с ростом энергии частиц. Таким образом, частицы всегда попадали в ускоряющее электрическое поле и приобретали максимум энергии.

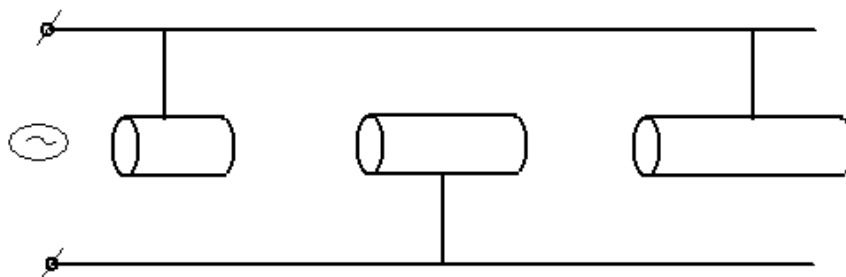


Рис. 1.1. Схема резонансного ускорителя Р. Видероз

В эксперименте Р. Видероз высокочастотное напряжение амплитудой 25 кВ и частотой 1 МГц было приложено к единичной дрейфовой трубке, расположенной между двумя заземленными электродами. Пучок ионов калия приобретал максимум энергии в каждом зазоре. Измеренная конечная кинетическая энергия составила 50 кэВ и равнялась удвоенной энергии, которая была получена, если бы пучок пролетал только через один ускоряющий зазор. Ускоритель Видероз отличался от ускорителей с электростатическим полем: полная полученная энергия соответствовала напряжению, которое превышало максимальное напряжение, подводимое от источника. Не было сомнений, что метод ускорения может быть повторен многократно, чтобы получить неограниченное приращение энергии ускоряемых частиц. В 1932 г. Д. Слоен и Э. Лоуренс повторили ускоритель Р. Видероз с 30 дрейфовыми трубками и, используя от источника напряжение в 42 кВ и частоту 10 МГц, они ускорили пучок током 1 мкА, состоящий из ионов ртути, до энергии 1,26 МэВ. В 1934 г. выходная энергия была увеличена до 2,85 МэВ путем использования 36 дрейфовых трубок.

Созданный Р. Видероз линак был не совсем пригоден для ускорения более легких пучков протонов и электронов, которые представляли большой интерес для фундаментальных физических исследований. Скорость таких пучков значительно больше, чем скорость ионов. Дрейфовые трубки, в этом случае, станут непрактично большими. Результатом этого будет являться небольшое ускорение на единицу длины ускорителя, в то время как частота ускоряющего напряжения для сокращения длины должна будет возрасти до гигагерц. При такой частоте необходимо учитывать излучение электромагнитных волн в свободное пространство. Например, для электронного линака длины дрейфовых трубок и поддерживающих стоек будут иметь размер, близкий к длине полуволны, вместо изопотенциальных электродов они будут функционировать наподобие антенны со значительными энергетическими потерями. Для создания подобного линейного ускорителя требуются высокоомощные микроволновые генераторы. Такие генераторы, разрабатываемые для радарных установок, стали доступны только после Второй мировой войны. В это время новый высокочастотный линейный протонный ускоритель, созданный на основе дрейфовых трубок, заключенных в высокодобротный цилиндрический резонатор, был предложен Л. Альваресом [1.4] и разработан в Калифорнийском университете. Благодаря такой конструкции линейного ускорителя, в ускоряющих зазорах должна была возбуждаться электромагнитная волна с электрическим полем с равномерным продольным распределением, а внутри дрейфовых трубок поле должно отсутствовать, чтобы избежать замедления пучка частиц в момент, когда электрическое поле имело обратную полярность. Ускоритель Л. Альвареса имел диаметр 1 м и длину 12 м, рабочая частота составляла 200 МГц. Протоны ускорялись с 4 МэВ до 32 МэВ. Примерно в то же время, в Стэнфорде Э. Гинзтоном, В. Хансэном и В. Кеннеди [1.5] была предложена новая ускоряющая структура, эффективная для ускорения релятивистских электронов. Структура состояла из набора резонаторов с центральными отверстиями для пролета пучка и прохождения электромагнитной мощности и называлась *структурой круглого диафрагмированного волновода* [1.6]. Такая структура привела к созданию в Стэнфордском Линейном Ускорительном Центре (SLAC) трехкилометрового линейного ускорителя электронов.

Современные линейные ускорители обычно состоят из набора специально сконструированных волноводов или из резонаторов, которые возбуждаются высокочастотным электромагнитным полем. При этом стараются достигать как можно более эффективной передачи мощности электромагнитной волны ускоряемому пучку при минимальных потерях в стенках ускоряющей структуры.

В настоящее время линейные ускорители в основном отличаются способами передачи СВЧ мощности ускоряющим элементам структуры. Ниже представлены основные типы ускоряющих структур.

1.1. Структуры с петлевыми элементами связи

В 1956 г. в Великобритании П. Данном (P. D. Dunn et. al.) была предложена структура с петлевыми элементами связи ускоряющих резонаторов, изображенная на рис. 1.1.1 [1.7].

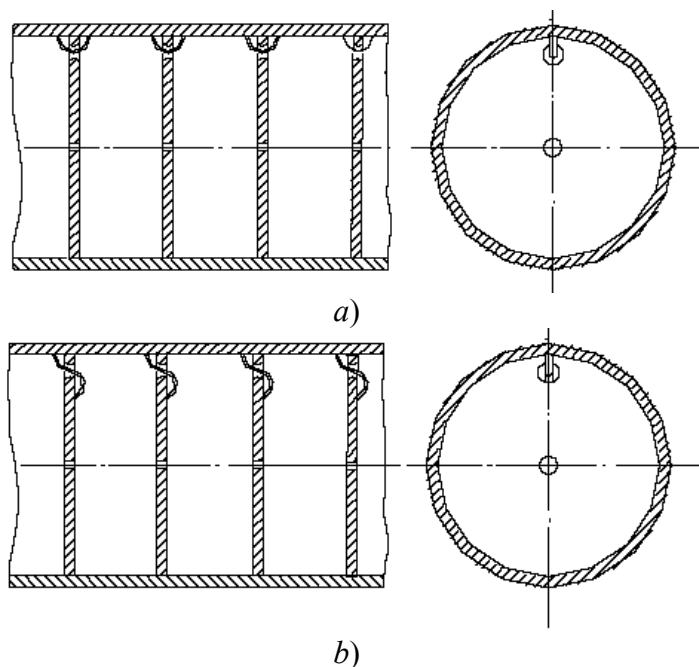


Рис. 1.1.1. Структура с петлевыми элементами связи

Структура с U-образной петлей связи (U-shaped loops) (рис. 1.1.1, a) была исследована М. Чодоровым и Р. Крейгом (M. Chodorow and R. Craig) в 1957 г. Она обладает *отрицательной дисперсией*¹ (п. 2.3, 4.2). Связь резонаторов в виде S-образной петли (S-shaped loops) (рис. 1.1.1, b) предложена А. Пирсом (A. Pearce) в 1958 г. Такая структура обладает *положительной дисперсией* (п. 2.3, 4.2). Отличительная особенность – очень широкая полоса частот, при которой возможно ускорение частиц – *полоса пропускания* (п. 4.7). Значение доходит в данном случае до 40 %. U-образная и S-образная петли связи могут находиться не около одной стенки резонатора, а на разных. При этом получается, что в одном резонаторе петли расположены на противоположных сторонах (повернуты на угол 180°). В 1968 г. Р. Кинг (R. King) предложил модификацию U-образной петли связи: в отверстия для петель нужно пропустить сплошной проводник, прикрепляемый к волноводу в середине каждого резонатора (U-петля как бы растягивается на весь резонатор и проходит сквозь все резонаторы). Такая структура также имеет отрицательную дисперсию. Ее *полоса пропускания* ~ 30 % [1.8].

1.2. Структуры с щелевыми элементами связи

В структурах, состоящих из диафрагмированного волновода, элементом связи является отверстие, расположенное в центре диафрагмы. Связь происходит по электрическому полю. Чтобы в таких структурах увеличить *полосу пропускания* (п. 4.7), необходимо увеличить отверстие связи, что приводит к уменьшению *шунтового сопротивления* (п. 4.4) и, следовательно, к уменьшению градиента набора энергии. Для избегания уменьшения *шунтового сопротивления* связь делают по магнитному полю, сделав отверстие связи около внешней стенки резонатора, как показано на рис. 1.2.1. Такая структура исследовалась М. Чодоровым в 1960 г. Для увеличения *коэффициента связи* (п. 4.7) увеличивают либо количество щелей, либо отверстие связи делают секториальным (рис. 1.2.2). *Дисперсия* (п. 2.3, 4.2) структур со

¹ В этом разделе будут использованы некоторые термины, объяснения которых находятся в следующих разделах, обозначенных в скобках.

щелевой связью между резонаторами в низшей полосе пропускания отрицательна, это возникает из-за связи по магнитному полю [1.8].

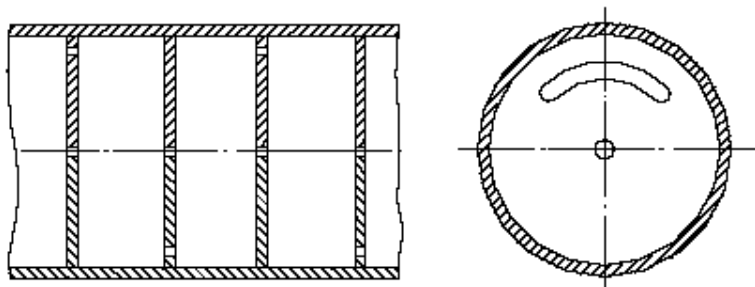


Рис. 1.2.1. Ускоряющая структура с щелевыми отверстиями связи

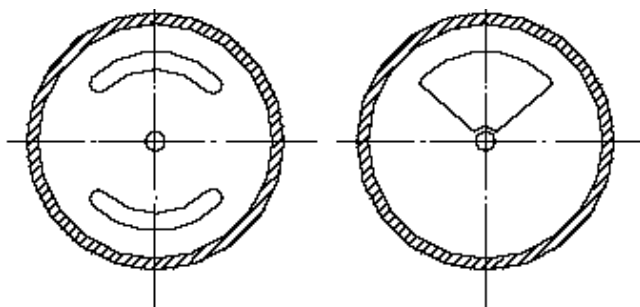


Рис. 1.2.2. Виды щелей связи

1.3. Структура Андреева

В 1965–1969 гг. В. Андреев и его команда предложили использовать резонатор не на волне вида E_{010} (п. 5.1), когда имеется только одно место концентрации силовых линий электрического поля (*пучность поля*), а волне вида E_{020} (рис. 1.3.1) с двумя концентрациями электрического поля. Данная структура часто называется структурой с проводящими шайбами и диафрагмами [1.9]. Ее можно рассматривать как волновод с волной E_{02} , нагруженный диафрагмами, не касающимися внешней стенки резонатора. Так как связь осуществляется через широкую кольцевую щель между диафрагмой и боковой стенкой резонатора, в отличие от круглого диафрагмированного волновода она имеет *широкую полосу пропускания* (см. п. 4.7). Эта структура имеет наиболее высокий *коэффициент связи* (см. п. 4.7) среди всех ускоряющих структур, работающих на виде колебания $\pi/2$ – *сдвиг фазы на ускоряющую ячейку* (см. п. 4.2). Диафрагмы на оси структуры удерживаются Г-образными подпорками.

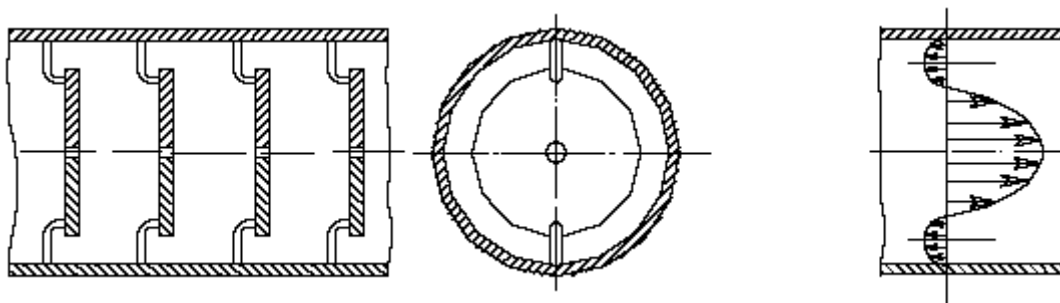


Рис. 1.3.1. Структура Андреева

1.4. Бипериодические структуры

Одним из важнейших параметров ускоряющей структуры является *шунтовое сопротивление* (см. п. 4.4). Чем оно выше, тем больше энергии передается ускоряемому пучку и

меньше тратится на потери в структуре. Максимальное *шунтовое сопротивление* может быть получено на виде колебания π (сдвиг фазы на ячейку).

При расположении торцевых стенок посередине резонансных ячеек (п. 6.1), как показано на рис. 1.4.1, можно возбудить вид колебания $\pi/2$ (см. п. 4.2). В такой структуре в каждой четной ячейке напряженность электрического поля E_z вдоль продольной оси структуры равно нулю. Она служит ячейкой связи. В 1965 г. Е. Нэпп (Е. Кнапп) предложил уменьшить длину этой ячейки связи с сохранением рабочего вида колебания $\pi/2$, тем самым уменьшив область, в которой нет электрического поля. Полученная таким образом структура (см. рис. 1.4.2, *a*) является бипериодической, т.е. один полный ее период состоит из двух резонаторов разной длины. Впоследствии ячейка связи вообще была вынесена наружу и получилась структура с внешней ячейкой связи (см. рис. 1.4.2, *b*). Такая структура также является бипериодической, рабочий вид колебания у нее $\pi/2$, но теперь ускоряемый пучок, пролетающий через такую структуру «видит» только набор одинаковых резонаторов со сдвигом фаз π (рис. 1.4.3) между ними. Бипериодическая структура, будучи рассчитанная на вид $\pi/2$, имеет хорошую стабильность электромагнитного поля к возмущающим факторам. С другой стороны, за счет реализации в ускоряющих ячейках сдвига фазы волны π *шунтовое сопротивление* на единицу длины таких структур оказывается высоким.

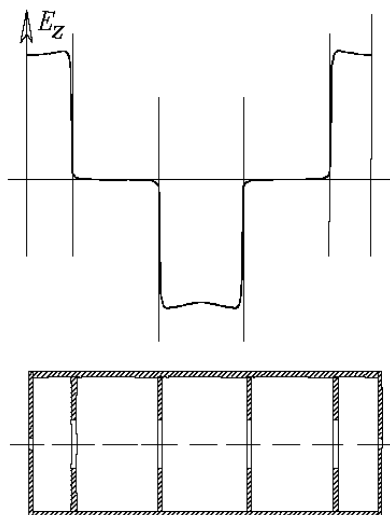


Рис. 1.4.1. Вид колебания $\pi/2$ в круглом диафрагмированном волноводе

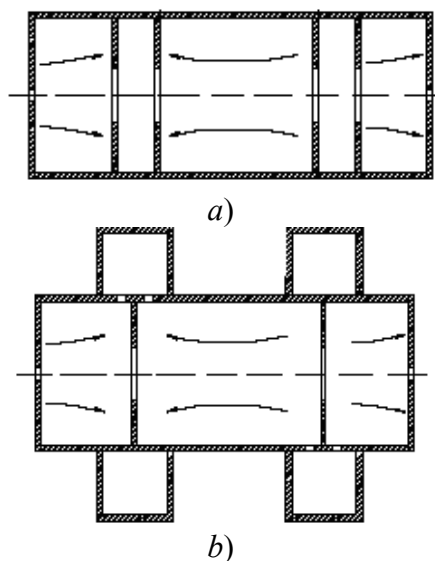


Рис. 1.4.2. Бипериодическая ускоряющая структура

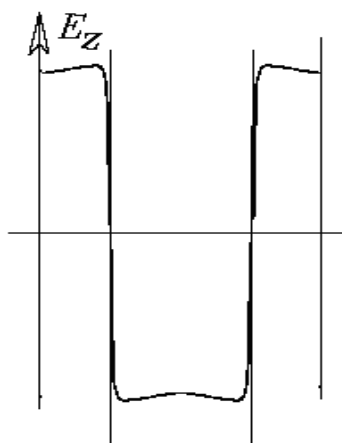


Рис. 1.4.3 Вид колебания π в круглом диафрагмированном волноводе

1.5. Ускоряющие структуры с штыревым резонансным элементом связи

В связанных резонаторах при низкой частоте (например, при ускорении протонов) падает *добротность резонатора* (см. п. 5.2) и *шунтовое сопротивление* (см. п. 4.4). С этим связан переход с резонаторных ускоряющих структур к штыревым. На рис. 1.5.1 изображены различные конфигурации структур со штыревым резонансным элементом.

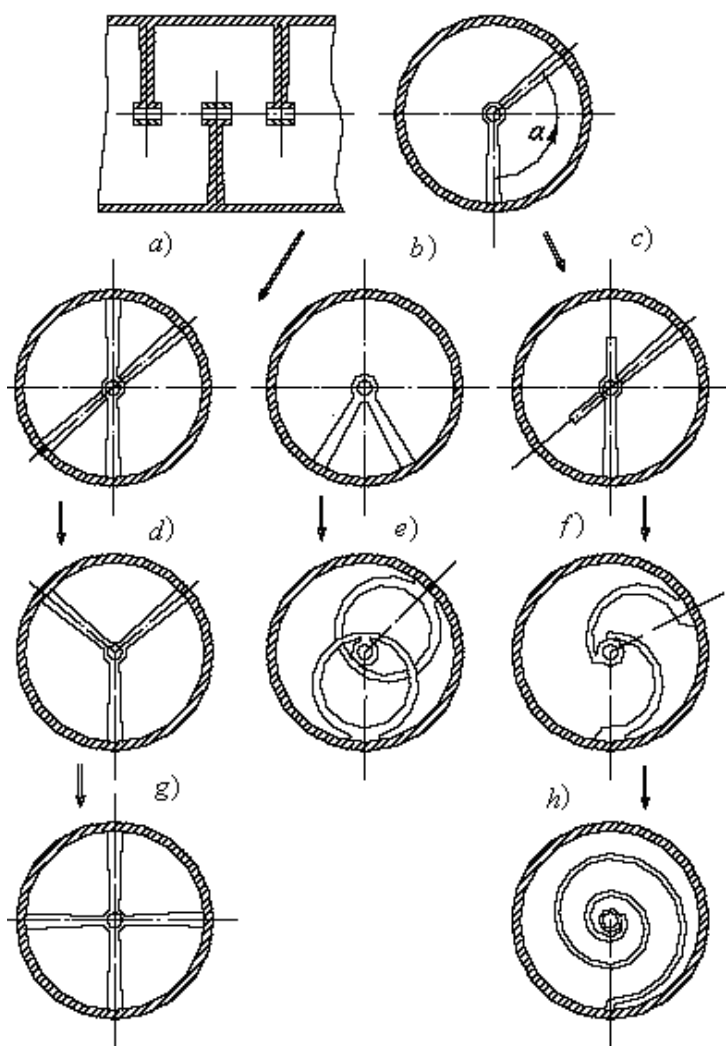


Рис. 1.5.1. Ускоряющие структуры со штыревым резонансным элементом

Обычно штыри делают четвертьволновыми, чтобы достичь на конце максимального потенциала электрического поля, где располагают либо металлическую шайбу (при использовании структуры в бегущем режиме), либо трубку дрейфа (в режиме стоячих волн – ускоритель Р. Видероз). Соседние штыри могут быть повернуты относительно друг друга на некоторый угол. При этом меняется величина взаимной индукции между соседними штырями.

Одна из модификаций штыревой структуры состоит в увеличении числа поддерживающих трубку дрейфа штырей. На рис. 1.5.1, *a* изображена структура с двумя поддерживающими штырями, развернутыми на 180° . В России она называется структурой с параллельными стержнями, английское название — cross-bar structure. На рис. 1.5.1, *b* тоже изображена структура с двумя стержнями, но разведенными на некоторый угол θ , обычно $30^\circ \div 90^\circ$. Многоштыревые структуры (рис. 1.5.1 *a, b, d* и *g*) для протонных ускорителей исследовал в 1966 г. С. Жордано (S. Giordano et. al.). Им были установлены оптимальные конфигурации штыревых структур для различных энергетических диапазонов энергий ускоряемых протонов.

На рис. 1.5.1, *e* приведена геометрия ускоряющей структуры О-кольца. Такая структура имеет меньший диаметр по сравнению со структурой с прямым стержнем. Структура имеет в нижней полосе отрицательную дисперсию (см. п. 2.3, 4.2) и высокие значения *иунтового* сопротивления (см. п. 4.4).

Уменьшение поперечных размеров структуры возможно и просто уменьшением диаметра волновода с сохранением шайбы на оси волновода (рис. 1.5.1, *c*). Но при этом максимальный потенциал электрического поля по-прежнему приходится на конец штыря. Поэтому для уменьшения поперечного размера волновода используют сворачивание штыря. На рис. 1.5.1, *f* изображена структура «полукольца в круглом волноводе».

Дальнейшее уменьшение диаметра структуры возможно при сворачивании штыря в спираль (рис. 1.5.1, *h*). Спиральные резонаторы с трубкой дрейфа на конце используются для создания на их основе сверхпроводящих ускоряющих структур.

На основе штыревой структуры можно сделать структуру, состоящую из двух вложенных структур на бегущей волне (рис. 1.5.2). Меняя амплитуду и фазу на входе, можно получать различные отношения между амплитудами *пространственных гармоник* (п. 4.2). Это можно использовать в ускорителе с фазопеременной фокусировкой. Один из вариантов фазопеременной фокусировки состоит в выборе определенного соотношения между амплитудами основной (ускоряющей) *пространственной гармоник* (см. п. 4.2) и фокусирующей (обычно третьей) гармоникой. В этой структуре нет необходимости подбирать длины трубок дрейфа для обеспечения нужного отношения амплитуд *гармоник*. Достаточно изменить фазу между двумя питающими волноводами.

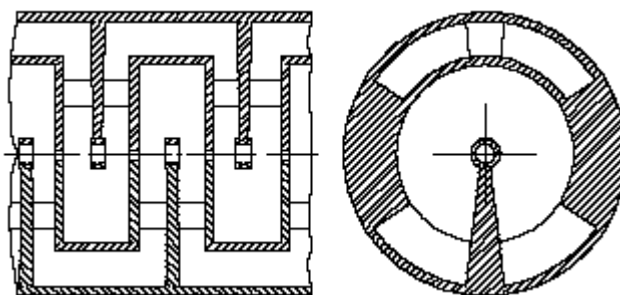


Рис. 1.5.2. Структура, состоящая из двух вложенных структур на бегущей волне

1.6. Резонаторы Н-типа

В 1962 г. П. Зейдлиц и В. Ямницкий предложили [1.10], а в 1965 г. В. Бомко и Е. Ревуцкий [1.11] подробно исследовали так называемые Н-резонаторы. На рис. 1.6.1 показана эволюция резонансной петли в Н-резонатор и встречно-штыревую структуру. В Н-резонаторе магнитное поле полностью охватывает нижний и верхний пилоны. Благодаря этому, на трубках дрейфа напряжения получают различной полярности. Встречно-штыревая структура с

трубками дрейфа использовалась В. Бомко в резонансном режиме на виде колебания π и имела следующие параметры:

- рабочая частота – 30 МГц;
- диаметр структуры – 1,5 м;
- шунтовое сопротивление – 80 МОм/м;
- энергия ускоряемых тяжелых ионов – 1 МэВ;
- трубки дрейфа имели диаметр 10 см для возможности размещения магнитов.

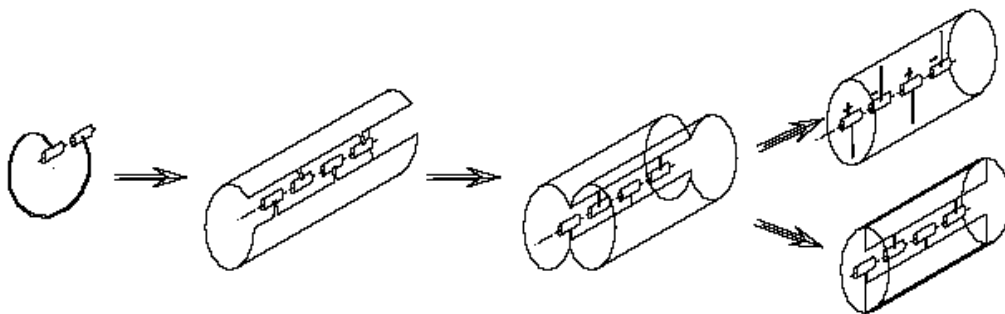


Рис. 1.6.1. Эволюция резонансной петли в резонатор Н-типа и встречно-штыревую структуру

1.7. Высокочастотный квадруполь

Высокочастотный квадрупольный линак (RFQ) применяется для ускорения частиц со скоростями от 0,01 до 0,1 от скорости света. RFQ является одним из важнейших ускорителей ионов, но не применяется для ускорения электронов, поскольку их скорость после электронной пушки обычно близка к половине скорости света.

Принцип работы высокочастотного квадруполя в качестве ускорителя частиц был впервые предложен И. Капчинским и В. Тепляковым в 1969 г. [1.12]. Общий вид ускорителя представлен на рис. 1.7.1. Для RFQ используются резонаторы Н-типа, которые имеют четыре пилон с волнообразным профилем в месте пролета пучка. Благодаря такой форме электродов, возможна одновременная фокусировка квадрупольным ВЧ полем и ускорение частиц. Такой принцип позволил расширить пределы работы линейных ускорителей ионов с малыми скоростями и отказаться от больших высоковольтных ускорителей прямого действия. Позже И. Капчинский и В. Тепляков показали, как можно ввести малые изменения в параметры RFQ линака, чтобы была возможна адиабатическая группировка частиц. Адиабатическая группировка улучшает захват пучка, позволяет более эффективно ускорять пучок, так как он остается сгруппированным на протяжении всего цикла ускорения [1.13].

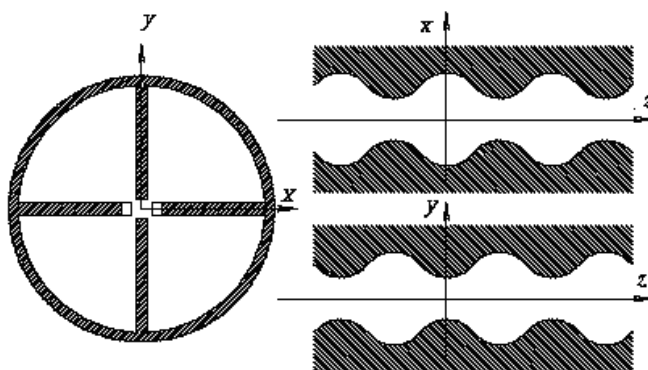


Рис. 1.7.1. Вид высокочастотного квадрупольного линака (RFQ)

1.8. Корнельская ускоряющая структура с параллельной связью

Первая статья по структуре с параллельной связью была опубликована в 1977 г. [1.14]. Ускорение электронов осуществлялось в резонаторах, последовательно расположенных друг за другом. Для подвода мощности использовалась коаксиальная линия, при этом все резонаторы были подсоединены к ней параллельно, каждый через свой индивидуальный ввод. Фазовая скорость в коаксиальной линии без заполнения равна скорости света в вакууме, и близкую к ней скорость имеют релятивистские электроны. С учетом этого, при расстоянии между точками подключения резонаторов, равном полудлине волны в коаксиальной линии, автоматически обеспечивался синхронизм ускоряющего поля в резонаторах и ускоряемых частиц. В технической литературе данная структура, показанная на рис. 1.8.1, иногда называется также «корнельской», поскольку была создана в Корнельском университете.

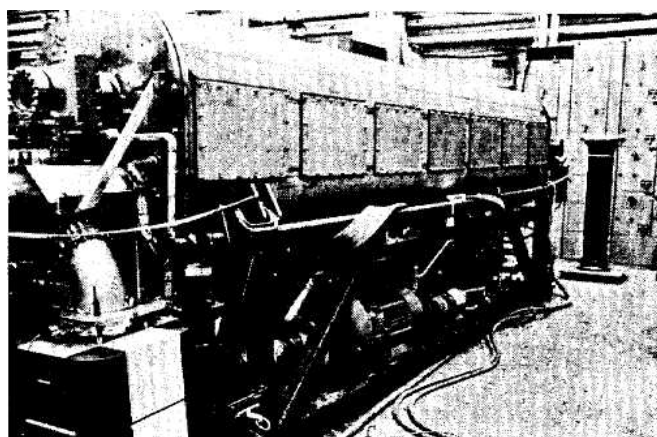


Рис. 1.8.1. Корнельская» ускоряющая структура

В 1989 г. в Институте ядерной физики им. Г. Будкера СО РАН для разрезного микротрона была создана ускоряющая система на основе «корнельской» структуры [1.15] (рис. 1.8.2). Параметры, которые удалось достичь: энергия инжекции 40 кэВ, потребляемая мощность 2 МВт, длительность импульса 30 мкс, ток пучка 50 мА, энергия пучка 6 МэВ, импульсная мощность в пучке 300 кВт, поперечный эмиттанс пучка 0,8 см мрад, рабочая частота 915 МГц.

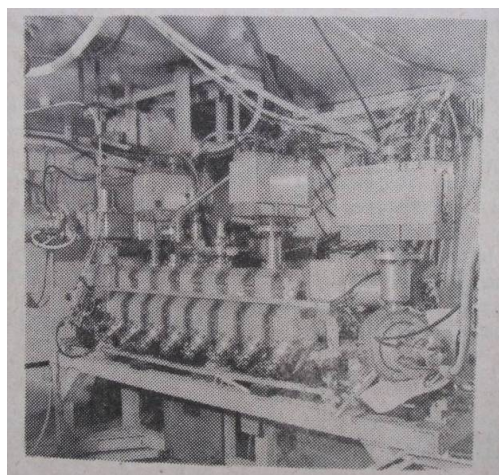


Рис. 1.8.2. Ускоряющая структура разрезного микротрона

Основным ограничением, остановившим развитие ускоряющих структур «корнельского» типа, был низкий уровень СВЧ мощности, который можно подвести к ускоряющим резонаторам, по сравнению со структурами последовательного типа на основе периодических волноводов. Из-за топологии электромагнитного поля в возбуждающей коаксиальной линии (концентрации электрического поля к центральному проводнику), с определенного значения входной мощности возникают пробои, не позволяющие дальше поднимать энергию пучка. Это обстоятельство исключает возможность создания ускорителя на значительную энергию.

Ограничение, вызванное наличием коаксиальной линии в качестве возбуждающего элемента для ускоряющих резонаторов, можно снять, применив прямоугольный волновод. Прямая замена коаксиальной линии на такой волновод в данном случае невозможна, поскольку в волноводе фазовая скорость больше скорости света, что нарушает синхронизм ускоряемых частиц с электромагнитным полем. Однако, если ввод СВЧ мощности и инжекция пучка осуществляются с противоположных концов ускоряющей структуры с параллельной связью, то можно добиться синхронизации ускоряющего поля и частиц при использовании вместо коаксиальной линии гладкого [1.16].

При такой схеме ускоряющей структуры каждый резонатор, включенный в боковую стенку волновода, отражает, что искажает структуру поля и нарушает процесс ускорения пучка. Процесс согласования каждого ускоряющего резонатора становится очень сложным, а сама ускоряющая структура дорогой. Для облегчения процесса изготовления было предложено использовать вместо возбуждающего волновода возбуждающий волноводный резонатор [1.17]. В 2011 г. с помощью такой структуры, изготовленной совместно ИЯФ СО РАН и ИХКиГ СО РАН и показанной на рис. 1.8.3, был ускорен пучок электронов до 4 МэВ [1.18].

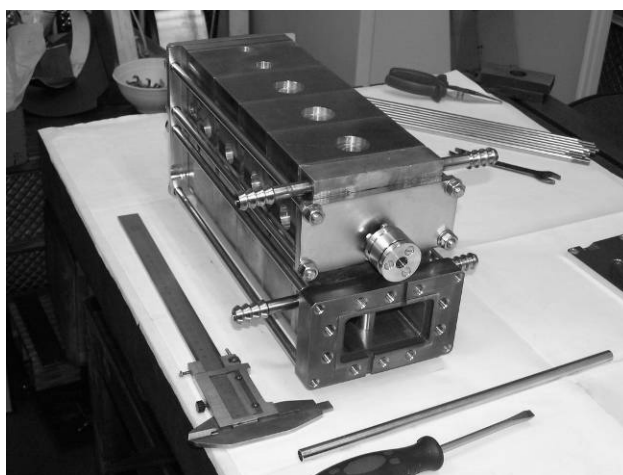


Рис. 1.8.3. Ускоряющая структура с параллельной связью с волноводным возбуждающим резонатором

1.9. Сверхпроводящие линейные ускорители

При подаче СВЧ мощности в ускоряющую структуру из-за наличия конечной проводимости материала структуры (обычно это медь) всегда возникают потери мощности. Если речь идет о достаточно больших ускорителях, для которых хотелось бы иметь небольшую величину затраченной СВЧ мощности на единицу длины ускорителя, то применяют ускоряющие структуры, состоящие из сверхпроводящих резонаторов. Благодаря этому, проводимость структуры удастся значительно увеличить, сократив тем самым мощность потерь в стенках резонаторов.

Сверхпроводящие ускорители начали развиваться в 1962 г. [1.19]. Первые сверхпроводники пытались создать при использовании свинца, но примерно в 1969 г. свинец был вытеснен ниобием, который лучше подходил для использования в СВЧ технике.

В 1972 г. в Стэнфордском университете был ускорен первый электронный пучок в сверхпроводящем линейном ускорителе [1.20]. В настоящее время использование сверхпро-

водящих резонаторов стало обычным делом. На рис. 1.9.1 показана сверхпроводящая структура, разрабатываемая для проекта ILC (International Linear Collider) [1.21].



Рис. 1.9.1. Сверхпроводящая структура для International Linear Collider

К сожалению, в отличие от режима постоянного тока, при использовании высоких частот потери в сверхпроводнике не равны нулю. В этом случае поверхностное сопротивление сверхпроводника R_s можно описать формулой [1.22], [1.23]

$$R_s = A \frac{\omega^2}{T} e^{-\alpha \frac{T_{кр}}{T}} + R_{ост},$$

где $\alpha = 1,76$, A – константа, зависящая от материала, ω – круговая частота, $T_{кр}$ – критическая температура материала, T – температура материала, $R_{ост}$ – остаточное сопротивление, которое возникает из-за наличия дефектов в кристаллической решетки, примесей и т. п. Так, например, для резонатора из ниобия при частоте 1,3 ГГц и температуре $T = 2$ К поверхностное сопротивление может достигать $R_s \sim 15$ нОм ($R_{ост} \sim 3$ нОм).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1.1. *Wangler T.*, Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 1–5.
- 1.2. *Ising G.*, Prinzip einer Methode zur Herstellung von Kanalstrahlen hoher Voltzahl. German: Arkiv för matematik, astronomi och fysik, 1924. v. 18. N 30, pp. 1–4.
- 1.3. *Wideröe R.*, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen. German: Archiv für Elektrotechnik. 1928. v. 21. N 4, pp. 387–406.
- 1.4. *Alvarez L. W.*, //Phys. Rev., 1946, v. 70, p. 799.
- 1.5. *Ginzton E. L. Hansen W. W., Kennedy W. R.*, // Rev. Sci. Instrum., 1948. v. 19. pp. 89–108.
- 1.6. *Hansen W. W., Kyhl R. L., Neal R. B., Panofsky W. K. H., Chodorow M., Ginzton E.L.*, // Rev. Sci. Instrum., 1955, v. 26, p. 134.
- 1.7. *Dunn P. D., Sabel C.S., Thompson D. J.*, Coupling of resonant cavities by resonant coupling devices. Harwell: AERE Report GP/R, 1966, p. 46.
- 1.8. *Lapostolle D., Pierre M.*, Linear Accelerators. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1970. p. 637–738.
- 1.9. *Андреев В.Г.*, Определение геометрии и структуры со знакопеременным и ускоряющим полем на ПИ / 2 волне. // ЖТФ, 1971, Т. 41, вып. 4, с. 788–796.
- 1.10. *Зейдлиц П. М. , Ямницкий В. А.* Исследование ускоряющих систем, работающих на волнах, аналогичных Н. // Атомная энергия, 1961. Т.10. Вып. 5. с. 469–477.
- 1.11. *Бомко В. А., Ревуцкий Е. И.*, Изучение ускоряющей системы на H_{111} -волне. // ЖТФ, 1964. Т. 34, вып. 7, с. 1259–1265.
- 1.12. *Капчинский И. М., Тепляков В. А.*, Линейный ускоритель ионов с пространственно однородной жесткой фокусировкой. // ПТЭ, 1970. №. 2, с. 19–22.
- 1.13. *Wangler T. P.*, Ion linacs. // Proc. of physics and technology of linear accelerator systems, 2002. p. 10–12.
- 1.14. *Sundelin R. M., Krchgessner J. L., Tiger M.*, Parallel Coupled Structure. IEEE Trans. on Nucl. Science, 1977. Vol. NS-24, No.3, p.1686.
- 1.15. *Акимов В. Е., Воблый П. Д., Карлинер М. М.*, и др. Ускоряющая система разрезного микротрона. Новосибирск : Препринт ИЯФ 89-162.
- 1.16. *Иванников В. И., Черноусов Ю. Д., Шеболаев И. В.*, Ускоряющая структура с параллельной связью. // ЖТФ, 1986, Т. 56, N 12, с.2407.
- 1.17. *Brezhnev O. N., Chernousov D. Y., Logatchev P. V., Pavlov V. M.*, and etc. Parallel coupled accelerating structure. // Proceedings of LINAC 2002, pp. 213–215.
- 1.18. *Левичев А. Е.*, Ускоряющая структура с параллельной связью с волноводным возбуждающим резонатором. Автореферат, Новосибирск, 2011.
- 1.19. Advances of accelerator physics and technologies edited by Herwing Schopper. (Advanced series on directions in high energy physics. Vol. 12.). World Scientific Pub Co. 1993. pp. 321–354.
- 1.20. *Mc Ashan M., Mittag K., Schwettman H., Suelze L., Turneure J.*, // Appl. Phys. Lett., 1973. v. 22, p. 605.
- 1.21. <http://www.linearcollider.org> / ILC
- 1.22. *Padamsee H. et. al.*, RF superconductivity for accelerators. John Wiley & Sons, 1998.
- 1.23. *Padamsee H. et. al.*, RF superconductivity: science, technology and applications. New York: John Wiley & Sons, 2009.

Глава 2

Волновые уравнения

2.1. Получение волновых уравнений

Уравнения Максвелла, описывающие свойства электромагнитного поля, имеют вид [2.1]:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \sigma\vec{E} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \quad (2.1.1)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad (2.1.2)$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \text{div}\vec{E} = \rho, \quad (2.1.3)$$

$$\mu\mu_0 \text{div}\vec{H} = 0. \quad (2.1.4)$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженности электрического и магнитного поля соответственно, $\vec{j}$ – вектор плотности тока сторонних зарядов, σ – удельная проводимость материала, $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ Ф/м и $\mu_0 = 12,566 \times 10^{-7}$ Гн/м – электрическая и магнитная постоянные соответственно, ε и μ – коэффициенты относительной диэлектрической и магнитной проницаемости соответственно (не зависят от координат и напряженностей электромагнитного поля), ρ – плотность зарядов.

Перепишем уравнения Максвелла с учетом метода комплексных амплитуд [2.2], заменив $\vec{A} \rightarrow \dot{\vec{A}}e^{i\omega t}$, $\frac{d\dot{\vec{A}}e^{i\omega t}}{dt} = i\omega\dot{\vec{A}}$ и полагая отсутствие зарядов, т. е. $\vec{j} = 0$ и $\rho = 0$.

$$\text{rot}\dot{\vec{H}} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0\dot{\vec{E}} \cdot \left(1 + \frac{\sigma}{i\omega\varepsilon\varepsilon_0}\right) = i\omega\dot{\varepsilon}\varepsilon_0\dot{\vec{E}}, \quad (2.1.5)$$

$$\text{rot}\dot{\vec{E}} = -i\omega\mu\mu_0\dot{\vec{H}}, \quad (2.1.6)$$

$$\text{div}\dot{\vec{E}} = 0, \quad (2.1.7)$$

$$\text{div}\dot{\vec{H}} = 0, \quad (2.1.8)$$

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \left(1 - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\right). \quad (2.1.9)$$

Из (2.1.5) и (2.1.6) видно, что уравнения для $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$ одинаковые с точностью до знака и констант, поэтому далее будем расписывать выражения для $\dot{\vec{H}}$. Раскроем ротор от ротора $\dot{\vec{H}}$:

$$\text{rot}(\text{rot}\dot{\vec{H}}) = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \dot{\vec{H}} = \vec{\nabla} \text{div}\dot{\vec{H}} - \nabla^2 \dot{\vec{H}} = i\omega\dot{\varepsilon}\varepsilon_0 \text{rot}\dot{\vec{E}} = \omega^2 \dot{\varepsilon}\varepsilon_0\mu\mu_0\dot{\vec{H}},$$

с учетом (2.1.8), получаем

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}} + \omega^2 \dot{\varepsilon}\varepsilon_0\mu\mu_0\dot{\vec{H}} = 0 \text{ или } \nabla^2 \dot{\vec{H}} + k^2 \dot{\vec{H}} = 0.$$

Аналогичные вычисления можно проделать для электрического поля и в итоге записать [2.3]:

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}} + k^2 \dot{\vec{H}} = 0 \quad (2.1.10)$$

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}} + k^2 \dot{\vec{E}} = 0, \quad (2.1.11)$$

где $k^2 = \omega^2 \in \varepsilon_0 \mu \mu_0$. Выражения (2.1.10) и (2.1.11) называются *волновыми уравнениями* и справедливы для любой системы координат.

Для упрощения анализа волновые уравнения можно разделить на продольную (с единичным вектором $\vec{z}_0$) и поперечную (с индексом $\perp$), составляющую: $\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{z}_0 \dot{H}_z$, тогда

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{H}}_{\perp} + k^2 \dot{\vec{H}}_{\perp} = 0 \\ \nabla^2 \dot{H}_z + k^2 \dot{H}_z = 0 \end{cases}, \quad (2.1.12)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{E}}_{\perp} + k^2 \dot{\vec{E}}_{\perp} = 0 \\ \nabla^2 \dot{E}_z + k^2 \dot{E}_z = 0 \end{cases}. \quad (2.1.13)$$

В итоге, для решения (2.1.10) и (2.1.11) достаточно найти выражения только для продольных составляющих компонент электромагнитного поля, так как поперечные компоненты можно выразить через них.

2.2. Связь продольных и поперечных компонент электромагнитного поля

Выделим поперечные и продольные компоненты векторов в выражении (2.1.5):

$$\begin{aligned} & \left(\vec{\nabla}_{\perp} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \times \left(\dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{z}_0 \dot{H}_z \right) = \\ & = \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{\nabla}_{\perp} \times \vec{z}_0 \dot{H}_z + \vec{z}_0 \times \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{z}_0 \times \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \dot{H}_z = i\omega \in \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}. \end{aligned}$$

Векторное произведение параллельных векторов равно нулю, поэтому $\vec{z}_0 \times \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \dot{H}_z = 0$. Оставшиеся члены можно записать в виде

$$\vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{\nabla}_{\perp} \times \vec{z}_0 \dot{H}_z + \vec{z}_0 \times \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{H}}_{\perp} + \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0.$$

В данном случае применено правило сочетания для векторного произведения [2.4]. Таким образом, (2.1.5) и (2.1.6) принимают вид

$$\begin{aligned} rot \dot{\vec{H}} &= \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{H}}_{\perp} + \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 = i\omega \in \varepsilon_0 \left(\dot{\vec{E}}_{\perp} + \vec{z}_0 \dot{E}_z \right), \\ rot \dot{\vec{E}} &= \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{E}}_{\perp} + \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 = -i\omega \mu \mu_0 \left(\dot{\vec{H}}_{\perp} + \vec{z}_0 \dot{H}_z \right). \end{aligned}$$

Из данных выражений следуют равенства для каждой из компонент векторов:

$$\begin{cases} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 = i\omega \in \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}_{\perp}, \\ \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{H}}_{\perp} = i\omega \in \varepsilon_0 \vec{z}_0 \dot{E}_z \end{cases}, \quad (2.2.1)$$

$$\begin{cases} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 = -i\omega \mu \mu_0 \dot{\vec{H}}_{\perp}, \\ \vec{\nabla}_{\perp} \times \dot{\vec{E}}_{\perp} = -i\omega \mu \mu_0 \vec{z}_0 \dot{H}_z \end{cases}. \quad (2.2.2)$$

Для нахождения $\dot{\vec{H}}_{\perp}$ подставим в (2.2.1) для векторного произведения с $\vec{z}_0$ выражение

$\dot{\vec{H}}_{\perp} = \frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \vec{z}_0 \times \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right)$, полученное из уравнения (2.2.2):

$$\left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z + \frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 \right) \times \vec{z}_0 = i\omega \in \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}_{\perp}. \quad (2.2.3)$$

С учетом $\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) \times \vec{z}_0 \right) \times \vec{z}_0 = - \left(\vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial}{\partial z} \dot{E}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right)$, окончательно перепишем уравнение (2.2.3):

$$\vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z \times \vec{z}_0 - \frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial}{\partial z} \dot{E}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) = i\omega \in \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}_{\perp}.$$

Учитывая правильный знак, по аналогии с магнитным полем, для электрического поля получаем:

$$\vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 + \frac{1}{i\omega \in \varepsilon_0} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial}{\partial z} \dot{H}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{H}}_{\perp} \right) = -i\omega\mu\mu_0 \dot{\vec{H}}_{\perp}.$$

В итоге связь поперечных составляющих электромагнитного поля с продольными компонентами векторов будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z \times \vec{z}_0 - \frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial}{\partial z} \dot{E}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{E}}_{\perp} \right) = i\omega \in \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}_{\perp} \\ \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 + \frac{1}{i\omega \in \varepsilon_0} \left(\vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial}{\partial z} \dot{H}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{H}}_{\perp} \right) = -i\omega\mu\mu_0 \dot{\vec{H}}_{\perp} \end{cases}. \quad (2.2.4)$$

Полные уравнения, с учетом волновых уравнений для продольных составляющих, записанных в выражениях (2.1.12) и (2.1.13):

$$\begin{cases} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \dot{\vec{E}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial z} - ik\dot{\vec{Z}} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z \times \vec{z}_0 \\ \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \dot{\vec{H}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} + i\frac{\dot{k}}{\dot{Z}} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 \end{cases}, \quad (2.2.5)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{E}}_z + k^2 \dot{\vec{E}}_z = 0 \\ \nabla^2 \dot{\vec{H}}_z + k^2 \dot{\vec{H}}_z = 0 \end{cases}. \quad (2.2.6)$$

$\dot{Z} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\in \varepsilon_0}}$ – комплексное волновое сопротивление среды. Волновое сопротивление вакуума

имеет постоянное значение $\dot{Z} = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ Ом.

Решение волновых уравнений (2.1.10)–(2.1.11) в общем виде для произвольной передающей линии приводится, например, в [2.5]. Само решение выводиться в данном разделе не будет, стоит только заметить, что оно получается с помощью метода Фурье с разделением переменных и из него следует, что

$$\dot{\vec{E}}, \dot{\vec{H}} \propto e^{-\alpha \cdot z} \cdot e^{i(\omega t - \beta \cdot z)}, \quad (2.2.7)$$

α – постоянная затухания, обусловленная наличием проводимости σ ; β – волновое число, связанное с распространением волн вдоль передающей линии (вдоль z).

2.3. Фазовая скорость и длина волны

Далее будем рассматривать случай, когда затухание волн отсутствует ($\alpha = 0$) и $\mu = 1$, $\varepsilon = 1$. В этом случае волновое число $\dot{k}$ становится вещественным:

$$\dot{k} = k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.3.1)$$

где c – скорость света в вакууме, λ – длина волны в свободном пространстве (генератора). Если электромагнитное поле распространяется в пространстве без границ, тогда $k = \beta$.

При рассмотрении бесконечной передающей линии в общем случае при решении волновых уравнениях (2.1.10) и (2.1.11) из-за граничных условий возникает так называемое критическое волновое число $k_{\perp}^2 = k^2 - \beta^2$ [2.6], благодаря чему появляется ограничение на распространение электромагнитной волны. $k_{\perp}$ зависит от геометрии передающей линии, внутри которой возникают электромагнитные колебания, оно определяет критическую длину волны $\lambda_{\perp} = 2\pi/k_{\perp}$ и критическую частоту $f_{\perp} = c/\lambda_{\perp}$. В этом случае распространение происходит только если длина волны генератора меньше критической длины волны $\lambda < \lambda_{\perp}$. Волновое число $\beta = 2\pi/\Lambda$ в данном случае не равно $k = 2\pi/\lambda$, а определяется разностью

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_{\perp}^2}, \quad (2.3.2)$$

откуда получаем, что

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_{\perp}^2}}, \quad (2.3.3)$$

где Λ – длина волны, распространяющейся по передающей линии с граничными условиями.

Из (2.2.7) следует, что электромагнитная волна имеет периодический характер вида $E, H \propto A \cdot \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot z) = A \cdot \cos(\varphi)$. В случае $\varphi = \text{const}$ получаем, что $\omega - \beta \cdot \frac{dz}{dt} = 0$, откуда следует понятие фазовой скорости волны v_{ϕ}

$$\frac{dz}{dt} = v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}. \quad (2.3.4)$$

Она отвечает за движение величины $A \cdot \cos(\varphi = \text{const})$, например, при $\varphi = 0$ получаем перемещение максимального значения амплитуды волны $E_{\max}, H_{\max} \propto A$. Из (2.3.3) видно, что $\Lambda = 2\pi \cdot v_{\phi} / \omega > \lambda = 2\pi \cdot c / \omega$, т. е. в общем случае в передающей линии с граничными условиями фазовая скорость волны больше скорости света. Данное замечание ничему не противоречит, поскольку фазовая скорость не отвечает за передачу энергии, а значит, может быть любой. С учетом (2.3.3) и (2.3.4) можно записать, что

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_{\perp}^2}}, \quad (2.3.5)$$

т. е. возникает понятие *дисперсии* волны в передающей линии – зависимости фазовой скорости от частоты [2.7] (рис. 2.3.1). На рис. 2.3.1 видно, что фазовая скорость в волноводе всегда больше скорости света, а передача электромагнитной волны возможно только при частоте больше критической частоты системы.

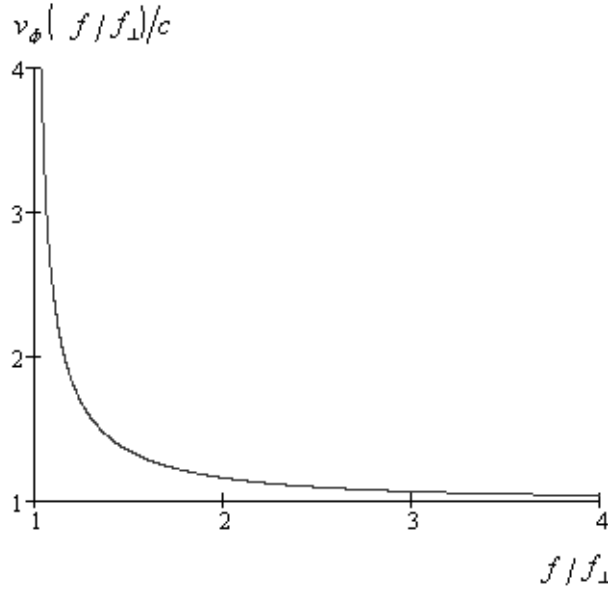


Рис. 2.3.1. Дисперсионная кривая

2.4. Основные типы волн

При вакуумном наполнении и отсутствии затухания $\alpha = 0$ уравнения (2.2.5) и (2.2.6) можно переписать в более простой форме

$$\begin{cases} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \dot{\vec{E}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial z} - ikZ \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z \times \vec{z}_0 \\ \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \dot{\vec{H}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} + i \frac{k}{Z} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 \end{cases}, \quad (2.4.1)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{E}}_z + k^2 \dot{\vec{E}}_z = 0 \\ \nabla^2 \dot{\vec{H}}_z + k^2 \dot{\vec{H}}_z = 0 \end{cases}. \quad (2.4.2)$$

Из (2.4.1) и (2.4.2) следует, что существуют три *независимых* решения (три независимых вида волны): $\dot{H}_z = 0$, $\dot{E}_z \neq 0$ — *ТМ (Е-волна)*; $\dot{H}_z \neq 0$, $\dot{E}_z = 0$ — *ТЕ (Н-волна)*; $\dot{H}_z = 0$, $\dot{E}_z = 0$ — *ТЕМ*. Все остальные волны получаются из суперпозиции трех основных типов волн. С учетом (2.2.7), дифференцирование по координате z можно заменить на $\frac{\partial}{\partial z} = -i\beta$,

$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -\beta^2$. Применяя определение для критического волнового числа $k_{\perp}^2 = k^2 - \beta^2$, выра-

жения (2.4.1) и (2.4.2) примут вид ($Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ Ом)

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2} \left[\frac{\beta}{k} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z + Z_0 \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z \times \vec{z}_0 \right] \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2} \left[\frac{\beta}{k} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{H}_z - \frac{1}{Z_0} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 \right] \end{cases}. \quad (2.4.3)$$

ТМ (Е-волна): $H_z = 0$

В этом случае из (2.4.3) легко получить следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2} \frac{\beta}{k} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = \frac{ik}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_0} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} \dot{E}_z \times \vec{z}_0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = Z_E \cdot \left[\dot{\vec{H}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = -\frac{1}{Z_E} \cdot \left[\dot{\vec{E}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \\ Z_E = \frac{\beta}{k} Z_0 \end{cases} \quad (2.4.4)$$

ТЕ (Н-волна): $E_z = 0$

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = Z_H \cdot \left[\dot{\vec{H}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = -\frac{1}{Z_H} \cdot \left[\dot{\vec{E}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \\ Z_H = \frac{k}{\beta} Z_0 \end{cases} \quad (2.4.5)$$

ТЕМ: $E_z = 0, H_z = 0$

В данном случае дисперсия волн отсутствует и $k_{\perp} = 0$, поэтому в уравнениях (2.4.3) возникает неопределенность, тем не менее, решение для таких волн существует, и в общем виде оно записывается аналогично двум другим типам волн, только волновое сопротивление равно $Z_0 = 120\pi$ Ом [2.8]:

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = Z_0 \cdot \left[\dot{\vec{H}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = -\frac{1}{Z_0} \cdot \left[\dot{\vec{E}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \right] \end{cases} \quad (2.4.6)$$

Решая уравнения (2.4.4)–(2.4.6), с учетом граничных условий для нормальной составляющей магнитного поля $\dot{H}_n = 0$ и тангенциальной составляющей электрического поля $\dot{E}_t = 0$, без учета потерь, можно найти выражения для магнитных и электрических полей в волноводе [2.9].

Прямоугольный волновод Н-волна:

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{\pi m}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{E}_y &= -i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{\pi m}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{E}_z &= 0, \\ \dot{H}_x &= i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{H}_y &= i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{\pi m}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \end{aligned}$$

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

Прямоугольный волновод Е-волна:

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= -i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{E}_y &= -i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{E}_z &= \dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{H}_x &= i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_E} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{H}_y &= -i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_E} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \\ \dot{H}_z &= 0.\end{aligned}$$

Цилиндрический волновод Н-волна:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{\alpha} &= -i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{\nu'_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{E}_r &= \mp i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{E}_z &= 0, \\ \dot{H}_{\alpha} &= \mp i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{H}_r &= i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{\nu'_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{H}_z &= \dot{H}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} J_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}.\end{aligned}$$

Цилиндрический волновод Е-волна:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{\alpha} &= \pm i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{E}_r &= i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{\nu_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{\nu_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{E}_z &= \dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} J_m\left(\frac{\nu_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{H}_{\alpha} &= -i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_E} \frac{\nu_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{\nu_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{H}_r &= \mp i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta \cdot z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_E} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu_{mn}}{r_0}r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}, \\ \dot{H}_z &= 0.\end{aligned}$$

В данном случае указаны следующие обозначения: J_m – функция Бесселя m -го порядка, J'_m – производная функции Бесселя m -го порядка, ν_{mn} – n -й корень функции Бесселя m -того

порядка, v'_{mn} – n -й корень производной функции Бесселя m -того порядка, r_0 – радиус цилиндрического волновода (рис. 2.4.1), a и b – ширина и высота прямоугольного волновода соответственно (рис. 2.4.1), m и n – порядковые номера вариации поля по осям x и y для прямоугольного волновода и по углу и радиусу для цилиндрического волновода соответственно. Критические волновые числа находятся из соотношений:

$$k_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{\pi m}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2} \quad - \text{ для } H_{mn} \text{ и } E_{mn} \text{ полей прямоугольного волновода,}$$

$$k_{\perp} = \frac{v_{mn}}{r_0} \quad - \text{ для } E_{mn} \text{ поля цилиндрического волновода,}$$

$$k_{\perp} = \frac{v'_{mn}}{r_0} \quad - \text{ для } H_{mn} \text{ поля цилиндрического волновода.}$$

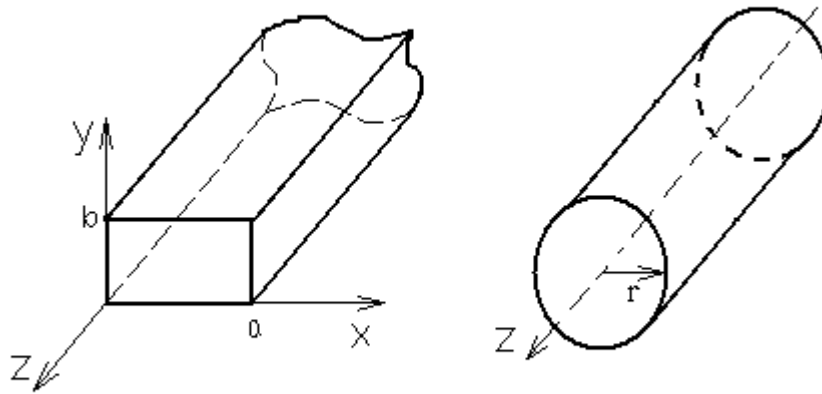


Рис. 2.4.1. Внешний вид прямоугольного и цилиндрического волноводов

Для прямоугольных волноводов самой низкой частотой пропускания является волна H_{10} , показанная на рис. 2.4.2. Для волновода с сечением $72 \times 34 \text{ мм}^2$ она соответствует частоте $2,08 \text{ ГГц}$ (для $90 \times 45 \text{ мм}^2 - 1,67 \text{ ГГц}$).

Для цилиндрического волновода самой нижней является волна H_{11} . Следующая волна, изображенная на рис. 2.4.3, идет E_{01} , которая используется для ускорения частиц, так как имеет продольное распределение электрического поля.

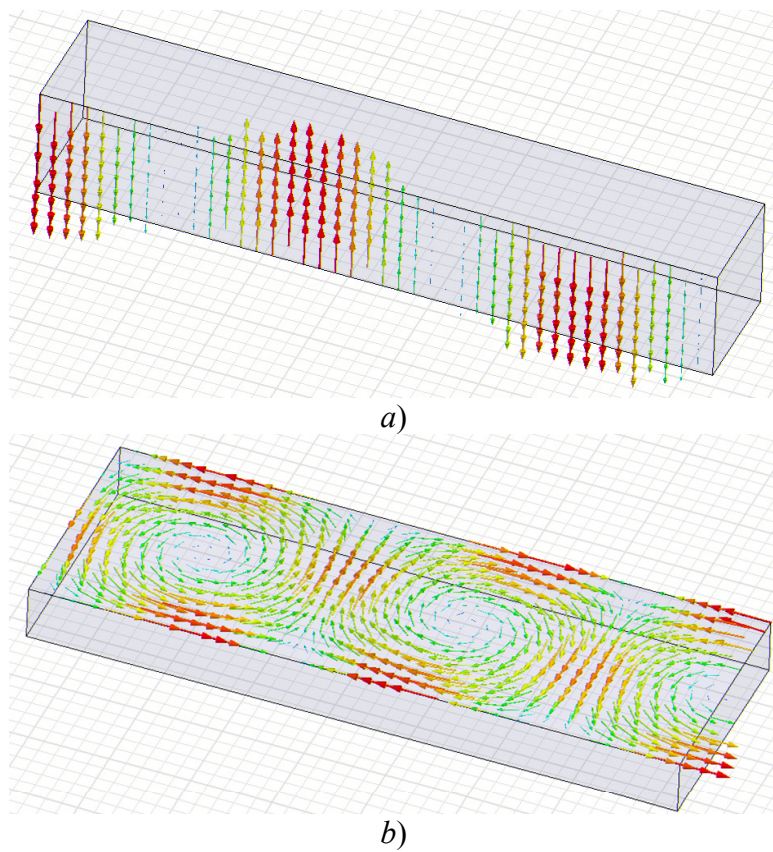


Рис. 2.4.2. Волна H_{10} в прямоугольном волноводе: а) электрическое поле, б) магнитное поле

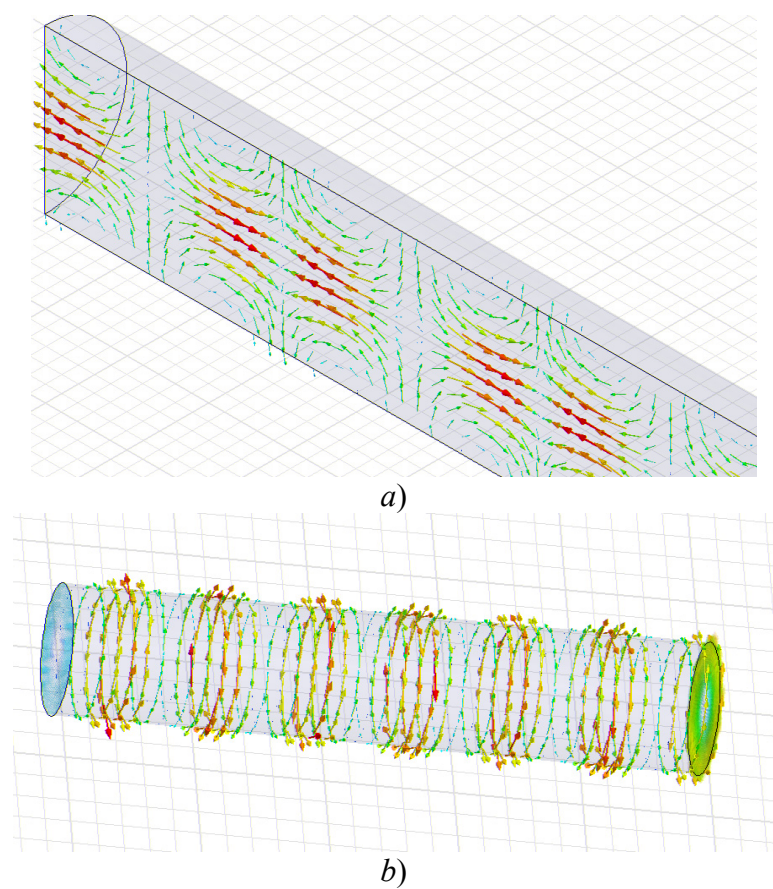


Рис. 2.4.3. Волна E_{01} в цилиндрическом волноводе: а) электрическое поле, б) магнитное поле

2.5. Передача мощности по волноводу, теорема Умова – Пойнтинга

Возьмем дивергенцию от векторного произведения электрического и магнитного поля

$$\operatorname{div}[\vec{E} \times \vec{H}] = -\vec{E} \cdot [\vec{\nabla} \times \vec{H}] + \vec{H} \cdot [\vec{\nabla} \times \vec{E}]. \quad (2.5.1)$$

Умножая уравнения Максвелла (2.1.1) и (2.1.2) на вектор электрического и магнитного поля соответственно, можно получить:

$$\vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{E} \cdot \vec{j} + \sigma E^2 + \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}, \quad (2.5.2)$$

$$\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{\mu \mu_0}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t}. \quad (2.5.3)$$

Применяя (2.5.2) и (2.5.3), уравнение (2.5.1) переписывается в виде

$$\operatorname{div}[\vec{E} \times \vec{H}] = -\vec{E} \cdot \vec{j} - \sigma E^2 - \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{\mu \mu_0}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t}. \quad (2.5.4)$$

С учетом теоремы Остроградского – Гаусса [2.10], интеграл по объему от выражения (2.5.4) примет вид

$$\int \operatorname{div}[\vec{E} \times \vec{H}] dv = \oint [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{s} = -\int \vec{E} \cdot \vec{j} dv - \int \sigma E^2 dv - \frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{\mu \mu_0}{2} H^2 \right) dv$$

или

$$-\oint [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{s} = \int \vec{E} \cdot \vec{j} dv + \int \sigma E^2 dv + \frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{\mu \mu_0}{2} H^2 \right) dv. \quad (2.5.5)$$

Самый простой способ понять, что собой представляет выражение (2.5.5) – провести анализ размерностей компонент уравнения:

$[\int \sigma E^2 dv] = (m^3/Ом/м)(В^2/м^2) = Ом \cdot В^2 = Вт$ – омическая мощность потерь СВЧ сигнала.

$[\int \vec{E} \cdot \vec{j} dv] = (m^3 А/м^2)(В/м) = А \cdot В = Вт$ – мощность, поступающая в источник тока ($\vec{j} \cdot \vec{E} > 0$), или излученная источником тока ($\vec{j} \cdot \vec{E} < 0$).

$[\frac{\partial}{\partial t} \int (\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{\mu \mu_0}{2} H^2) dv] = m^3 (Ф/м)(В^2/м^2)/с + m^3 (Гн/м)(А^2/м^2)/с = Дж/с = Вт$ – мощность электромагнитного поля.

$[\oint [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{s}] = m^2 (В/м)(А/м) = В \cdot А = Вт$ – поток мощности через плоскость.

Таким образом, выражение (2.5.5) описывает полную мощность, переносимую электромагнитным полем. Величину $\vec{\Pi} = [\vec{E} \times \vec{H}]$ называют *вектором Умова – Пойнтинга*, или просто – *вектором Пойнтинга*, а уравнение (2.5.5) – *теоремой Умова – Пойнтинга*.

В общем виде анализ уравнений Максвелла проводится в комплексном виде методом комплексных амплитуд [2.2]. Однако, когда речь идет о мощностях, становится интересна активная усредненная составляющая мощности, поскольку она является наиболее часто измеряемой величиной и играет очень важную роль при проектировании СВЧ-устройств.

Для комплексных векторных амплитуд действительная часть находится из выражения $\operatorname{Re} \dot{A} = \frac{1}{2} (\dot{A} + \dot{A}^*)$. Таким образом, для вектора Умова – Пойнтинга можно записать:

$$\operatorname{Re} \dot{\Pi} = [\operatorname{Re} \dot{E} \times \operatorname{Re} \dot{H}] = \frac{1}{4} [\dot{E} + \dot{E}^* \times \dot{H} + \dot{H}^*] = \frac{1}{4} [\dot{E}^* \times \dot{H}^*] + \frac{1}{4} [\dot{E} \times \dot{H}] + \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{E} \times \dot{H}^*].$$

С учетом зависимости от времени

$$\operatorname{Re} \dot{\vec{\Pi}} = \frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}} \right] e^{-2i\omega t} + \frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}} \right] e^{2i\omega t} + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right].$$

Среднее значение функции $f(t)$ с периодом T по определению находится из выражения $\langle f \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$. В нашем случае после усреднения $\operatorname{Re} \dot{\vec{\Pi}}$ останутся только члены без зависимости от времени, так как среднее значение $\langle \exp(\pm 2i\omega \cdot t) \rangle = 0$:

$$\operatorname{Re} \langle \dot{\vec{\Pi}} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right], \quad (2.5.6)$$

т. е. среднее значение мощности электромагнитного поля равно половине действительной части комплексного выражения.

В итоге можно записать:

$$P_{cp} = \oint \langle \dot{\vec{\Pi}} \rangle \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \oint \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right] \cdot d\vec{s} - \text{средний за период поток мощности,}$$

$$\frac{1}{2} \int \sigma \dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{E}}^* dv - \text{средние омические потери,}$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{j}}^* dv - \text{средняя мощность потерь стороннего источника,}$$

$$\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{4} \int \dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{E}}^* dv - \text{средняя запасенная энергия электрического поля,}$$

$$\frac{\mu \mu_0}{4} \int \dot{\vec{H}} \cdot \dot{\vec{H}}^* dv - \text{средняя запасенная энергия магнитного поля.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 2.1. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с.21.
- 2.2. *Атабеков Г. И.* Основы теории цепей. М. : Энергия, 1969, с. 48–60.
- 2.3. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа. 1970, с.22–23.
- 2.4. *Бронштейн И., Семендяев К.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. 10-е издание. М. : Наука, 1964. с. 522.
- 2.5. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 23–26.
- 2.6. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 30.
- 2.7. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа. 1970, с. 31.
- 2.8. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 34–38.
- 2.9. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 49–94.
- 2.10. *Бронштейн И., Семендяев К.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. 10-е издание. М. : Наука, 1964. с. 545.

Глава 3

Фундаментальная теорема о нагрузке током для резонатора

Часто вопрос разработчиков источников СВЧ мощности выглядит следующим образом: какую энергию излучит заряд q , пролетев резонатор или замедляющую систему, какое напряжение будет наведено в резонаторе после пролета заряженного сгустка? Электрическое поле, наведенное сгустком после пролета резонатора или замедляющей системы, приводит к «подсадке» ускоряющего поля от генератора. Частица, двигаясь в ускоряющем поле от СВЧ-генератора и в собственном поле излучения, не добывает энергии. Кроме этого такое движение приводит и к другим эффектам в ускорителе.

Существует несколько способов нахождения наведенного напряжения в резонаторе после пролета через него заряда. Рассмотрим один из них. Через резонатор пролетает точечный заряд q , т. е. его размеры много меньше длины волны, возбуждаемой в резонаторе моды. Так как электрические поля, действующие на заряженную частицу со стороны генератора и собственного поля излучения, аддитивны, то можно рассмотреть отдельно собственное поле излучения сгустка, а затем просто сложить его с полем, получаемым за счет мощности генератора.

Представим, что перед пролетом заряда через резонатор в нем не было запасенной энергии [3.1]. После пролета частицы в резонаторе появится наведенное напряжение V_b . Энергия, запасенная в резонаторе, пропорциональна квадрату напряжения $W = \alpha \cdot V_b^2$. Так как других полей, кроме наведенного самой частицей в резонаторе нет, то частица будет взаимодействовать с какой-либо частью наведенного напряжения V_b . Пусть на частицу действует (тормозит) напряжение $V_e = f \cdot V_b$, т. е. напряжение V_e – это то напряжение, которое «увидит» частица, пролетев резонатор. Причем оно может быть не в фазе с наведенным напряжением V_b , а быть сдвинутым по фазе на угол ε (рис. 3.1, а). Пусть после первого пролета заряд возвратится ко входу в резонатор без потери энергии (например, с помощью постоянного магнитного поля) так, что его фаза будет определяться через n полных периодов колебания в резонаторе плюс остаточное время θ / ω_0 , где θ – пролетный угол, ω_0 – резонансная частота возбуждаемой моды. Считаем, что потери в резонаторе малы, т. е. напряжение, наведенное в резонаторе после первого пролета частицы $V_b(1)$, не изменится по амплитуде, а только повернется на дополнительный угол θ (рис. 3.1, б).

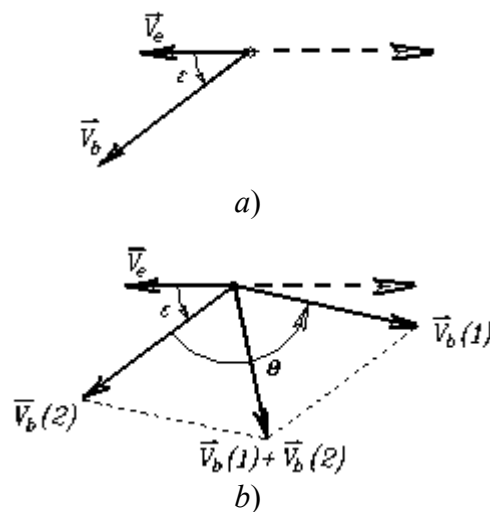


Рис. 3.1. Диаграмма напряжений в резонаторе: а) после первого пролета заряда, б) после второго пролета

После второго пролета резонатора заряд также наведет в нем напряжение $V_b(2)$, равное по амплитуде $V_b(1)$. Полная энергия, запасенная в резонаторе после двух пролетов, будет равна

$$W = \alpha \cdot \left| \vec{V}_b(1) + \vec{V}_b(2) \right|^2 = \alpha \cdot \left[2V_b \cos \frac{\theta}{2} \right]^2 = 2\alpha V_b^2 (1 + \cos \theta). \quad (3.1)$$

С другой стороны, потери энергии заряда за два пролета равны

$$\Delta U = qV_e + [qV_e + qV_b \cos(\varepsilon + \theta)]. \quad (3.2)$$

Приравнявая запасенную энергию в резонаторе к потерям энергии заряда и полагая $V_e = f \cdot V_b$, получим

$$2(q \cdot f - \alpha \cdot V_b) + (q \cdot \cos \varepsilon - 2 \cdot \alpha \cdot V_b) \cdot \cos \theta - (q \cdot \sin \varepsilon) \cdot \sin \theta = 0. \quad (3.3)$$

Так как θ в нашем рассмотрении может быть любым, то

$$\sin \varepsilon = 0, \quad (3.4)$$

$$V_b = \frac{q}{2\alpha}, \quad (3.5)$$

$$f = \frac{\alpha V_b}{q} = \frac{1}{2}. \quad (3.6)$$

Таким образом, можно заключить следующее.

1. Наведенное в резонаторе напряжение находится в такой фазе, чтобы быть максимально против движения индуцирующего заряда – угол $\varepsilon = 0$.
2. Амплитуда поля излучения, наведенного в резонаторе после пролета заряженной частицей с зарядом q , равно

$$V_b = \frac{q}{2\alpha} = 2 \cdot k \cdot q, \quad (3.7)$$

где $k = \frac{1}{4\alpha}$ – параметр потерь или коэффициент, связывающий наведенное напряжение на резонаторе V_b с зарядом q (размерность параметра потерь – $[k] = \text{вольт/кулон}$), причем каждая резонансная мода имеет свой параметр потерь.

3. Заряд «видит» половину наведенного им же поля излучения

$$V_e = \frac{1}{2} \cdot V_b = k \cdot q. \quad (3.8)$$

4. Энергия, остающаяся в резонаторе после пролета заряда q , есть

$$W = \alpha \cdot V_b^2 = \frac{q^2}{4 \cdot \alpha} \equiv k \cdot q^2, \quad (3.9)$$

причем в таком резонаторе, где до этого не было других полей.

Если в резонаторе было какое-то напряжение до пролета V_g с фазой Θ_g (например, от внешнего генератора), то по принципу суперпозиции на заряженную частицу будет действовать суммарное ускоряющее поле (рис. 3.2)

$$V_A = V_S \cdot \cos \Phi_S = V_g \cdot \cos \Theta_g - k \cdot q. \quad (3.10)$$

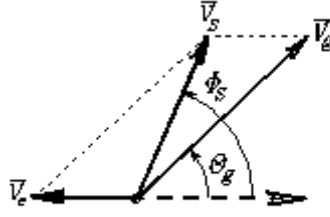


Рис. 3.2. Диаграмма сложения поля излучения и поля генератора

Как выразить параметр потерь через характеристики резонатора $k = \frac{1}{4\alpha} = \frac{V_b^2}{4W}$? Существует множество программ расчета характеристик резонаторов: LALA, SUPERFISH, SUPERLANS и другие, которые рассчитывают величину $\frac{V_{an}^2}{\omega_n W_n} = \left(\frac{R_a}{Q} \right)_n$ для каждой n -й резонансной моды (подробнее про резонансные моды рассказано в главе 4). Здесь R_a и Q – шунтовое сопротивление и добротность резонатора для n -й моды с частотой ω_n , V_{an} – напряжение для n -й моды, W_n – запасенная в моде энергия. Отсюда можно рассчитать параметр потерь для этой моды

$$k = \frac{\omega}{4} \cdot \frac{R_a}{Q}. \quad (3.11)$$

Если сгустки не короткие по сравнению с длиной волны, то это можно учесть, вводя фактор F . Заряд q наводит в резонаторе напряжение V_0 , тогда элементарный заряд dq наведет в нем напряжение $dV = V_0 \cdot (dq / q)$. Если dq влетает в резонатор в момент времени t_0 , то

$$d\tilde{V} = \frac{V_0}{q} \cdot e^{i\omega_0(t-t_0)} dq(t_0). \quad (3.12)$$

Для гауссового распределения заряда

$$dq(t_0) = I(t_0) dt_0 = \frac{q}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \cdot e^{-\frac{t_0^2}{2\sigma_t^2}} dt_0, \quad (3.13)$$

тогда

$$d\tilde{V}(t, t_0) = \frac{V_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \cdot e^{i\omega_0 t} \cdot e^{-\frac{t_0^2}{2\sigma_t^2}} \cdot (\cos \omega_0 t_0 - i \sin \omega_0 t_0) dt_0, \quad (3.14)$$

откуда после интегрирования по t_0 получим

$$\tilde{V}(t) = V_0 \cdot e^{i\omega_0 t} \cdot e^{-\frac{\omega_0^2 \sigma_t^2}{2}}. \quad (3.15)$$

Таким образом, полное наводимое напряжение $\tilde{V}(t)$ есть $V_0 \cdot e^{i\omega_0 t}$ – напряжение, наводимое в резонаторе точечным зарядом, уменьшенное на фактор

$$F_G = e^{-\frac{1}{2}\omega_0^2 \sigma_t^2}, \quad (3.16)$$

учитывающий гауссовское распределение заряда в сгустке. Для однородно заряженного сгустка, длиной t_b , фактор

$$F = \frac{\sin(\omega_0 t_b / 2)}{\omega_0 t_b / 2}. \quad (3.17)$$

При скорости сгустка, пролетающего резонатор, равной скорости света в вакууме c , его линейные размеры связаны с временной протяженностью как $\sigma_z = c \cdot \sigma_t$ или $l_b = c \cdot t_b$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

3.1. *Wangler T.*, Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 296–298.

Глава 4

Замедленные волны

4.1. Фазовая и групповая скорости волны

В главе 2 показано, что для произвольной однородной передающей линии вектор электрического и магнитного полей пропорционален $e^{i(\omega t - \vec{k}_z \cdot \vec{z})}$, где $\vec{k}_z$ – комплексная постоянная распространения волны вдоль оси z [4.1]. При отсутствии потерь в линии, т. е. при распространении волны без затухания $\vec{k}_z$ является действительной величиной, которая равна $k_z = \beta = \frac{2\pi}{\Lambda}$, где Λ – длина волны в передающей линии. Величина $\varphi = \omega t - \beta \cdot z$ называется

фазой волны в направлении оси z . Если фаза постоянна во времени, то $\frac{d\varphi}{dt} = \omega - \beta \cdot \frac{dz}{dt} = 0$, откуда получается

$$v_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = f \cdot \Lambda = c \frac{\Lambda}{\lambda}, \quad (4.1.1)$$

где v_ϕ – фазовая скорость волны, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны генератора (в свободном пространстве). *Фазовая скорость имеет смысл перемещения «гребня» электрического или магнитного поля монохроматической волны, характеризующегося постоянством фазы* [4.1]. Если заряженная частица движется с такой же скоростью как и волна, то она всегда находится в одном и том же поле (в постоянной фазе), т. е. может непрерывно увеличивать или уменьшать свою энергию. На этом принципе работают линейные ускорители на бегущей волне, а также лампы бегущей волны (ЛБВ).

Групповая скорость v_{gp} волны всегда отвечает за передачу мощности. Если энергия ΔW проходит через площадь ΔS за время Δt , то она сосредоточена в объеме $\Delta V = \Delta S \cdot \Delta l$. Если плотность энергии на единицу объема есть w , а плотность потока мощности через единичную поверхность $\vec{\Pi}$, то $\Delta W = \Delta l \cdot \int_{\Delta S'} w \cdot ds = \Delta t \cdot \int_{\Delta S} \vec{\Pi} \cdot d\vec{s}$, откуда

$$v_{gp} = \frac{\int \vec{\Pi} \cdot d\vec{s}}{\int w \cdot ds} = \frac{P_{cp}}{\int w \cdot ds} = \frac{P_{cp}}{\Delta W / \Delta z}. \quad (4.1.2)$$

В электродинамике плотность потока мощности через единичную поверхность $\vec{\Pi}$ равна (2.5.6)

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*], \text{ а } w = \frac{1}{4} \cdot [\varepsilon (\vec{E} \cdot \vec{E}^*) + \mu (\vec{H} \cdot \vec{H}^*)].$$

Для немонахроматической волны (цуга, пакета волн) групповой скоростью называется скорость перемещения максимума огибающей группы монохроматических волн, близких между собой по частоте, т. е. это скорость, с которой может передаваться информация, а скорость ее передачи будет равна [4.2]

$$v_{gp} = \frac{\delta \omega}{\delta \beta}. \quad (4.1.3)$$

В регулярных волноводах фазовая скорость, определяемая выражением (4.1.1), всегда больше скорости света, так как длина волны в волноводе больше длины волны в свободном пространстве $\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda / \lambda_\perp)^2}} > \lambda$ (уравнение 2.3.4). Для групповой скорости, с учетом вы-

ражений для $\omega = c \frac{2\pi}{\lambda} = ck$ и $k = \sqrt{k_\perp^2 + \beta^2}$, получаем:

$$v_{\text{гp}} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = c \frac{\partial k}{\partial \beta} = c \frac{1}{2} \frac{2\beta}{\sqrt{k_{\perp}^2 + \beta^2}} = c \frac{\lambda}{\Lambda} = c \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{\perp})^2}. \quad (4.1.4)$$

Из (4.1.4) видно, что групповая скорость всегда меньше скорости света.

Таким образом, в полном гладком волноводе, несмотря на передачу мощности и наличие необходимых пространственных мод, невозможно ускорять частицы из-за отсутствия синхронизации фазы волны и частиц, так как фазовая скорость волны больше скорости света, а любая материальная частица не может двигаться с такими скоростями.

4.2. Замедление фазовой скорости волны

Для эффективного взаимодействия заряженных частиц с полями волновода необходимо, чтобы фазовая скорость волны была меньше или равна скорости света, т. е. необходимо, чтобы в волноводной системе существовали типы волн с малыми Λ . Рассмотрим бесконечную, но периодическую с периодом d по оси z волноводную систему, изображенную на рис. 4.2.1.

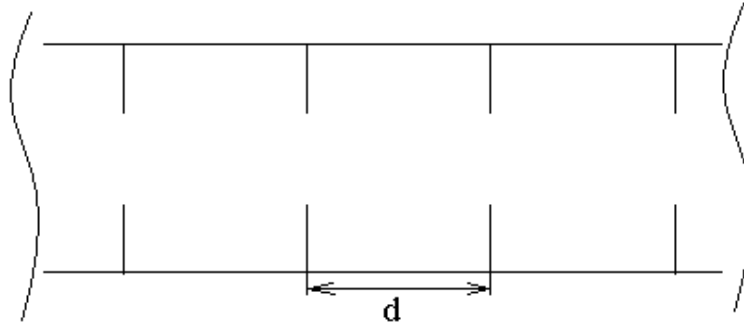


Рис. 4.2.1. Схематичный вид периодической волноводной структуры

По теореме Флоке [4.3] для систем с периодическими граничными условиями электрические (и магнитные) поля в точках, отстоящих на период d , отличаются только фазой, т. е.

$$\vec{E}(z + d, \vec{r}) = e^{-i\theta} \cdot \vec{E}(z, \vec{r}), \quad (4.2.1)$$

где $\vec{E}(z, \vec{r})$ – периодическая функция с периодом d , θ – набег фазы на элементе периодичности $\theta = \beta \cdot d$.

Будем искать решение для (4.2.1) в виде

$$\vec{E}(z, \vec{r}) = \vec{E}_0(z, \vec{r}) e^{i(\omega t - \beta \cdot z)}, \quad (4.2.2)$$

где $\vec{E}_0(z, \vec{r})$ – амплитуда электрического поля. Благодаря периодичности системы $\vec{E}_0(z, \vec{r})$, можно разложить в ряд Фурье:

$$\vec{E}_0(z, \vec{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\vec{r}) e^{-i2\pi n z / d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.2.3)$$

$$\vec{E}_n = \frac{1}{d} \int_0^d \vec{E}_0(z, \vec{r}) e^{i2\pi n z / d} dz.$$

Подставляя (4.2.2) в (4.2.1), с учетом (4.2.3), получаем

$$\vec{E}(z, \vec{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\vec{r}) e^{i[\omega t - (\beta \cdot z + 2\pi n z / d)]} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\vec{r}) e^{i\omega t} e^{-i\beta_n \cdot z}. \quad (4.2.4)$$

Здесь

$$\beta_n = \beta + 2\pi n / d, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4.2.5)$$

где $\beta = 2\pi/\Lambda_0 = \beta_0$, Λ_0 – длина волны в волноводе без элементов периодичности.

Согласно (4.2.3) и (4.2.4), электромагнитное поле волны в замедляющей волноводной системе с частотой ω можно представить в виде бесконечного набора волн с различными постоянными распространения β_n и с различными амплитудами. Такие волны называются *пространственными гармониками*. Их не стоит путать с временными гармониками, которые соответствуют колебаниям с кратными частотами. Для каждой временной гармоники существуют свои пространственные гармоники. Гармоники с $n > 0$ называются *прямыми*, а с $n < 0$ – *обратными*. Тут тоже не стоит путать с падающими и отраженными волнами.

Период бесконечной периодической системы составляют ячейки, $\theta_n = \beta_n d$ – сдвиг фазы на ячейку для n -й пространственной гармоники, $\theta_0 = \beta_0 d$ – основной сдвиг фазы на ячейку, а гармоника с $n = 0$ называется *основной гармоникой*. $\vec{E}_n(\vec{r})$ является амплитудой n -й пространственной гармоники. Длина волны n -й пространственной гармоники, распространяющейся вдоль системы $\Lambda_n = \frac{2\pi}{\beta_n}$, может быть меньше длины в свободном пространстве

λ , следовательно, ее фазовая скорость $v_{\phi n} = \omega/\beta_n$ может быть меньше скорости света, и ее можно использовать для ускорения заряженных частиц. Другими словами, заряженная частица всегда будет взаимодействовать только с теми пространственными гармониками, фазовая скорость которых совпадает со скоростью частицы. Все остальные гармоники будут вносить осциллирующий эффект и их среднее влияние будет стремиться к нулю [4.4].

Групповая скорость для всех пространственных гармоник одинаковая и равна скорости основной гармоники. Это связано с тем, что групповая скорость определяется как частная производная $v_{gp} = \partial\omega/\partial\beta_n$, при этом β_n отличаются друг от друга только постоянной величиной $2\pi/d$, которая не влияет на дифференцирование. Кроме этого, из физического смысла групповой скорости ясно, что она определяет скорость переноса полной мощности по волноводу, т. е. должна являться характеристикой всего пакета гармоник в целом. Обычно считается, что групповая скорость $v_{gp} > 0$ в направлении увеличения координаты z . Системы, у которых фазовая скорость основной гармоники $v_{\phi 0} > 0$, т. е. совпадает по направлению с групповой скоростью v_{gp} , называются системами с *положительной дисперсией*. А системы, у которых фазовая скорость основной гармоники $v_{\phi 0} < 0$, т. е. противоположна групповой скорости v_{gp} , называются системами с *отрицательной дисперсией*.

4.3. Электрическое поле в замедляющей системе

В цилиндрической системе координат решение для электрического поля волны E_{01} показано в пункте 2.4:

$$E_z(r, \varphi, z) = E_0 e^{-i\beta \cdot z} J_m(\gamma_{\perp} r) \cdot \cos(m\alpha).$$

Здесь критическое волновое число $k_{\perp}$ специально заменено на $\gamma_{\perp}$, так как $k_{\perp}$ будет использоваться ниже, с целью подчеркнуть принципиальное отличие волн в гладком волноводе от волн в замедляющей системе.

Как было сказано выше, при наличии элементов периодичности в волноводе электромагнитное поле будет представляться в виде суммы пространственных гармоник. В связи с этим для замедляющей системы можно записать:

$$E_z(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cdot J_m(\gamma_{\perp n} r) \cdot \cos(m \cdot \varphi) \cdot e^{-i\beta_n z}. \quad (4.3.1)$$

Здесь $\gamma_{\perp n}^2 = k^2 - \beta_n^2$. В отличие от регулярного волновода β_n определяются периодичностью системы, а $\gamma_{\perp n}$ выражается через них. Причем, если мы рассматриваем замедленные

волны (т. е. у которых $v_\phi < c$), то для них $\gamma_{\perp n}^2 < 0$. Для описания поперечного распределения поля реальными, а не мнимыми функциями, вводят число $\gamma_{\perp n} = i \cdot \kappa_{\perp n}$:

$$\kappa_{\perp n}^2 = \beta_n^2 - k^2 > 0.$$

С учетом нового обозначения, функция Бесселя будет функцией от комплексного аргумента $J_m(\gamma_{\perp n} r) = J_m(i \cdot \kappa_{\perp n} r)$, поэтому можно перейти к модифицированной функции Бесселя I_m , которая связаны с функцией J_m соотношением [4.5]

$$I_m(x) = e^{-\frac{\pi}{2} i} \cdot J_m(i \cdot x). \quad (4.3.2)$$

В (4.3.2) величина $e^{-\frac{\pi}{2} i}$ в выражении для электрического поля (4.3.1) добавляет только сдвиг фазы, который легко компенсируется выбором начала координат, поэтому он не влияет на физическую суть нового выражения:

$$E_z(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cdot I_m(k_{\perp n} r) \cdot \cos(m \cdot \varphi) \cdot e^{-i \beta_n z}. \quad (4.3.3)$$

Основное отличие функций Бесселя от модифицированных функций Бесселя в том, что модифицированные функции Бесселя – монотонно возрастающие функции и не имеют при $r \neq 0$ корней, как показано на рис. 4.3.1. Поэтому для обращения в ноль продольной составляющей электрического поля на границах системы при некотором радиусе $r = a$, необходимо наличие всего спектра пространственных гармоник [4.6]. Другими словами, в такой системе не может присутствовать только одна гармоника с фазовой скоростью меньше скорости света. Соотношение же между амплитудами гармоник зависит от конкретной геометрии ячейки.

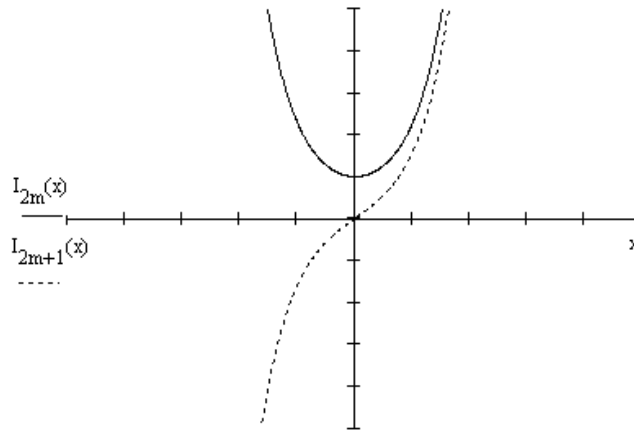


Рис. 4.3.1. Модифицированная функция Бесселя четного и нечетного порядка

4.4. Энергия и мощность в замедляющей системе

Исходя из ортогональности функций $e^{-i \frac{2\pi n}{d} z}$ на отрезке длиной d при различных n , можно доказать несколько теорем.

Из теоремы Умова – Пойнтинга (п. 2.5) следует, что полная энергия W , запасенная в ячейке замедляющей системы, равна удвоенному значению энергии электрического W_E или магнитного W_H поля и состоит из суммы энергий полей отдельных пространственных гармоник:

$$W = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_{En} = \frac{\varepsilon_0 d}{2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_S \vec{E}_n(\vec{r}) \cdot \vec{E}_n^*(\vec{r}) ds. \quad (4.4.1)$$

В выражении (4.4.1) интеграл по объему записан в виде интеграла по площади, помноженной на длину d , предполагая геометрию ускоряющих ячеек в виде простых цилиндрических

форм. Кроме этого, здесь идет речь о средней энергии, получение которой приводится исходя из выражения (2.5.6).

Средний по времени поток энергии (средняя мощность) через любое поперечное сечение системы равен сумме потоков энергий отдельных пространственных гармоник (выражение (2.5.6)):

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E}_n \times \vec{H}_n^*] d\vec{s}. \quad (4.4.2)$$

Групповая скорость распространения в замедляющей системе по-прежнему может быть выражена с помощью (4.1.2):

$$v_{\text{гр}} = \frac{P}{(W/d)}.$$

Для осесимметричных систем основной модой, распространяющейся по волноводу, является мода с $m = 0$. Для нее

$$E_z(z, r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cdot I_0(\kappa_{\perp n} r) \cdot e^{-i\beta_n z}. \quad (4.4.3)$$

На оси системы при $r = 0$, $I_0(0) = 1$, поэтому:

$$E_z(z, r = 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cdot e^{-i\beta_n z}. \quad (4.4.4)$$

Как и в выражении (4.2.3), для (4.4.4) амплитуды гармоник можно найти по известному полю на оси:

$$E_n = \frac{1}{d} \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_z(z, r = 0) \cdot e^{i\beta_n z} dz. \quad (4.4.5)$$

Они зависят от средней мощности P_0 , распространяющейся по замедляющей системе. Отношение $E_n / \sqrt{P_0}$ называют *параметром ускоряющего поля* для n -й пространственной гармоники. Разработчики замедляющих систем («ламповики») чаще пользуются понятием сопротивления связи n -й гармоники – $R_c = E_n^2 / (2\beta_n^2 P_0)$. Кроме того, для ускоряющих структур введено понятие *погонного шунтового* сопротивления n -й пространственной гармоники $R_{sh\ n} = E_n^2 / P_{\text{ном}}$ [Ом/м], где $P_{\text{ном}}$ – мощность потерь на единицу длины. Так как амплитуда гармоники E_n фактически равна максимальному приращению энергии ускоряемой частицы в вольтах на единицу длины $\Delta\varepsilon / \Delta z$, то шунтовое сопротивление есть отношение квадрата приращения энергии на единицу длины к мощности потерь в стенках ускоряющей структуры $\Delta P_{\text{см}}$ на единицу длины

$$R_{sh\ n} = \frac{(\Delta\varepsilon / \Delta z)^2}{(\Delta P_{\text{см}} / \Delta z)}. \quad (4.4.6)$$

Для замедляющих систем, так же как и для гладких волноводов, есть понятие коэффициента затухания α , а мощность потерь на единицу длины $P_{\text{ном}}$ можно выразить через мощность P_0 , протекающую в данном сечении замедляющей системы $P_{\text{ном}} = 2\alpha P_0$ [4.7]. Тогда выражение для шунтового сопротивления переписывается как

$$R_{sh\ n} = \frac{E_n^2}{2\alpha P_0}. \quad (4.4.7)$$

Обычно шунтовое сопротивление ускоряющих структур имеет размерность [МОм/м].

4.5. Набор энергии в волноводных ускоряющих системах

Прирост кинетической энергии $\Delta\varepsilon_{\text{кин}}$ заряженной частицы с зарядом e на периоде d определяется следующим выражением [4.8]:

$$\Delta \varepsilon_{кин} = e \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_z(z, r=0) \cdot e^{i\omega t} dz. \quad (4.5.1)$$

Время в выражении (4.5.1) можно переписать в виде $t = z/v_e$, где v_e – скорость ускоряемой частицы. Частота электромагнитного поля ω с помощью (4.1.1) определяется как $\omega = v_{\phi n} \beta_n$. В итоге, (4.5.1) можно переписать в виде (предполагая, что частица летит по оси ускорителя, $r = 0$ далее не будем писать)

$$\Delta \varepsilon_{кин} = e \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_z(z) \cdot e^{i\omega \frac{z}{v_e}} dz = e \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_z(z) \cdot e^{i\beta_n \frac{v_{\phi n}}{v_e} z} dz. \quad (4.5.2)$$

Будем считать, что частица релятивистская и ее скорость при прохождении периода мало меняется, т. е. положим $v_e = \text{const}$. Используя выражение (4.4.4) для амплитуд гармоник, получим

$$\Delta \varepsilon_{кин} = e \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_z(z) \cdot e^{i\beta_n \frac{v_{\phi n}}{v_e} z} dz = e \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-d/2}^{d/2} E_n \cdot e^{i\beta_n z \left(\frac{v_{\phi n}}{v_e} - 1 \right)} dz. \quad (4.5.3)$$

Для ускорения фазовая скорость n -й пространственной гармоники должна быть равна скорости частицы, т. е. $v_{\phi n} = v_e$, тогда в (4.5.3) гармонику с номером n можно вынести за знак суммы:

$$\Delta \varepsilon_{кин} = e \cdot \int_{-d/2}^{d/2} E_n dz + e \cdot \sum_{m \neq n} \int_{-d/2}^{d/2} E_m \cdot e^{i\beta_m z \left(\frac{v_{\phi m}}{v_e} - 1 \right)} dz.$$

Выражение $\beta_m \left(\frac{v_{\phi m}}{v_e} - 1 \right)$ можно расписать следующим образом:

$$\beta_m \left(\frac{v_{\phi m}}{v_e} - 1 \right) = \beta_m \left(\frac{\beta_n}{\beta_m} - 1 \right) = \beta_n - \beta_m = \frac{2\pi}{d} (n - m).$$

В итоге, предполагая амплитуды гармоник электрического поля постоянными, для выражения (4.5.3) можно получить:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{кин} &\approx e \cdot d \cdot E_n + e \cdot \sum_{m \neq n} E_m \cdot \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i \frac{2\pi(m-n)}{d} z} dz \approx e \cdot d \cdot E_n, \\ \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i \frac{2\pi(m-n)}{d} z} dz &= 0. \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

В этом приближении частица увеличивает свою энергию только за счет электрического поля гармоники, фазовая скорость которой совпадает со скоростью частицы. В общем случае частица эффективно взаимодействует с пространственной гармоникой, фазовая скорость которой близка к скорости частицы. А остальные гармоники вносят некоторую “рябь” в движение частицы. Хотя при точном расчете движения надо учитывать все гармоники. Если электрическое поле постоянно на длине ячейки $E_z(r=0, z) = E_0$, то амплитуда n -й пространственной гармоники равна

$$E_n = \frac{1}{d} \cdot \left| \int_{-d/2}^{d/2} E_0 \cdot e^{i\beta_n z} dz \right| = E_0 \cdot \frac{\sin(\theta_n / 2)}{\theta_n / 2}, \quad (4.5.5)$$

а выражение для набора энергии (4.5.4) запишется в виде

$$\Delta \varepsilon_{кин} \approx e \cdot d \cdot E_0 \cdot \frac{\sin(\theta_n / 2)}{\theta_n / 2}. \quad (4.5.6)$$

4.6. Распределение электрического поля в круглом диафрагмированном волноводе

Для основной пространственной гармоники моды E_{01} зависимость электрического поля от радиуса пропорциональна $I_0(\kappa_{\perp n} r)$. Волновое число можно записать в виде

$$\kappa_{\perp n} = \sqrt{\beta_n^2 - k^2} = \beta_n \sqrt{1 - \left(\frac{k}{\beta_n}\right)^2} = \beta_n \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{c} \cdot \frac{v_{\phi n}}{\omega}\right)^2}.$$

Если скорость частицы равна фазовой скорости n -й пространственной гармоники $v_e = v_{\phi n}$ ($\beta_e = v_e/c$), получим:

$$\kappa_{\perp n} = \beta_n \sqrt{1 - \beta_e^2}.$$

С учетом того, что релятивистский фактор $\gamma_e = 1/\sqrt{1 - \beta_e^2}$, а $\beta_n = \omega/v_{\phi n} = 2\pi f/(c\beta_e) = 2\pi/(\lambda\beta_e)$, окончательно запишем:

$$\kappa_{\perp n} = \frac{2\pi}{\lambda\beta_e\gamma_e}, \quad (4.6.1)$$

где λ – длина волны в свободном пространстве (генератора).

Таким образом, поперечное распределение электрического поля ускоряющей гармоники будет определяться функцией $I_0\left(\frac{2\pi r}{\beta_e\gamma_e\lambda}\right)$. Для релятивистского случая, при котором

$v_{\phi n} = v_e \approx c$, релятивистский фактор $\gamma_e \rightarrow \infty$, а $I_0\left(\frac{2\pi r}{\beta_e\gamma_e\lambda}\right) \approx I_0(0) = 1$. Здесь частицы, находящиеся на разных радиусах, приобретают одинаковую энергию.

Если $v_{\phi n} = v_e < c$, то $I_0\left(\frac{2\pi r}{\beta_e\gamma_e\lambda}\right)$ становится от радиуса монотонно возрастающей функцией, что приводит к росту энергии частиц с большим радиусом, по отношению к частицам в центре ускорителя. Следствием этого является возникновения энергетического разброса в пучке. На рис. 4.6.1 схематично показаны распределения силовых линий электрического поля в диафрагмированном волноводе для разных случаев.

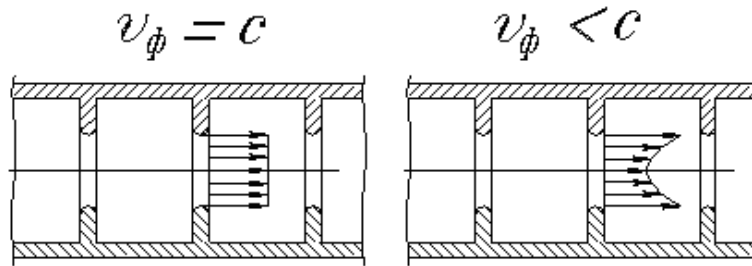


Рис. 4.6.1. Распределение электрического поля в круглом диафрагмированном волноводе при различных v_{ϕ} пространственных гармоник

Для ускорителей легких частиц, таких как электроны, релятивистский режим ускорения наступает достаточно быстро, поэтому для них не возникает энергетического разброса, связанного с неравномерным распределением ускоряющего поля в зависимости от радиуса частицы. Для протонных ускорителей распределение электрического поля по радиусу может быть значительным. Например, для протонов с кинетической энергией $W = 400$ кэВ (обычная энергия инжекции протонных ускорителей) $\beta_e = 0,03 \ll 1$. Если рабочую длину волны вы-

брать $\lambda = 10$ см (как у электронных ускорителей), то на радиусе $r = 0,5$ мм электрическое поле будет отличаться от поля на оси в $I_0 \left(\frac{2\pi \cdot 0,5}{100 \cdot 0,03} \right) \approx I_0(1) \approx 1,26$ раза. Поэтому протонные ускорители выгодней делать с длинами волн $\lambda \sim 1$ м.

4.7. Полоса пропускания набора резонансных ячеек

Для ускоряющей структуры на основе диафрагмированного волновода каждую ячейку периодичности можно представить в виде резонансного контура на эквивалентной схеме представления [4.9]. В отличие от одиночного резонатора, набор резонансных ячеек может работать в полосе частот (*полоса пропускания*) с центральной частотой равной резонансной частоте несвязанного одиночного резонатора. При этом каждая частота возбуждает во всех резонаторах одну и ту же волну, но с разным фазовым сдвигом θ по причине, которая обсуждалась в разделе 4.2. Так, например, для ускорения частиц в круглом диафрагмированном волноводе поведение электромагнитного поля в каждом элементе периодичности можно описать волной цилиндрического резонатора E_{010} , которая возбуждается во всех ускоряющих ячейках, но с разным сдвигом фаз. В этом случае говорят о *разных видах или модах* волны. Полоса частот пропускания зависит от количества связанных резонаторов. Краевые частоты всегда соответствуют фазовому сдвигу (модам) $\theta = 0$ и $\theta = \pi$.

На рис. 4.7.1 показана эквивалентная схема для бесконечной цепочки одинаковых связанных резонаторов.

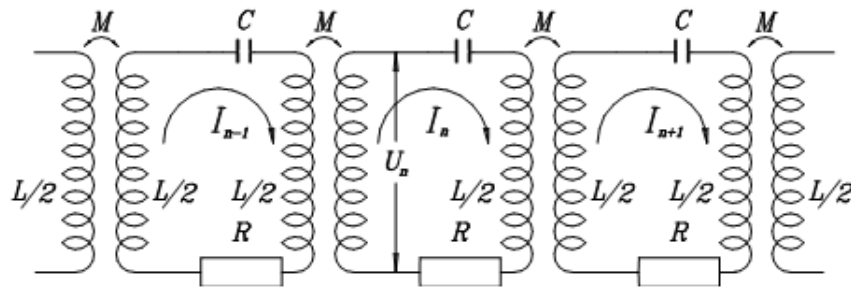


Рис. 4.7.1. Эквивалентная схема цепочки связанных резонаторов

Уравнение Кирхгофа для n -го контура имеет вид

$$\frac{1}{i\omega C} \cdot I_n + i\omega L \cdot I_n + R \cdot I_n + i\omega M \cdot I_{n-1} + i\omega M \cdot I_{n+1} = 0. \quad (4.7.1)$$

По теореме Флоке [4.10], напряжения и токи в соседних ячейках бесконечной цепочки связанных одинаковых резонаторов могут отличаться только фазой, т. е. $I_{n+1} = I_n \cdot e^{-i\theta}$, а

$I_{n-1} = I_n \cdot e^{i\theta}$. Вводя безразмерный коэффициент связи между ячейками $k_c = 2k = 2 \frac{M}{L}$, где

k — коэффициент связи трансформатора [4.11], получим

$$-\frac{\omega_0^2}{\omega^2} + 1 - i \cdot \frac{\omega_0}{Q_0 \omega} + k_c \cdot \cos \theta = 0, \quad (4.7.2)$$

где $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ — собственная частота резонатора, $Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$ — собственная добротность резонатора.

Стоит заметить, что из бесконечного набора связанных резонаторов получено уравнение, состоящее только из величин, описывающих каждый отдельный резонатор. При высокой добротности резонатора пренебрежем членом, содержащим Q_0 . Окончательно дисперсионное уравнение для цепочки связанных резонаторов записывается как [4.12]

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + k_c \cos \theta}}. \quad (4.7.3)$$

Если длина отдельного резонатора d , то сдвиг фазы на ячейку θ можно выразить через длину волны рабочей пространственной гармоники Λ_0 : $\theta = \beta_z \cdot d = 2\pi d / \Lambda_0$ (уравнение (4.2.5)). Тогда фазовая и групповая скорости распространения волны в системе связанных резонаторов соответственно выражаются

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta_z} = \frac{\omega_0 d}{\theta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + k_c \cos \theta}}, \quad (4.7.4)$$

$$v_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_z} = k_c \omega_0 d \cdot \frac{\sin \theta}{2(1 + k_c \cos \theta)^{3/2}}. \quad (4.7.5)$$

На рис. 4.7.2 показаны дисперсионные кривые для различных значений коэффициента связи k_c , а на рис. 4.7.3 – зависимости групповой и фазовой скоростей от фазы θ .

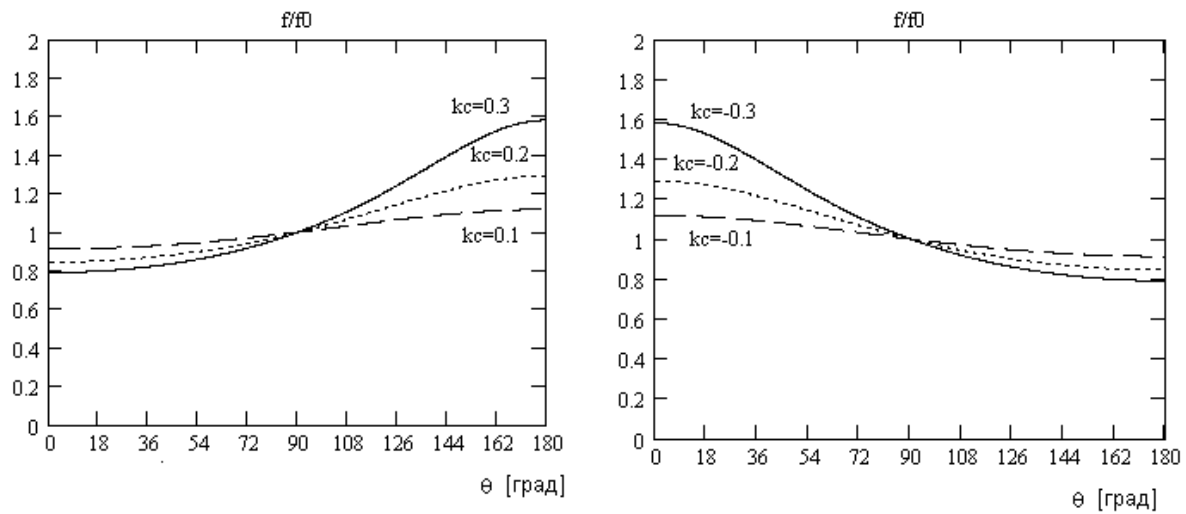


Рис. 4.7.2. Дисперсионные зависимости для различных значений коэффициента связи k_c

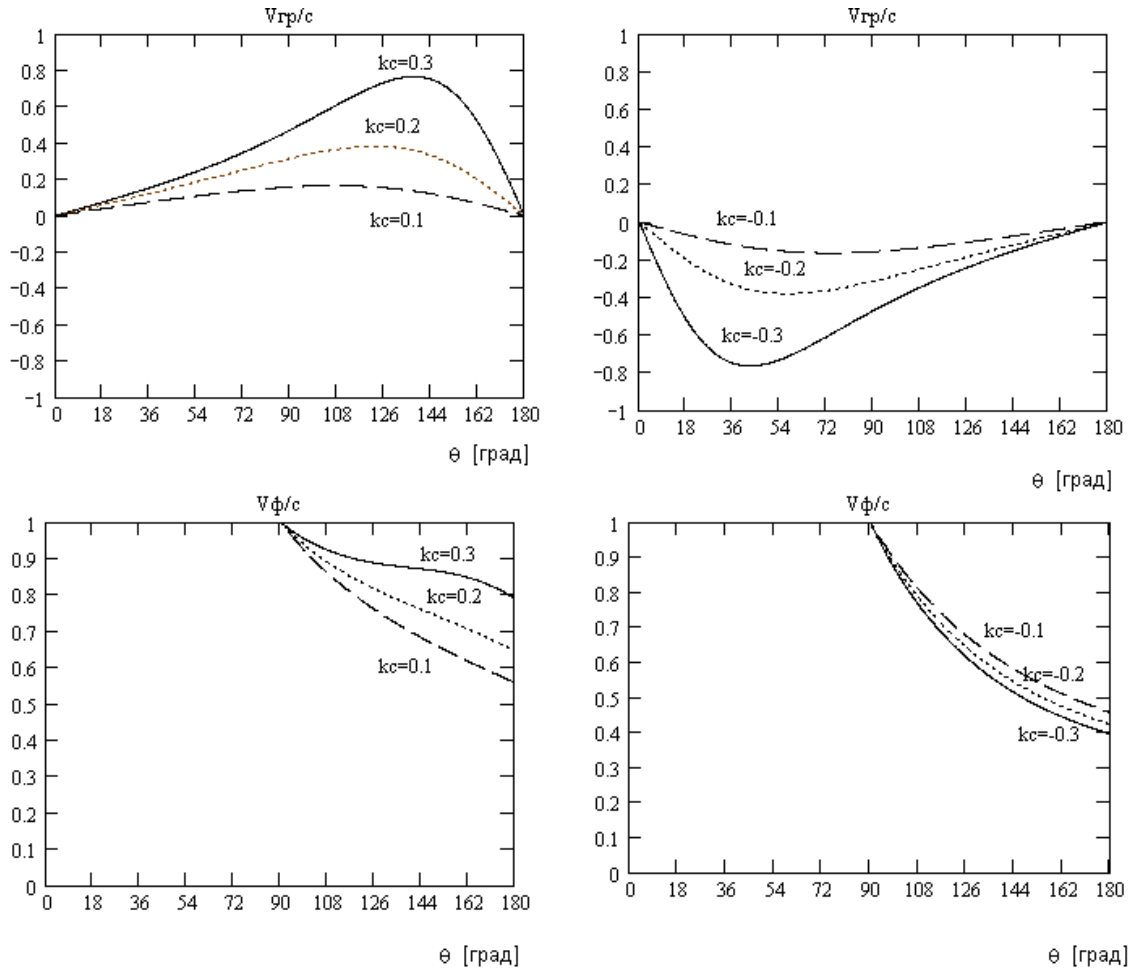


Рис. 4.7.3. Зависимости групповой и фазовой скоростей от фазы θ для различных коэффициентов связи k_c при отношении $d/\lambda_0 = 4$

Из рисунков видно, что дисперсия цепочки отрицательная при $k_c < 0$ и положительная при $k_c > 0$. Частота, соответствующая моде колебания $\theta = \pi/2$, не зависит от коэффициента связи и равна собственной частоте резонатора без связи $f = f_0 = \omega_0 / 2\pi$. Полоса пропускания цепочки зависит от коэффициента связи и лежит в пределах $f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$, где

$$f_{\min} = f_{\theta=0} = \frac{f_0}{\sqrt{1+|k_c|}}, \quad f_{\max} = f_{\theta=\pi} = \frac{f_0}{\sqrt{1-|k_c|}}. \quad (4.7.6)$$

На границах полосы пропускания при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ групповая скорость равна нулю, а при $\theta = \pi/2$ фазовая скорость равна скорости света.

Из выражений для минимальной и максимальной частот (4.7.6) пропускания следует способ определения коэффициента связи k_c . Поскольку $k_c < 1$, выражения (4.7.6) можно упростить

$$f_{\min} = \frac{f_0}{\sqrt{1+|k_c|}} \approx f_0 \left(1 - \frac{1}{2}|k_c|\right), \quad f_{\max} = \frac{f_0}{\sqrt{1-|k_c|}} \approx f_0 \left(1 + \frac{1}{2}|k_c|\right),$$

откуда

$$|k_c| \approx \left| \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_0} \right| = \left| \frac{f_{\theta=\pi} - f_{\theta=0}}{f_0} \right|. \quad (4.7.7)$$

Кроме вышеописанного приближенного способа измерения коэффициента связи между резонаторами через ширину полосы пропускания, существует другой метод, основанный на измерении электродинамических характеристик двух связанных резонаторов, таких как собственные добротности и коэффициенты связи. Его описание можно найти в работах [4.13], [4.14].

4.8. Возбуждение ускоряющей структуры с постоянным импедансом

Ускоряющая структура (УС) с бегущим типом волны, с точки зрения распространяющейся по ней мощности P , характеризуется следующими параметрами:

- рабочая частота f ;
- собственная добротность ускоряющей структуры, или волноводная добротность Q_{0A} ;
- постоянная времени ускоряющей структуры $\tau_{0A} = \frac{2 \cdot Q_{0A}}{\omega}$;
- групповая скорость $v_{гр}$;
- коэффициент затухания по полю $\alpha = \frac{1}{\tau_{0A} v_{гр}}$;
- шунтовое сопротивление ускоряющей пространственной гармоники $R_{sh} = \frac{E^2}{2 \alpha P}$.

Как показано в выражении (2.2.7), амплитуда электромагнитного поля, распространяющегося по волноводу, затухает с коэффициентом затухания α . Поскольку мощность пропорциональна амплитуде в квадрате, то можно записать $P \propto e^{-2\alpha z}$, откуда получается уравнение для распространяющейся мощности вдоль волновода $\frac{dP}{dz} = -2 \alpha P$ или

$$-2 \alpha P = \frac{dP}{dz} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{v_{гр}} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (4.8.1)$$

Откуда получим

$$\frac{\partial P(z, t)}{\partial z} = -\frac{1}{v_{гр}(z)} \cdot \left[\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot P(z, t) + \frac{\partial P(z, t)}{\partial t} \right]. \quad (4.8.2)$$

Прямой подстановкой можно проверить, что при граничном условии $P(z=0, t) = P_0(t)$, его решение есть

$$P(z, t) = P_0 \left(t - \int_0^z \frac{dz'}{v_{гр}(z')} \right) \cdot \exp \left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \int_0^z \frac{dz'}{v_{гр}(z')} \right). \quad (4.8.3)$$

$P_0(t) = P(z=0, t)$ – зависимость входной мощности при $z=0$ от времени.

Ускоряющие структуры, у которых $\alpha = \text{const}$ вдоль всей структуры называются структурами с *постоянным импедансом* (CZ). Так как для CZ-структуры $\alpha = \text{const}$, то для них и групповая скорость $v_{гр} = \text{const} = L/T_f$, здесь L – длина структуры, а $T_f = L/v_{гр}$ – время заполнения ускоряющей структуры. Как частный, но часто используемый пример CZ-структуры – диафрагмированный волновод с постоянной геометрией ячеек.

При $v_{гр} = \text{const}$ решение уравнения (4.8.3) для распространяющейся мощности есть

$$P(z, t) = P_0 \left(t - \frac{z}{v_{гр}} \right) \cdot \exp \left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \frac{z}{v_{гр}} \right) = P_0 \left(t - \frac{z}{v_{гр}} \right) \cdot \exp(-2 \alpha z). \quad (4.8.4)$$

Распределение амплитуды ускоряющей гармоники вдоль CZ-структуры

$$E(z, t) = E_0 \left(t - \frac{z}{v_{гр}} \right) e^{-\alpha z}, \quad (4.8.5)$$

где $E_0(t) = E(0, t)$ – амплитуда ускоряющего электрического поля на входе в ускоряющую структуру при $z = 0$.

Если на вход структуры поступает постоянная мощность $P(z = 0, t) = P_0 = \text{const}$, то распределение мощности вдоль структуры будет выражаться

$$P(z) = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \frac{z}{v_{\text{гр}}}\right) = P_0 \cdot \exp(-2 \alpha z), \quad (4.8.6)$$

а распределение ускоряющего электрического поля

$$E(z) = E_0 \cdot \exp(-\alpha z), \quad (4.8.7)$$

где $E_0 = \sqrt{2\alpha R_{sh} P_0}$.

Заряженная частица, пролетая ускоряющую структуру с постоянным импедансом, будет приобретать разность потенциалов

$$U(z) = \int_0^z E(z) dz = \frac{E_0}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha z}). \quad (4.8.8)$$

Полный потенциал, который получит ускоренный пучок на длине структуры L :

$$U(L) = U_m = U_0 \cdot \frac{1 - \exp(-\tau)}{\sqrt{\tau}}, \quad (4.8.9)$$

где $U_0 = \sqrt{2P_0 R_{sh} L} = E_0 L \sqrt{\tau_{0A}/T_f}$, а параметр $\tau = \int_0^L \alpha(z) dz = \alpha L = \frac{L}{\tau_{0A} v_{\text{гр}}} = \frac{T_f}{\tau_{0A}}$ называют

постоянной затухания структуры.

Максимум набираемой энергии, в зависимости от постоянной затухания структуры, находится из решения уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1 - \exp(-\tau)}{\sqrt{\tau}} = 0$$

или

$$\exp(\tau) = 1 + 2\tau. \quad (4.8.10)$$

Его решение $\tau = 1,256$, а максимальное значение приобретаемого потенциала равно $U = 0,638 \cdot U_0$.

Для характеристики ускоряющей структуры вводят понятие *КПД структуры* η – отношение запасенной в структуре энергии после окончания ВЧ-импульса к полной энергии в импульсе, поступившей от генератора

$$\eta = \frac{\int \frac{P(z)}{v_{\text{гр}}} dz}{P_0 T_f} = \frac{P_0 \cdot \int_0^L e^{-2\alpha z} dz}{v_{\text{гр}} P_0 T_f} = \frac{1 - \exp(-2\tau)}{2\tau}. \quad (4.8.11)$$

При $\tau = 1,256$ получим, что КПД CZ-ускоряющей структуры равно $\eta \Big|_{x=1,256} = 36 \%$. Осталь-

ное уходит в тепло. Кроме того, ускоряющее поле уменьшается от входа к нагрузке в 3,6 раза: $\frac{E(L, T_f)}{E(0, T_f)} = \frac{1}{3,6}$. Для достижения более высокого КПД обычно выбирают параметр

$\tau = 0,5$. При этом имеем $\eta \Big|_{0,5} = 63 \%$, меньшую неоднородность поля $\frac{E(L, T_f)}{E(0, T_f)} = \frac{1}{2,5}$, но происходит небольшой недобор по энергии (примерно на 13 %) $U_{0,5} = 0,556 \cdot U_0$

Кроме мощности от СВЧ-генератора, в ускоряющей структуре наводится мощность от ускоряемого пучка заряженных частиц. Поскольку пучок может ускоряться только в полу-

волне электрического поля с правильной фазой, то он представляет собой цепочку эквидистантно расположенных сгустков, при этом ток пучка будет представляться рядом Фурье. Излучаемое поле таких сгустков в стационарном случае, когда *весь пучок можно считать бесконечным и непрерывным*, в силу интерференции должно иметь длину волны, равную расстоянию между сгустками, т. е. равную длине волны ускоряющего поля в волноводе. Следовательно, его частота и фазовая скорость будут равны частоте и фазовой скорости ускоряющей волны, т. е. поле излучения стационарно относительно цепочке сгустков и перемещается вместе с ним. Такое поле излучения можно возбудить, в силу линейности уравнений Максвелла, только компонентой тока той же частоты. Для простоты будем рассматривать релятивистский пучок, т. е. при относительной фазовой скорости $\beta_\phi = 1$ и относительной скорости частиц $\beta_e = 1$.

В главе 3 показано, что поле излучения находится в противофазе с возбуждающим его током. С учетом выражений для средних величин мощностей, приведенных в п. 2.5, по аналогии со случаем возбуждения только генератором можем записать

$$\frac{dP_b}{dz} = -\frac{1}{2} \cdot J_1 E_b - 2\alpha P_b, \quad (4.8.12)$$

где dP_b / dz – прирост мощности излучения на единице длины, $2\alpha P_b$ – потери мощности излучения на единице длины, J_1 – амплитуда тока 1-й гармоники электронного пучка, которая и ответственна за излучение волны того же типа, что и ускоряющая волна [4.15]. Для точечных сгустков с зарядом q $J_1 = 2 \cdot I_0$, где $I_0 = \frac{\omega_0 q}{2\pi}$ – средний ток пучка в импульсе [4.16], а уравнение (4.8.12) можно переписать:

$$\frac{dP_b}{dz} \approx -I_0 E_b - 2\alpha P_b. \quad (4.8.13)$$

Для электрического поля на основе (4.8.12) можно записать уравнение

$$\frac{dE_b}{dz} = -\alpha R_{sh} I_0 - \alpha E_b, \quad (4.8.14)$$

где $E_b^2 = 2 \alpha R_{sh} P_b$. Решением этого уравнения будет выражение

$$E_b(z) = -I_0 R_{sh} \cdot (1 - e^{-\alpha z}). \quad (4.8.15)$$

Зная распределение поля излучения вдоль структуры, можно найти разность потенциалов, которую потеряет пучок из-за излучения в ускоряющей структуре в точке z

$$U_b(z) = \int_0^z E_b(z) dz = -I_0 R_{sh} z \left[1 - \frac{(1 - \exp(-\alpha \cdot z))}{\alpha \cdot z} \right]. \quad (4.8.16)$$

Пролетев всю структуру, пучок уменьшит свой потенциал на

$$U_b(L) = -I_0 R_{sh} L \left[1 - \frac{(1 - \exp(-\tau))}{\tau} \right], \quad (4.8.17)$$

где $\tau = \alpha L = T_f / \tau_{0A}$. Полный потенциал, который приобретает непрерывный пучок, будет зависеть от поля генератора (4.8.8) и от поля излучения пучка (4.8.15) ($E_0 = \sqrt{2\alpha R_{sh} P_0}$):

$$U(z) + U_b(z) = [E_0 + I_0 R_{sh}] \cdot \frac{1 - \exp(-\alpha \cdot z)}{\alpha} - I_0 R_{sh} z. \quad (4.8.18)$$

На рис. 4.8.1. представлены графики зависимостей приобретаемой пучком разности потенциалов с током $I_0 \approx 3$ А в ускоряющей структуре. Ускоряющая структура представляет собой диафрагмированный волновод (*disk-loaded structure*) с постоянным импедансом и следующими характеристиками: рабочая частота $f_0 = 2856$ МГц, вид колебания $\theta = 2\pi/3$, длина $L = 3$ м, шунтовое сопротивление $R_{sh} = 51$ МОм/м, групповая скорость $V_{gr} = 0,021c$, коэффициент затухания по полю $\alpha = 0,108$ 1/м, собственная волноводная добротность $Q_{0a} = 13200$. Видно, что при токе 3 А полная энергия пучка при пролете трехметровой ускоряющей структуры будет равно нулю, несмотря на входную мощность генератора 60 МВт. При нулевом токе пучка энергия составляет около 70 МэВ.

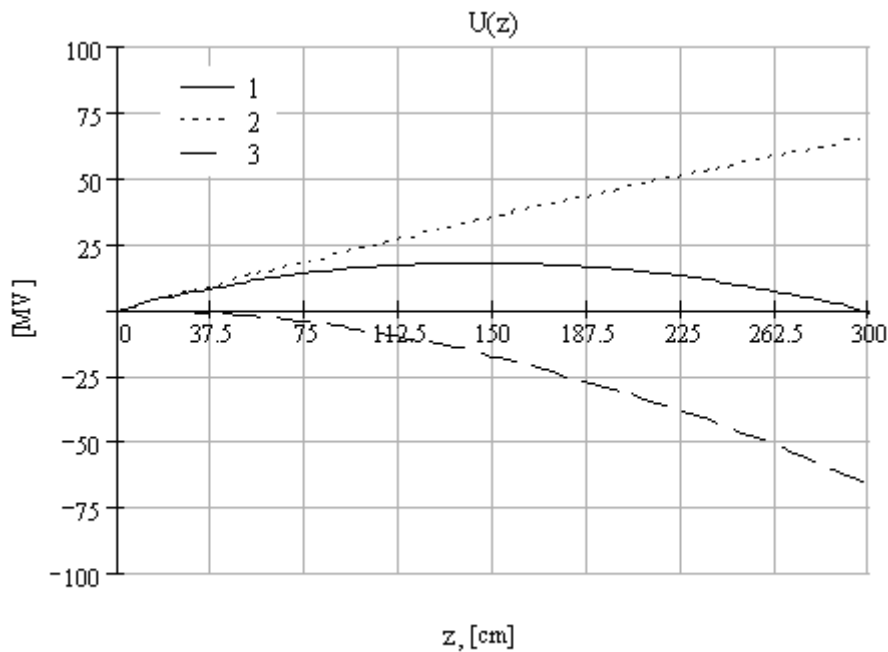


Рис. 4.8.1. Зависимость набора напряжения непрерывным пучком с током $I_0 \approx 3$ А в CZ-ускоряющей структуре при входной мощности 60 МВт: 1 – полное напряжение, 2 – напряжение без учета тока пучка, 3 – напряжение от поля излучения пучка

Рассмотрим нестационарный случай, когда средний ток пучка, состоящий из эквидистантных точечных сгустков с зарядом q , описывается выражением $I_0(t) = \frac{\omega_0 q}{2\pi} \cdot i(t)$, $i(t)$ – безразмерная функция, задающая изменение среднего тока вдоль пучка.

При $I_0 = 0$ имеем в структуре только поле генератора (4.8.7):

$$E(z, t) = E_0 \left(t - \frac{z}{v_{rp}} \right) \cdot \exp(-\alpha \cdot z), \quad (4.8.19)$$

где $E_0(t) = E_0(0, t)$ – поле на входе в секцию в момент времени t . Если в момент времени τ инжектировать частицу со скоростью, близкой к скорости света $v_e \approx c$, то в момент времени $t = \tau + t'$ она будет находиться на расстоянии $z = c t'$ от начала секции, а поле от генератора в этой точке будет равно

$$E(z, \tau) = E_0 \left(\tau + t' - \frac{z}{v_{\text{гp}}} \right) \cdot \exp(-\alpha \cdot z) = E_0 \left(\tau + \frac{z}{c} - \frac{z}{v_{\text{гp}}} \right) \cdot \exp(-\alpha \cdot z).$$

Очевидно, что частица будет набирать энергию только в той части ускоряющей структуры, в которой успело распространиться электромагнитное поле за время инжекции τ , т. е. интегрирование в (4.8.8) нужно производить от начала структуры $z = 0$ до точки $z = \tau v_{\text{гp}}$. Если $E_0(t)$ ступенчатая функция

$$E_0(t) = E_0 \cdot \sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ E_0 & \text{при } t \geq 0 \end{cases},$$

то интеграл будет отличен от нуля при $\tau + t' - \frac{z}{v_{\text{гp}}} \geq 0$ или $z \leq \frac{\tau \cdot v_{\text{гp}}}{(1 - \beta_{\text{гp}})} \Big|_{\beta_{\text{гп}} \ll 1} \approx \tau \cdot v_{\text{гп}}$ (координата, до которой успело распространиться поле от генератора). Другими словами, частицы будут набирать энергию только в той части ускоряющей структуры, где есть СВЧ поле, которое распространяется по структуре с конечной групповой скоростью $v_{\text{гп}}$. В этом случае потенциал, набираемый частицами, инжектируемыми в момент времени τ будет иметь следующий вид:

$$U(\tau) = E_0 \cdot \int_0^{\tau v_{\text{гп}}} \exp(-\alpha \cdot z') dz' = \frac{E_0}{\alpha} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{0A}}\right) \right). \quad (4.8.20)$$

После полного заполнения ускоряющей структуры СВЧ мощностью, все последующие частицы будут набирать одинаковую разность потенциалов:

$$U(\tau) = \begin{cases} U_0 \cdot \frac{1 - \exp(-\tau / \tau_{0A})}{\sqrt{T_f / \tau_{0A}}} & \text{при } \tau < T_f \\ U_m & \text{при } \tau \geq T_f \end{cases}, \quad (4.8.21)$$

где $U_0 = \sqrt{2P_0 R_{sh} L} = E_0 L \sqrt{\tau_{0A} / T_f}$. При $\tau \geq T_f$ набор энергии пучком соответствует стационарному режиму.

Поле излучения E_b находится из уравнения (4.8.15), но теперь в отличие от решения (4.8.16) необходимо учесть, что ток пучка зависит от времени:

$$E_b(z, t) = -\frac{R_{sh}}{\tau_{0A} \cdot v_{\text{гп}}} \cdot \int_0^z I_0 \left(z', t - \frac{z'}{v_{\text{гп}}} \right) \cdot \exp\left(-\frac{z'}{\tau_{0A} \cdot v_{\text{гп}}}\right) dz'. \quad (4.8.22)$$

Пусть частица с зарядом q , двигающаяся со скоростью, близкой к скорости света c , влетает в структуру в нулевой момент времени. Ток этой частицы на расстоянии z' будет равен

$$I_0(z', t) = q \cdot c \cdot \delta(z' - c(t - z'/c)),$$

где z — местоположение частицы, а $I_0(z', t - z'/v_{\text{гп}}) = q \cdot c \cdot \delta(z' - c \cdot (t - z'/v_{\text{гп}} - z'/c))$. В этом случае решением (4.8.22) при $v_{\text{гп}} \ll c$ будет функция

$$E_b(z, t) \approx \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < z < v_{\text{гп}} t, \\ -\frac{R_{sh} \cdot q}{\tau_{0A}} \cdot \exp\left(-\frac{t - z/c}{\tau_{0A}}\right) & \text{при } v_{\text{гп}} t < z < c t, \\ 0 & \text{при } L > z > c t. \end{cases} \quad (4.8.23)$$

Излученного поля не может быть там, где еще не было частицы, двигающейся со скоростью света при $z > ct$. Поле излучения двигается с групповой скоростью $v_{\text{гп}}$, поэтому его также не может быть в точках, куда оно еще не успело распространиться – $z < v_{\text{гп}} t$. Вид распределения поля от заряда q представлен на рис. 4.8.2.

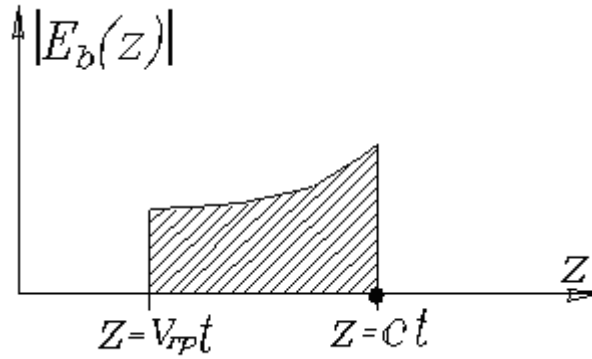


Рис. 4.8.2. Распределение поля излучения в CZ-ускоряющей структуре

Если в момент времени τ влетит вторая частица, то к моменту времени $t = \tau + t'$ она будет находиться в точке $z = ct'$ и изменит свой потенциал, пролетев в поле излучения предыдущей (4.8.23) частицы на

$$\delta U_b(\tau) = \int_0^L E_b(z, t) dz = -\frac{R_{sh} \cdot q}{\tau_{0A}} \int_{v_{\text{гп}} \tau}^L \exp\left(-\frac{\tau + t' - z/c}{\tau_{0A}}\right) dz. \quad (4.8.24)$$

Здесь конечный предел интегрирования равен L , так как вторая частица летит вслед за первой и пробудет в поле первой все время до пролета всей секции. Начальный предел – $v_{\text{гп}} \tau$, поскольку поле от первой частицы успеет распространиться за время инжекции второй частицы τ на расстояние $v_{\text{гп}} \tau$. Так как $z = ct'$, то окончательно получим, что потери 2-й частицы в поле 1-й равны

$$\delta U_b(\tau) = -\frac{R_{sh} \cdot q}{\tau_{0A}} \cdot L \cdot \left(1 - \frac{\tau}{T_f}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{0A}}\right) = F(\tau) \cdot q(0). \quad (4.8.25)$$

Аргумент у заряда подчеркивает, что первая частица влетела в ускоряющую структуру в момент времени $t = 0$. Множители в полученном выражении легко интерпретируются: $\exp(-\tau / \tau_{0A})$ – связан с затуханием поля излучения первой частицы из-за потерь в стенках ускоряющей структуры, $(1 - \tau / T_f)$ – с выходом поля излучения из секции за время $\tau = T_f$, т. е. $\tau \leq T_f$.

Если первая частица влетает в момент времени $t = t'$, то частица, инжектированная в момент времени $t = \tau$ после самой первой, уменьшит потенциал частицы на

$$\delta U_b(\tau - t') = F(\tau - t') \cdot q(t').$$

Полное уменьшение потенциала частицы, влетевшей в момент времени τ после первой (т. е. после начала импульса тока), есть сумма уменьшения потенциала от всех впереди влетевших частиц

$$\Delta U_b(\tau) = \int_0^\tau F(\tau - t') dq(t') = \int_0^\tau F(\tau - t') \cdot I_0(t') dt' = \int_0^\tau F(t') \cdot I_0(\tau - t') dt'. \quad (4.8.26)$$

Для ступенчатого тока

$$I_0(t) = I_0 \sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ I_0 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

уменьшение потенциала (или энергии) частицы, влетевшей в момент времени $\tau < T_f$ после первой частицы (т. е. после начала импульса тока), получим

$$\Delta U_b(\tau) = -R_{sh} L \cdot I_0 \cdot \left\{ \left(1 - \frac{\tau_{0A}}{T_f} \right) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{0A}}\right) \right] + \frac{\tau}{T_f} \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{0A}}\right) \right\}. \quad (4.8.27)$$

Решение при $\tau \geq T_f$ соответствует стационарному случаю. Полная энергия, набранная частицей с учетом поля генератора, будет равна сумме (4.8.21) и (4.8.27).

Для коротких сгустков при $\tau \ll T_f$ и $\tau \ll \tau_{0A}$ из выражения для $\Delta U_b(\tau)$ получим

$$\Delta U_b(\tau) \approx -R_{sh} \cdot L \cdot I_0 \left[\frac{\tau}{\tau_{0A}} - \frac{\tau_{0A}}{T_f} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{0A}} \right)^2 \right]. \quad (4.8.28)$$

Обозначая длительность импульса тока через τ_b и сохранив только линейный член, получим

$$\Delta U_b(\tau) \approx -\Delta U_{sb} \cdot \frac{\tau}{\tau_b}, \quad (4.8.29)$$

где $\Delta U_{sb} = R_{sh} \cdot L \cdot I_0 \cdot \frac{\tau_b}{\tau_{0A}}$ – максимальное значение уменьшения энергии в сгустке, вызванное полем излучения.

Рассмотрим сначала случай, когда пучок влетает в уже заполненную СВЧ мощностью секцию:

$$U_{tot}(\tau) = U_m + \Delta U_b(\tau) = U_m \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\tau_b} \cdot \frac{\Delta U_{sb}}{U_m} \right), \quad (4.8.30)$$

где U_m находится из (4.6.10). Из выражения (4.8.30) следует, что частицы, летящие в начале пуга после пролета секции, наберут максимальную энергию U_m , а частицы, летящие в конце пуга – минимальную ($U_m - \Delta U_{sb}$), т. е. ΔU_{sb} – есть максимальный энергетический разброс в пучке, вызванный полем излучения самого сгустка.

С учетом поля излучения, получается, что частицы, летящие в начале сгустка, наберут большую энергию, а частицы, летящие в конце сгустка – меньшую. Тогда можно попробовать инжектировать сгусток за некоторое время до конца заполнения секции. При этом частицы, летящие в начале сгустка, не доберут энергии от генератора, так как пролетят не полностью заполненную СВЧ мощностью секцию. А частицы, летящие в конце сгустка, наберут чуть большую энергию от генератора. Тем самым энергетический спектр можно уменьшить.

Если пучок инжектировать за время Δ до окончания заполнения секции, то частица, влетевшая в момент времени τ наберет разность потенциалов в поле генератора, соответ-

вующую времени $\tau' = T_f - \Delta + \tau$ ($\tau = 0$ соответствует началу инжекции пучка, т. е. влету первой частицы сгустка) (4.8.21)

$$U(\tau) = \begin{cases} U_m \cdot \frac{1 - \exp[-(T_f - \Delta + \tau)/\tau_{0A}]}{1 - \exp(-T_f/\tau_{0A})} & \text{при } \tau < \Delta, \\ U_m & \text{при } \tau \geq \Delta. \end{cases} \quad (4.8.31)$$

$$1 - \exp\left(-\frac{T_f - \Delta + \tau}{\tau_{0A}}\right) = \begin{cases} \approx 1 - \exp\left(-\frac{T_f}{\tau_{0A}}\right) + \frac{\tau}{\tau_{0A}} - \frac{\Delta}{\tau_{0A}}. & \tau, \Delta \ll \tau_{0A} \end{cases}$$

Тогда полный потенциал, приобретаемый частицей, влетевшей в момент времени τ , равен:

$$U_{tot}(\tau) \approx \begin{cases} U_m \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{T_f \cdot \eta^{1/2}} + \frac{\tau}{T_f \cdot \eta^{1/2}} - \frac{\tau}{\tau_b} \cdot \frac{\Delta U_{sb}}{U_m}\right) & \text{при } \tau < \Delta, \\ U_m \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\tau_b} \cdot \frac{\Delta U_{sb}}{U_m}\right) & \text{при } \tau \geq \Delta. \end{cases} \quad (4.8.32)$$

Отсюда следует, что если $\frac{\tau_b/\tau_{0A}}{1 - \exp(-T_f/\tau_{0A})} = \frac{\Delta U_{sb}}{U_m}$, то

$$U_{tot}(\tau) \approx \begin{cases} U_m \cdot \left(1 - \frac{\Delta/\tau_{0A}}{1 - \exp(-T_f/\tau_{0A})}\right) = \text{const}(\tau) & \text{при } \tau < \Delta, \\ U_m \cdot \left(1 - \frac{\tau/\tau_{0A}}{1 - \exp(-T_f/\tau_{0A})}\right) & \text{при } \tau \geq \Delta. \end{cases} \quad (4.8.33)$$

Таким образом, если пучок инжектируется в момент времени $T_f - \Delta$ с длительностью $\tau_b < \Delta$, то пучок будет моноэнергетичный. Все частицы сгустка одинаково, независимо от времени влета, уменьшат свою энергию.

4.9. Возбуждение ускоряющей структуры с постоянным градиентом

В каждом сечении ускоряющей структуры амплитуда ускоряющей гармоники равна $E(z) = \sqrt{2 \alpha(z) R_{sh}(z) P(z)}$. Шунтовое сопротивление круглого диафрагмированного волновода не зависит от размеров отверстия связи a , а коэффициент затухания, напротив, зависит $\alpha \sim 1/\nu_{\text{гp}} \sim a^{-4}$ (п. 4.10). Поэтому, если например, изменением отверстия связи сделать так, что коэффициент затухания $\alpha(z)$ изменялся вдоль структуры обратно пропорционально СВЧ мощности $P(z)$, т. е. $\alpha(z) \cdot P(z) = \text{const}$, то в ней амплитуда ускоряющей гармоники будет постоянна вдоль всей структуры $E(z) = E_0 = \text{const}$. Такие ускоряющие структуры называются структурами с *постоянным градиентом* (CG). Так как в такой структуре $\frac{dP}{dz} = -2 \alpha P = \text{const}$, то можно найти распределение мощности вдоль ускоряющей структуры:

$$P(z) = P_0 - \frac{z}{L} \cdot (P_0 - P_L), \quad (4.9.1)$$

где P_0 и P_L – СВЧ мощность на входе и выходе ускоряющей структуры. Если использовать определение постоянной затухания структуры в виде $\tau = \int_0^L \alpha(z) dz$, то распределение мощности вдоль структуры можно записать как

$$P(z) = P_0 \cdot \left[1 - \frac{z}{L} \cdot (1 - e^{-2\tau}) \right]. \quad (4.9.2)$$

Поскольку $\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0 - P_L}{L} = -\frac{P_0}{L} \cdot (1 - e^{-2\tau}) = -2\alpha P = -\frac{2}{\tau_{0A} \cdot v_{\text{гp}}(z)} \cdot P(z)$, то отсюда можно получить выражение для групповой скорости

$$v_{\text{гp}}(z) = \frac{2 \cdot L}{\tau_{0A}} \cdot \frac{\left[1 - \frac{z}{L} \cdot (1 - e^{-2\tau}) \right]}{(1 - e^{-2\tau})} = v_{\text{гp}}(0) \cdot \left(1 - \frac{2z}{\tau_{0A} v_{\text{гp}}(0)} \right) \quad (4.9.3)$$

и времени заполнения структуры

$$T_f = \int_0^L \frac{dz}{v_{\text{гp}}(z)} = \tau_{0A} \cdot \tau. \quad (4.9.4)$$

Заметим, что время заполнения CZ-структуры имеет такое же выражение. Другими словами, выражение (4.9.3) определяет условие изменения геометрии периода структуры, выполнив которое, можно иметь постоянное ускоряющее поле вдоль всей структуры.

Разность потенциалов, приобретаемая в CG структуре, представим в виде

$$U = E_0 \cdot L = U_0 \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-2\tau}}{2}}, \quad (4.9.5)$$

где $U_0 = \sqrt{2P_0 R_{sh} L} = E_0 L \sqrt{\tau_{0A} / T_f}$ – как и в CZ-структуре (4.6.10).

КПД CG-структуры имеет такое же выражение, как и для CZ-структуры (выражение (4.8.11)):

$$\eta = \frac{1 - \exp(-2\tau)}{2\tau}. \quad (4.9.6)$$

Как было сказано выше, выражение (4.9.3) определяет условие изменения геометрии периода структуры и, следовательно, потока мощности вдоль ускоряющей структуры. В такой, с уже заданной геометрией структуре, будем рассматривать эффекты нагрузки током. Понятно, что при появлении дополнительной нагрузки изменится закон распределения мощности вдоль структуры, соответственно, амплитуда ускоряющего поля начнет зависеть от координаты.

Для CG-структуры $\alpha(z) \cdot P(z) = \text{const}$, т. е. $\frac{d\alpha}{dz} P(z) + \alpha(z) \frac{dP}{dz} = 0$. С учетом $\frac{dP}{dz} = -2\alpha P = \text{const}$, можно получить, что $\frac{d\alpha}{dz} P(z) - \alpha(z) 2\alpha P(z) = 0$, откуда

$$\frac{d\alpha}{dz} = 2\alpha^2. \quad (4.9.7)$$

С учетом (4.8.14) и (4.9.7), можно получить

$$\frac{dE_b}{dz} = -I_0 \alpha(z) R_{sh}. \quad (4.9.8)$$

В CG-структуре, исходя из (4.9.3), зависимость коэффициента затухания вдоль структуры есть

$$\alpha(z) = \frac{1}{\tau_{0A} \cdot v_{\text{гp}}(z)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - e^{-2\tau})/L}{[1 - z \cdot (1 - e^{-2\tau})/L]}. \quad (4.9.9)$$

Подставляя (4.9.9) в (4.9.8), распределение поля излучения вдоль CG-структуры в стационарном режиме будет равным

$$E_b(z) = \frac{I_0 R_{sh}}{2} \cdot \ln \left[1 - \frac{z}{L} \cdot (1 - e^{-2\tau}) \right]. \quad (4.9.10)$$

Потенциал, который потеряет пучок из-за излучения

$$U_b = -I_0 R_{sh} L \left[\frac{1}{2} - \frac{\tau \cdot e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \right]. \quad (4.9.11)$$

В общем случае, когда в структуре есть поле генератора, сдвинутое по фазе относительно тока на постоянный угол Θ , полная энергия в электрон-вольтах, набираемая пучком в ускоряющей структуре, есть

$$U = U_m \cdot \cos \Theta - m \cdot I_0, \quad (4.9.12)$$

где U_m – энергия, набираемая в структуре без учета поля излучения при $\Theta = 0$.

Для CZ-структуры $U_m = U_0 \cdot \frac{1 - e^{-\tau}}{\sqrt{\tau}}$, $m = R_{sh} L \left[1 - \frac{(1 - e^{-\tau})}{\tau} \right]$, $\tau = \alpha L$.

Для CG-структуры $U_m = U_0 \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-2\tau}}{2}}$, $m = R_{sh} L \left[\frac{1}{2} - \frac{\tau \cdot e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \right]$, $\tau = \int_0^L \alpha(z) dz$,

где для обеих структур $U_0 = \sqrt{2P_0 R_{sh} L}$.

4.10. Расчет круглого диафрагмированного волновода с малым отверстием связи

Рассмотрим круглый диафрагмированный волновод, состоящий из одинаковых цилиндрических резонаторов, показанных на рис. 4.10.1, возбуждаемых на волне E_{010} . Каждый резонатор связан с соседними резонаторами малым отверстием связи диаметром $2a$. Полный период системы – d . Рабочая гармоника имеет осесимметричное электрическое поле на оси

$$E_z = E_0 \cdot e^{-i\frac{\theta}{d}z} = E_0 \cdot e^{-i\beta z}, \text{ где } \theta - \text{сдвиг фазы на ячейку.}$$

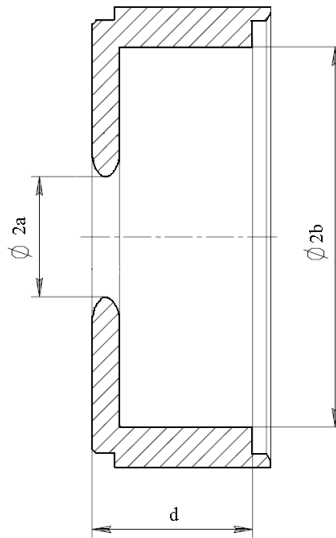


Рис. 4.10.1. Ускоряющая ячейка круглого диафрагмированного волновода

Из уравнений Максвелла (2.1.5) и (2.1.7), в вакууме для цилиндрической системы координат имеем

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} (H_{\varphi} \rho) = i\omega \varepsilon_0 E_z, \\ \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} (E_{\rho} \rho) = i\beta E_z. \end{cases} \quad (4.10.1)$$

Если отверстие связи мало, то можно считать, что на нем поле E_z не зависит от z . Тогда интегрирование уравнений дает распределение E_{ρ} и H_{φ} на отверстии

$$\begin{aligned} H_{\varphi} &\approx \frac{i\omega\varepsilon}{2} \cdot \rho \cdot E_z, \\ E_{\rho} &\approx \frac{i\beta}{2} \cdot \rho \cdot E_z. \end{aligned} \quad (4.10.2)$$

Мощность, распространяющуюся по волноводу $P = P_z$, можно вычислить, проинтегрировав z -компоненту вектора Умова – Пойнтинга (2.5.6) по отверстию связи

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \int_S E_{\rho} \cdot H_{\varphi}^* ds = E_0^2 \cdot \frac{\omega\varepsilon\beta}{8} \cdot 2\pi \cdot \int_0^a \rho^3 d\rho = \frac{\pi\omega\varepsilon\beta}{16} \cdot a^4 E_0^2 = \frac{\pi^3}{4} \cdot \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \cdot \frac{(E_0 \cdot \lambda)^2}{Z_0 \beta_{\phi}}, \\ P &= \frac{\pi^3}{4} \cdot \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \cdot \frac{(E_0 \cdot \lambda)^2}{Z_0 \beta_{\phi}}, \end{aligned} \quad (4.10.3)$$

где $Z_0 = 120 \cdot \pi$ Ом, $\beta_{\phi} = \frac{v_{\phi}}{c}$ – относительная фазовая скорость волны. Параметр ускоряющего поля

$$\frac{E_0}{\sqrt{P}} = 6.97 \cdot \frac{\lambda}{a^2} \sqrt{\beta_{\phi}} \approx 7 \cdot \left(\frac{\lambda}{a^2}\right) \sqrt{\beta_{\phi}}. \quad (4.10.4)$$

Здесь все в системе СИ.

Полная запасенная энергия в отдельном цилиндрическом резонаторе диаметром $2b$ и высотой d (считаем, что толщина диафрагмы с отверстием связи равна нулю), возбуждаемом на волне E_{010} , будет иметь вид

$$W_S = \frac{\varepsilon}{4} \cdot \int_V \dot{E}_z E_z^* dV + \frac{\varepsilon}{4} \cdot \int_V \dot{H}_{\varphi} H_{\varphi}^* dV = \frac{\pi \varepsilon b^2 d J_1^2(v_{01}^E)}{2} \cdot E_S^2, \quad (4.10.5)$$

где E_S – амплитуда электрического поля на оси резонатора волны E_{010} . Индекс S означает стоячую волну.

В бегущем режиме запасенная энергия равна $W_t = t \cdot P$. Если на пути передачи мощности поставить короткое замыкание, то в системе возникнет режим стоячей волны, а запасенная энергия будет определяться как $W_S = 2t \cdot P = 2W_t$, поскольку поток мощности будет отражаться в сторону генератора. Так же за счет обратной волны амплитуда поля в стоячем режиме в два раза больше, чем в бегущем: $E_S = 2 \cdot E_t$. Амплитуда ускоряющей гармоники E_0 для связанных резонаторов с постоянным электрическим полем на оси E_t есть (см. (4.5.5))

$$E_0 = E_t \cdot T = E_t \cdot \frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}. \quad (4.10.6)$$

Радиус E_{010} -резонатора b выражается через длину волны $b = \lambda \cdot \frac{v_{01}^E}{2\pi} = \frac{c \cdot v_{01}^E}{\omega}$. Учитывая все это, запишем

$$\frac{W_t}{d} = \frac{c^2 \pi \varepsilon}{\omega^2} \cdot \left[\frac{v_{01}^E \cdot J_1(v_{01}^E)}{T} \right]^2 \cdot E_0^2, \quad (4.10.7)$$

где $T = \frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}$. Зная мощность, распространяющуюся по волноводу P и запасенную энергию на единицу длины W_t/d , можно вычислить групповую скорость $v_{гр}$:

$$v_{гр} = \frac{P}{(W_t/d)} = \frac{c}{\beta_\phi} \cdot \left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)^4 \cdot \left[\frac{T}{v_{01}^E \cdot J_1(v_{01}^E)}\right]^2. \quad (4.10.8)$$

Произведение относительных групповой и фазовой скоростей равно

$$\begin{aligned} \beta_{гр} \cdot \beta_\phi &= \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \cdot \left[\frac{\pi^2}{v_{01}^E \cdot J_1(v_{01}^E)}\right]^2 \cdot T^2 = 62,5 \cdot \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \cdot \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2 = \\ &= 1,3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2. \end{aligned}$$

Так как отверстие связи мало, то волноводная добротность Q_B равна собственной добротности E_{010} -резонатора Q_0 . Зная волноводную добротность системы и групповую скорость, можно найти коэффициент затухания круглого диафрагмированного волновода α и его шунтовое сопротивление R_{sh} . Шунтовое сопротивление системы $R_{sh} \sim \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2 \cdot \frac{1}{1+b/d}$. Радиус резонатора выражается через длину волны, а период системы d можно выразить через сдвиг фазы на ячейку θ :

$$b = \lambda \cdot \frac{v_{01}^E}{2\pi}, \quad d = \Lambda \cdot \frac{\theta}{2\pi} \Rightarrow b/d = \frac{v_{01}^E}{\theta} \cdot \frac{\lambda}{\Lambda} = \frac{v_{01}^E}{\beta_\phi \cdot \theta},$$

где Λ – длина волны в волноводе. Из данных соотношений можно получить, что шунтовое сопротивление пропорционально

$$R_{sh} \sim \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2 \cdot \frac{1}{1 + v_{01}^E / (\beta_\phi \theta)} \bigg|_{\beta_\phi = 1} = \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2 \cdot \frac{1}{1 + v_{01}^E / \theta}. \quad (4.10.9)$$

Максимум этого выражения находится из уравнения $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{\theta^2 + v_{01}^E \cdot \theta}{2 \cdot \theta + v_{01}^E} \Rightarrow \theta_{\max} = 1,804$. Это

значение θ лежит между $\theta = \pi/2 = 1,57$ и $\theta = 2\pi/3 = 2,09$, которые обычно используются в ускорителях электронов. На самом деле, найденный максимум шунтового сопротивления очень незначителен

$$R_{sh} \sim \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2}\right]^2 \cdot \frac{1}{1 + v_{01}^E \cdot \theta} = \begin{cases} 0,320 & \text{при } \theta = \pi/2, \\ 0,324 & \text{при } \theta = 1,804, \\ 0,318 & \text{при } \theta = 2\pi/3. \end{cases}$$

Кроме того, простые дробные значения от 2π предпочтительны с точки зрения высокочастотных измерений характеристик ускоряющих структур и согласования волновода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 4.1. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 26–27.
- 4.2. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 39
- 4.3. *Мэтьюз Дж., Уокер Р.* Математические методы физики. М.: Атомиздат, 1972. с 172.
- 4.4. *Милованов О. С., Собенин Н. П.* Техника сверхвысоких частот. М. : Атомиздат, 1980. с. 140.
- 4.5. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М. : Наука, 1977. с. 176–286.
- 4.6. *Милованов О. С., Собенин Н. П.* Техника сверхвысоких частот. М. : Атомиздат, 1980. с. 140.
- 4.7. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970. с. 107.
- 4.8. *Капчинский И. М.* Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М. : Атомиздат, 1966. с. 9.
- 4.9. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. p. 62–72.
- 4.10. *Мэтьюз Дж., Уокер Р.* Математические методы физики. М. : Атомиздат, 1972. с 172.
- 4.11. *Атабеков Г. И.* Основы теории цепей. М. : Энергия, 1969. с 113.
- 4.12. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998, p. 69.
- 4.13. *Черноусов Ю. Д., Иванников В. И., Шеболаев И. В., Левичев А. Е., Павлов В. М.* Полосовые характеристики связанных резонаторов. // Р.Э., 2010, том 55, № 7, с. 1–7.
- 4.14. *Черноусов Ю. Д., Иванников В. И., Шеболаев И. В., Левичев А.Е., Павлов В.М.* Способ определения коэффициента межрезонаторной связи системы двух связанных резонаторов. Патент на изобретение, №2368986, Б. И. 2009, №27.
- 4.15. *Лебедев А. Н., Шальнов А. В.* Основы физики и техники ускорителей. Второе издание. М. : Энергоатомиздат, 1991. с. 344–349.
- 4.16. *Лебедев А. Н., Шальнов А. В.* Основы физики и техники ускорителей. Второе издание. М. : Энергоатомиздат, 1991. с. 348.

Глава 5

Ускоряющие резонаторы

Если в ускоряющей структуре на основе диафрагмированного волновода пустить волну по направлению к генератору, например, с помощью короткого замыкания, то в результате образуется стоячая волна. По многим характеристикам ускоряющие структуры на стоячем и бегущем типах колебания волны похожи, поскольку стоячая волна является суперпозицией двух бегущих навстречу друг другу волн. Тем не менее, подход для анализа таких структур и некоторые характеристики не всегда полностью совпадают.

Для волноводных ускоряющих структур с бегущим режимом колебания волны важно понятие фазовой скорости. Данная скорость не определяет передачу информации, поэтому может быть больше скорости света. Однако для того чтобы ускоряемая частица всегда была в постоянном ускоряющем поле, она должна находиться в одной и той же фазе, а значит двигаться с фазовой скоростью волны. Кроме фазовой скорости важна величина групповой скорости. В зависимости от нее определяется время заполнения СВЧ мощностью ускоряющей структуры, что важно для определения правильного времени инъекции пучка.

Стоячая волна состоит из двух бегущих навстречу друг другу волн. Формально для каждой из этих волн можно ввести понятие *фазовой* и *групповой* скоростей. Однако после установления колебаний в резонаторах для результирующей волны понятие фазовой скорости не будет иметь смысла, а групповая скорость интересна только при описании переходного процесса в резонаторах. Амплитуда электромагнитного поля в данном случае будет колебаться относительно нуля. Таким образом, здесь могут ускоряться частицы с любой скоростью, но при этом они должны всегда влетать в нужную фазу колебания ускоряющего поля. Данная синхронизация может достигаться, например, изменением пролетных трубок, в которых нет электромагнитного поля, но которые создают определенную задержку по времени для ускоряемых частиц. Кроме этого, для возникновения запасенной энергии внутри резонаторов электромагнитная волна должна многократно отразиться внутри резонатора с правильным набегом фаз. Тогда ее амплитуда будет складываться с амплитудой волны, поступающей от генератора, а такой режим называется резонансным. При этом часть мощности из резонатора всегда излучается через отверстия связи, что и будет определять возбуждение соседних резонаторов. Время возбуждения для таких структур больше, чем для диафрагмированных волноводов, а определяет его степень связи резонаторов.

5.1. Ускоряющий резонатор с волной E_{010}

Для резонаторов, как и для волноводов, бывают волны E, H_{mnl} и $E, H_{\varphi rz}$. Единственное отличие от волноводов – добавление дополнительной вариации поля по продольной координате z : для прямоугольных резонаторов m, n, l – вариации поля по x, y, z соответственно, для цилиндрических резонаторов φ, r, z – вариации поля по углу, радиусу и длине резонатора. Резонансная длина волны для любого замкнутого резонатора длиной L определяется выражением:

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{l}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_{\perp}}\right)^2}}, \quad (5.1.1)$$

где $\lambda_{\perp}$ – критическая длина волны волновода, из которого состоит резонатор.

В ускорителях чаще всего используются цилиндрические резонаторы с волной E_{010} . Данная волна кроме аксиально-симметричного электрического поля E_z с одной вариацией по радиусу обладает еще одной особенностью – ее резонансная длина волны равна критической длине волны круглого волновода радиуса R и не зависит от длины резонатора L . Резонаторы с волной E_{010} имеют всего две отличные от нуля компоненты электромагнитного поля:

$$E_z(z, r, \varphi, t) = E_0 \cdot J_0(k_\perp r) \cdot \cos(\omega t), \quad (5.1.2)$$

$$H_\varphi(z, r, \varphi, t) = -\frac{E_0}{Z_0} \cdot J_1(k_\perp r) \cdot \sin(\omega t). \quad (5.1.3)$$

Резонансная длина волны

$$\lambda_0^{E_{010}} = \frac{2\pi}{k_\perp} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\nu_{01}}, \quad (5.1.4)$$

где $\nu_{01} = 2,405$ – первый корень функции Бесселя нулевого порядка. Полная запасенная энергия:

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_V |E_z|^2 dV = \frac{\varepsilon_0 E_0^2 L}{2} \cdot \int_r \int_\varphi J_0^2(\gamma_\perp r) r dr d\varphi = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2 L J_1^2(\nu_{01})}{2} \cdot E_0^2. \quad (5.1.5)$$

Средняя мощность потерь в металлических стенках резонатора:

$$P_{\text{ном. см}} = \frac{R_S}{2} \cdot \oint_S |H_\varphi|^2 dS = E_0^2 \cdot \frac{R_S}{Z_0^2} \cdot \pi LR \left(1 + \frac{R}{L}\right) \cdot J_1^2(\nu_{01}). \quad (5.1.6)$$

Если на оси резонатора длиной L амплитуда электрического поля для волны E_{010} равна E_0 , то частица с зарядом q , пролетев через резонатор, увеличит свою энергию на величину

$$\Delta \varepsilon = q \cdot E_0 \cdot \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\frac{\omega}{v_e} \cdot z + \varphi_0\right) dz, \quad (5.1.7)$$

где v_e – скорость частицы, φ_0 – фаза пролета частицей центра резонатора. Если считать, что скорость частицы остается постоянной (например, для релятивистской частицы), то

$$\Delta \varepsilon = qE_0 L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2v_e}\right)}{\frac{\omega L}{2v_e}} \cdot \cos(\varphi_0) = qE_0 L \cdot \frac{\sin(\vartheta/2)}{\vartheta/2} \cdot \cos(\varphi_0). \quad (5.1.8)$$

$\vartheta = \frac{\omega L}{v_e}$ называется углом пролета резонатора. Набранная частицей энергия зависит от фазы φ_0 . Для возможности ускорения пучок должен пролетать полдлины волны, т. е. за это время фаза ускоряющего поля должна измениться на π . Если фаза пролета центра резонатора $\varphi_0 = \pi/2$, то фаза влета $\varphi_1 = 0$, а вылета – $\varphi_2 = \pi$ ($(\varphi_1 + \varphi_2)/2 = \pi/2$). На рис. 5.1.1, а показано значение $\cos \varphi$ при $0 \leq \varphi \leq \pi$, откуда видно, что суммарная энергия в этом случае будет равна $\Delta \varepsilon = 0$: частица половину времени проводит в ускоряющем поле и увеличивает свою энергию, а половину времени – в тормозящем поле и ровно на столько же теряет энергию.

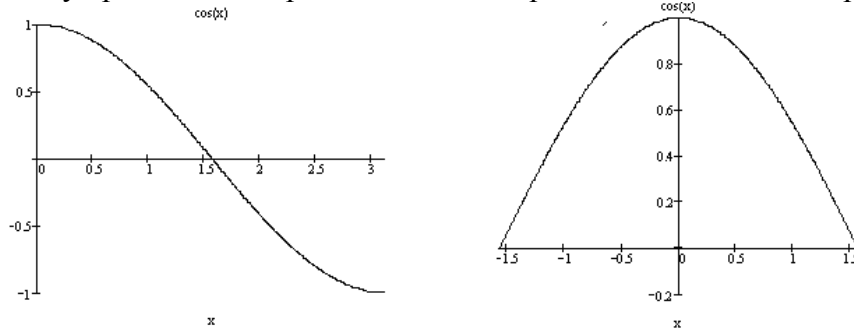


Рис. 5.1.1. Значение $\cos \varphi$: слева – при $0 \leq \varphi \leq \pi$, справа – при $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

При оптимальной фазе $\varphi_0 = 0$ ускоряющее поле будет меняться в пределах $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ (рис. 5.1.2, б), а частица – набирать максимум энергии. В связи с тем, что за время пролета фаза колебаний в резонаторе меняется, частица приобретает не полную энергию $U = qL E_0$, соответствующую напряжению на зазоре резонатора, а уменьшенную на коэффициент (или фактор) пролетного времени (transit time factor) T , который для резонатора с постоянным E_0 получился равным $T = \frac{\sin(g/2)}{g/2}$. В общем случае для произвольного распределения, но симметричного относительно центра ускоряющего зазора электрического поля $E(r=0, z)$, коэффициент пролетного времени определяется как [5.1]

$$T = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} E(r=0, z) \cdot \cos\left(\omega \frac{L}{v_e(z)}\right) dz}{\int_{-L/2}^{L/2} E(r=0, z) dz}, \quad (5.1.9)$$

а энергия будет равна

$$\Delta\varepsilon = qV_0 T \cos(\varphi_0), \quad (5.1.10)$$

где $V_0 = \int_{-L/2}^{L/2} E(r=0, z) dz$.

5.2. Колебания в резонаторе

Процесс многократного отражения внутри резонатора можно рассмотреть с помощью падающих и отраженных волн и, так называемых, матриц рассеяния [5.2]. Для большей наглядности лучше выбрать резонатор в прямоугольном волноводе с волной H_{101} , образованный двумя диафрагмами и показанный на рис. 5.2.1. Нормированные комплексные амплитуды падающих и отраженных от диафрагм волн обозначаются, соответственно, a_{ij} и b_{ij} . Нормировка выбрана так, что $P_{nad\,ij} = |a_{ij}|^2 / 2$, $P_{omp\,ij} = |b_{ij}|^2 / 2$. Γ и T – комплексные коэффициенты отражения и прохождения одиночной диафрагмы в волноводе, т. е. они являются характеристиками только диафрагмы, а не резонатора. G – комплексный коэффициент отражения волны от диафрагмы 2, при этом он уже несет в себе всю информацию о нагрузке, которая находится за резонатором.

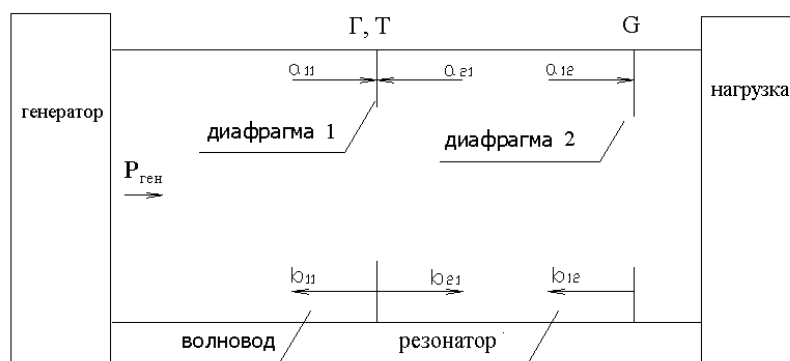


Рис. 5.2.1 Схематичный вид прямоугольного резонатора

Для понимания того, что происходит с электромагнитной волной, которая проходит через диафрагму, рассмотрим ее отдельно в прямоугольном волноводе [5.3].

Диафрагма в волноводе характеризуется комплексными коэффициентами передачи и отражения, которые, как известно [5.4], могут быть представлены в виде векторов на ком-

плескной плоскости – $\vec{T}$ и $\vec{\Gamma}$ соответственно. Коэффициенты $\vec{T}$ и $\vec{\Gamma}$ связаны. Для тонкой диафрагмы без потерь справедливы соотношения [5.5]:

$$\vec{T} = 1 + \vec{\Gamma}, \quad (5.2.1)$$

$$|T|^2 + |\Gamma|^2 = 1. \quad (5.2.2)$$

Соотношение (5.2.1) следует из граничных условий на диафрагме, а (5.2.2) – отражает отсутствие потерь при прохождении волны. Представим выражения для коэффициентов $\vec{T}$ и $\vec{\Gamma}$ в виде

$$\vec{T} = |T| \exp(i\theta) = |T|(\cos \theta + i \sin \theta), \quad (5.2.3)$$

$$\vec{\Gamma} = |\Gamma| \exp(i\psi) = |\Gamma|(\cos \psi + i \sin \psi), \quad (5.2.4)$$

где $|T|$, θ – модуль и фаза коэффициента передачи, $|\Gamma|$, ψ – модуль и фаза коэффициента отражения соответственно. Это значит, что волна, которая отражается и проходит через диафрагму, сдвигает свою фазу на ψ или θ соответственно. При этом стоит отметить, что в зависимости от своих свойств диафрагмы бывают *индуктивными* и *емкостными* [5.6].

Помножая равенство (5.2.1) на $\vec{\Gamma}$, получаем $\vec{T} \cdot \vec{\Gamma} = \vec{\Gamma} + \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Gamma}$. Подставив $\vec{\Gamma} \cdot \vec{\Gamma} = 1 - \vec{T} \cdot \vec{T}$, можно записать $\vec{T} \cdot \vec{\Gamma} = \vec{\Gamma} + 1 - \vec{T} \cdot \vec{T}$ или, исходя из (5.2.1), $\vec{T} \cdot \vec{\Gamma} = \vec{T} - \vec{T} \cdot \vec{T}$. С помощью выражения (5.2.1) заметим, что $\vec{T} \cdot \vec{T} = \vec{T} + \vec{\Gamma} \cdot \vec{T}$, тогда окончательно имеем $\vec{T} \cdot \vec{\Gamma} = \vec{T} - \vec{T} - \vec{\Gamma} \cdot \vec{T}$, откуда

$$\vec{T} \cdot \vec{\Gamma} = 0. \quad (5.2.5)$$

Таким образом, с учетом (5.2.2), коэффициенты прохождения и отражения на комплексной плоскости можно изобразить в виде двух векторов, вписанных в окружность с диаметром 1, с прямым углом между $\vec{T}$ и $\vec{\Gamma}$, как показано на рис. 5.2.2. Видно, что в пределе при $\psi \rightarrow \pi$ фаза коэффициента прохождения $\theta \rightarrow \pm \pi/2$. По аналогии с реактивным сопротивлением индуктивности и емкости, верхняя полуплоскость отвечает множеству индуктивных диафрагм, так как в пределе сдвигает фазу прошедшего сигнала на $\pi/2$, а нижняя – емкостных, так как сдвигает фазу на $-\pi/2$.

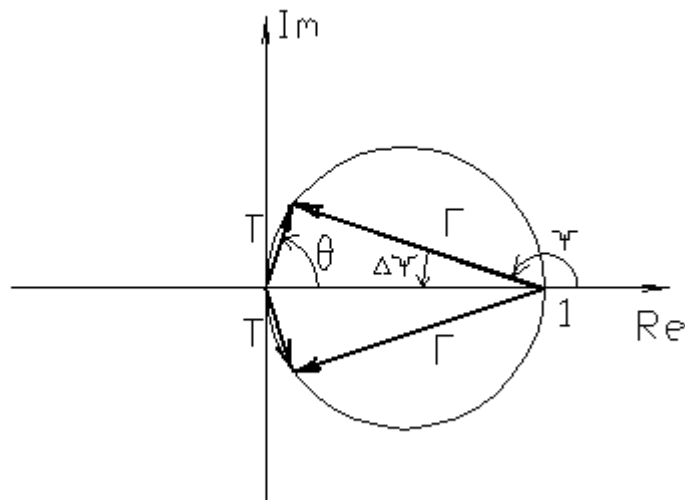


Рис. 5.2.2. Векторная диаграмма комплексных коэффициентов прохождения и отражения

Далее рассмотрим индуктивные диафрагмы, поскольку они чаще всего используются для связи резонаторов с подводящей линией. Для индуктивной диафрагмы, как видно из (5.2.3), (5.2.4) и рис. 5.2.2, имеют место соотношения:

$$\Gamma = |\Gamma| \exp(i\psi), \quad \operatorname{tg}(\psi) = -|T|/|\Gamma|, \quad \pi \geq \psi \geq \pi/2, \quad (5.2.6)$$

$$T = |T| \exp(i\theta), \quad \operatorname{tg}(\theta) = |\Gamma|/|T|, \quad \pi/2 \geq \theta \geq 0, \quad (5.2.7)$$

$$\psi - \theta = -\pi/2. \quad (5.2.8)$$

Для связи резонаторов с внешними линиями чаще всего используют индуктивные диафрагмы с большим коэффициентом отражения. В этом случае приближенно можно считать, что $\vec{T} \approx i|T|$ при $|T| \ll 1$, т. е. фаза *прошедшего через диафрагму сигнала* сдвигается на $\theta \approx \pi/2$, а $\vec{\Gamma} \approx -\sqrt{1-|T|^2} \rightarrow -1$ – фаза *отраженного сигнала от диафрагмы* сигнала сдвигается на $\psi \approx \pi$. Здесь надо понимать, что речь идет именно об электромагнитной волне, взаимодействующей только с диафрагмой. Например, отраженная волна от резонатора, образованного диафрагмой связи, будет описываться более сложным образом.

Рассмотрим теперь резонатор, показанный на рис. 5.2.2. Волна b_{11} состоит из волны, отраженной от диафрагмы 1 и волны, прошедшей через нее из резонатора:

$$b_{11} = \Gamma a_{11} + T a_{21}. \quad (5.2.9)$$

Отраженная от диафрагмы в полость резонатора волна b_{21} , как и b_{11} , состоит из суммы отраженной и прошедшей через диафрагму 1 волн:

$$b_{21} = \Gamma a_{21} + T a_{11}. \quad (5.2.10)$$

Волна a_{21} – это волна b_{21} , дошедшая до диафрагмы 2, отразившаяся от нее и вернувшаяся обратно к диафрагме 1. При этом из-за потерь в стенках b_{21} должна затухнуть в α -раз и набрать удвоенный набег фаз φ :

$$a_{21} = b_{21} G e^{-\alpha - 2i\varphi}. \quad (5.2.11)$$

В безразмерном коэффициенте затухания α уже учтено двойное прохождение волной резонатора.

Подставив (5.2.11) в (5.2.10) и выразив b_{21} через амплитуду волны, поступившей от генератора, получим [5.7]

$$b_{21} = \frac{T a_{11}}{1 - \Gamma G e^{-\alpha - 2i\varphi}}. \quad (5.2.12)$$

Фаза входного сигнала задается генератором, поэтому будем считать $a_{11} = a_{11} e^{i\theta}$. Для максимального значения амплитуды b_{21} необходимо минимальное значение знаменателя (5.2.12). В этом случае при $G = -1$, $\Gamma \rightarrow 1 \cdot e^{i\pi} = -1$, и $e^{-2i\varphi} \rightarrow 1$ [5.7], т. е.

$$2\varphi = 2\pi n, \quad (5.2.13)$$

где n – целое число. Таким образом, для достижения режима резонанса, набег фазы волны в резонаторе должен быть кратен π ($\varphi = \pi n$). С учетом того, что фаза волны определяется через длину волны в волновом Λ , как $\varphi = L 2\pi/\Lambda$, можно определить, что для условия резонанса в прямоугольном волноводном резонаторе на длине L должно укладываться целое количество длин полуволин:

$$L = \frac{\Lambda}{2} n. \quad (5.2.14)$$

Например, для моды колебания H_{101} $n = 1$, для H_{102} $n = 2$ и т. д. *Стоит заметить, что условие $\varphi = \pi$ справедливо, строго говоря, для резонатора с элементами связи, для которых коэффициент отражения равен -1 .* На самом деле, элемент связи с генератором СВЧ мощности всегда присутствует и вносит дополнительный фазовый сдвиг волны $\Delta\varphi_1$, что приводит к изменению частоты резонатора и его «критической» длины $L = \Lambda/2$ ($n = 1$). В данном разделе будем считать, что элемент связи резонатора не вносит существенные изменения в собственную частоту резонатора, т. е. $\Delta\varphi_1 \rightarrow 0$.

Мощность, прошедшая в резонатор P_{np} , состоит из мощности потерь P_{nom} в резонаторе и изменения запасенной энергии W во времени: $P_{np} = P_{nom} + dW/dt$. С другой стороны, она равна разности мощности, поступившей в резонатор и мощности, отраженной от него обратно в волновод: $P_{np} = |a_{11}|^2/2 - |b_{11}|^2/2$. В итоге, можно записать, что

$$P_{np} = \frac{|a_{11}|^2}{2} - \frac{|b_{11}|^2}{2} = P_{nom} + \frac{dW}{dt}. \quad (5.2.15)$$

Как и ранее, будем предполагать, что отверстие диафрагмы связи 1 удовлетворяет условию $\Gamma \rightarrow 1 \cdot e^{i\pi}$, тогда (5.2.9) можно записать в виде

$$b_{11} = |\Gamma| \cdot |a_{11}| e^{i(\pi + \varphi_{a11})} + |T| \cdot |a_{21}| e^{i(\pi/2 + \varphi_{a21})}, \quad (5.2.16)$$

где φ_{a11} и φ_{a21} – фазы волны a_{11} и a_{21} соответственно. Раскрыв комплексные величины, перепишем (5.2.16) следующим образом:

$$b_{11} = |\Gamma| \cdot |a_{11}| \cos(\pi + \varphi_{a11}) + |T| \cdot |a_{21}| \cos(\pi/2 + \varphi_{a21}) + i[|\Gamma| \cdot |a_{11}| \sin(\pi + \varphi_{a11}) + |T| \cdot |a_{21}| \sin(\pi/2 + \varphi_{a21})],$$

считая $|\Gamma| \approx 1$, получаем

$$|b_{11}|^2 = |a_{11}|^2 + |T|^2 \cdot |a_{21}|^2 + 2|T| \cdot |a_{21}| \cdot |a_{11}| \cos(\varphi_{a11} - \varphi_{a21} + \pi/2). \quad (5.2.17)$$

Фаза a_{11} задается генератором, поэтому можем считать, что $\varphi_{a11} = 0$. Из (5.2.11) видно, что фаза φ_{a21} состоит из фазы φ_{b21} волны b_{21} , фазы $\varphi_G \approx \pi$ коэффициента G (полагаем, что в качестве диафрагмы 2 на рис. 5.2.2 стоит короткое замыкание, т. е. $G \rightarrow -1$) и набега фаз в резонаторе -2φ . При условии резонанса из (5.2.13) получаем $\varphi = \pi$. С учетом (5.2.12), $\Gamma \approx -1$ и $G = -1$ видно, что фаза b_{21} отличается от фазы a_{11} на величину, обусловленную коэффициентом прохождения T , т. е., согласно (5.2.7), $\varphi_{b21} = \pi/2$. Окончательно получаем:

$$\varphi_{a21} = \varphi_{b21} + \varphi_G - 2\varphi = \pi/2 + \pi - 2\pi = -\pi/2. \quad (5.2.18)$$

Определив $\varphi_{a11} - \varphi_{a21} + \pi/2 = 0 + \pi/2 + \pi/2 = \pi$, выражение (5.2.17) можно записать в виде:

$$|b_{11}|^2 = |a_{11}|^2 + |T|^2 \cdot |a_{21}|^2 - 2|T| \cdot |a_{21}| \cdot |a_{11}|. \quad (5.2.19)$$

Теперь прошедшая в резонатор мощность (5.2.15) приобретает вид

$$P_{np} = |T| \cdot |a_{21}| \cdot |a_{11}| - \frac{|T|^2 \cdot |a_{21}|^2}{2} = P_{nom} + \frac{dW}{dt}. \quad (5.2.20)$$

Из полученного выражения (5.2.20) следует, что поступившая в резонатор мощность определяется взаимодействием волны, прошедшей со стороны генератора в резонатор, с волной внутри резонатора – $|T| \cdot |a_{21}| \cdot |a_{11}|$, а также мощностью, излученной из резонатора

$P_{изл} = \frac{|T|^2 \cdot |a_{21}|^2}{2}$. Стоит отметить, что излученная мощность определяется при выключенном генераторе, когда $a_{11} = 0$:

$$P_{np} = -\frac{|T|^2 \cdot |a_{21}|^2}{2} = -P_{изл}. \quad (5.2.21)$$

Для определения электродинамических параметров резонатора существуют несколько основных величин: резонансная частота резонатора f_0 или $\omega_0 = 2\pi f_0$, собственная Q_0 и нагруженная Q_n добротности резонатора и коэффициент связи резонатора с внешней линией β (не путать с волновым числом $\beta = 2\pi/\Lambda$) [5.8]:

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_{nom}}, \quad Q_n = \omega_0 \frac{W}{P_n} = \frac{Q_0}{1 + \beta}, \quad \beta = P_{изл} / P_{nom}, \quad (5.2.22)$$

где W – запасенная энергия в резонаторе. С помощью (5.2.22) и (5.2.20) легко установить, что

$$|T| \cdot |a_{21}| = \sqrt{2\beta\omega_0 \frac{W}{Q_0}}.$$

Применяя полученное выражение и заменяя $P_{nom} = \omega_0 \frac{W}{Q_0}$, перепишем (5.2.20) в виде

$$|a_{11}| \sqrt{2\beta\omega_0 \frac{W}{Q_0}} = \beta\omega_0 \frac{W}{Q_0} + \omega_0 \frac{W}{Q_0} + \frac{dW}{dt}. \quad (5.2.23)$$

Введем нормированную амплитуду колебаний в резонаторе [5.9] V . Условия нормировки выберем следующим образом: $W = |V|^2 / 2$. С учетом новой переменной, уравнение переходного процесса в резонаторе (5.2.23) приобретает окончательный вид:

$$\sqrt{4 \frac{P_z}{\tau_n} \cdot \frac{\beta}{1 + \beta}} = \frac{V}{\tau_n} + \frac{dV}{dt}, \quad (5.2.24)$$

где $\tau_n = \frac{\tau_0}{1 + \beta} = \frac{2Q_n}{\omega_0}$ – нагруженная постоянная времени резонатора, τ_0 – постоянная времени резонатора, P_z – мощность генератора. Решением уравнения (5.2.24) является выражение

$$V(t) = e^{-t/\tau_n} \sqrt{\frac{4}{\tau_n} \cdot \frac{\beta}{1 + \beta}} \cdot \int_0^t \sqrt{P_z(t)} \cdot e^{t'/\tau_n} dt'. \quad (5.2.25)$$

Если $P_z(t) = \text{const}$, то (5.2.25) приобретает вид [5.10]

$$V(t) = 2 \sqrt{P_z \tau_n \cdot \frac{\beta}{1 + \beta}} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n}). \quad (5.2.26)$$

С учетом (5.2.26), (5.2.22), (5.2.21) и (5.2.20) для одиночного резонатора можно получить [5.10]:

$$W(t) = \frac{|V(t)|^2}{2} = 2P_z \tau_n \frac{\beta}{1+\beta} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})^2, \quad (5.2.27)$$

$$P_{nom}(t) = \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{|V(t)|^2}{2} = P_z \frac{4\beta}{(1+\beta)^2} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})^2, \quad (5.2.28)$$

$$P_{изл}(t) = \beta \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{|V(t)|^2}{2} = P_z \frac{4\beta^2}{(1+\beta)^2} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})^2, \quad (5.2.29)$$

$$P_{np}(t) = P_z \frac{4\beta}{1+\beta} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n}) - P_{изл}(t) \quad (5.2.30)$$

или

$$P_{np}(t) = P_z \frac{4\beta}{1+\beta} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n}) \cdot \left(1 - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})\right),$$

$$P_{omp}(t) = P_z - P_{np}(t) = P_z \left[\frac{2\beta}{1+\beta} (1 - e^{-t/\tau_n}) - 1 \right]^2. \quad (5.2.31)$$

На основе проделанных рассуждений и полученных выражений можно сделать некоторые интересные выводы.

1. Несмотря на то, что все выражения были получены из рассмотрения прямоугольного волноводного резонатора, они состоят только из универсальных электродинамических параметров резонаторов: частота, добротность, коэффициент связи. Это значит, что все выражения и уравнения справедливы для любого резонатора, описываемого данными характеристиками.
2. Для достижения установившегося режима в резонаторе должно пройти время $t > \tau_n$. Для медного резонатора S диапазона (2–4 ГГц) при $\beta = 1$, $Q_n = Q_0/2$, $\tau_n \sim 1$ мкс. Таким образом, можно считать, что длительность переходного процесса резонатора измеряется несколькими микросекундами. Это значительно больше времени заполнения ускоряющей структуры $T_f \sim 0,5$ мкс на основе диафрагмированного волновода такого же S диапазона.
3. При $\beta = 1$ и $t \gg \tau_n$: $W(t) = P_z \tau_n$, $P_{nom}(t) = P_z$, $P_{np}(t) = P_z$, $P_{omp}(t) = 0$. Вся мощность от генератора поступает в резонатор и теряется в стенках, что называется *критическим* [5.8] режимом связи (рис. 5.2.3).
4. Выражение (5.2.31) с учетом (5.2.29) можно переписать в виде

$$P_{omp}(t) = \left[\sqrt{P_{изл}(t)} - \sqrt{P_z(t)} \right]^2 = (E_{изл}(t) - E_z(t))^2 = E_{omp}(t)^2. \quad (5.2.32)$$

Амплитуда отраженной волны E_{omp} состоит из разности амплитуд излученной волны $E_{изл}$ и волны генератора E_z , т. е. отраженная мощность от резонатора состоит из взаимодействия этих двух волн. Если $P_{omp} = 0$, то именно интерференция данных двух волн дает нулевое значение мощности, в то время как амплитуда каждой волны по отдельности отлична от нуля. На данном принципе строятся некоторые устройства, применяемые в ускорительной технике. Например, если в какой-то момент выключить генератор, то отраженная от резонатора волна возрастет, если генератор не просто выключить, а сдвинуть его фазу на 180° , то в выражении (5.2.32) излученная волна будет складываться с волной генератора, что приведет к значительному увеличению отраженной мощности. Так устроена система умножения мощности SLED, разработанная в SLAC (Stanford Linear Accelerator Laboratory) [5.11]. Подробнее система SLED будет рассмотрена ниже.

5. Из (5.2.31) следует, что существует момент времени, когда отраженная от резонатора мощность отсутствует:

$$t_0 = \tau_n \ln \frac{2\beta}{\beta-1}. \quad (5.2.33)$$

Видно, что t_0 возможно только при режиме *пересвязи* [5.8] резонатора, когда $\beta > 1$ или $P_{изл} > P_{ном}$. Данное явление называется *динамическим согласованием* и заключается в том, что при включении генератора, излученная из резонатора мощность начинает возрастать и в момент времени t_0 совпадает по амплитуде с мощностью генератора и, как следует из (5.2.32), полностью ее компенсирует. Далее излученная мощность продолжает расти, пока режим не установится. Поведение мощностей резонатора S диапазона при $\beta > 1$ показано на рис. 5.2.4. Такой режим работы может быть полезен, например, при ускорении пучка. Для эффективности ускоряющей структуры необходимо, чтобы вся мощность генератора поступала в ускоряющие резонаторы. При работе с малыми токами пучка необходимо условие $\beta = 1$. Если ток пучка заметно нагружает ускоряющее поле, то его можно инжектировать в момент времени t_0 при $\beta > 1$, тогда поле излучение пучка может компенсировать «лишнюю» излученную из резонатора мощность, получив в итоге $P_{omp}(t > t_0) = 0$.

6. При $\beta < 1$ [5.8] излученная мощность (5.2.29) всегда меньше мощности генератора, т. е. $P_{изл} < P_{ном}$. Данный режим называется *недосвязью* и изображен на рис. 5.2.5.

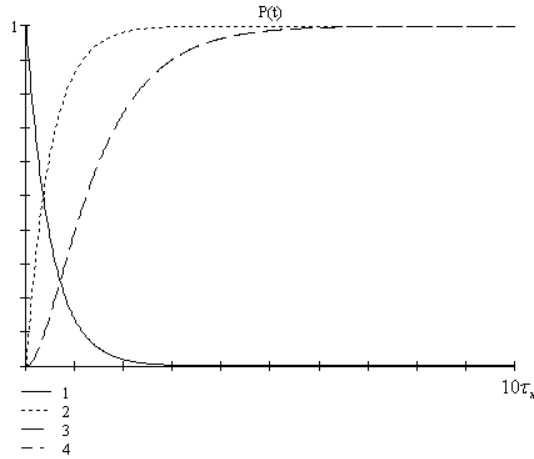


Рис. 5.2.3. Критический режим связи резонатора: 1 – отраженная мощность, 2 – прошедшая мощность, 3 – излученная мощность, 4 – мощность потерь в стенках резонатора

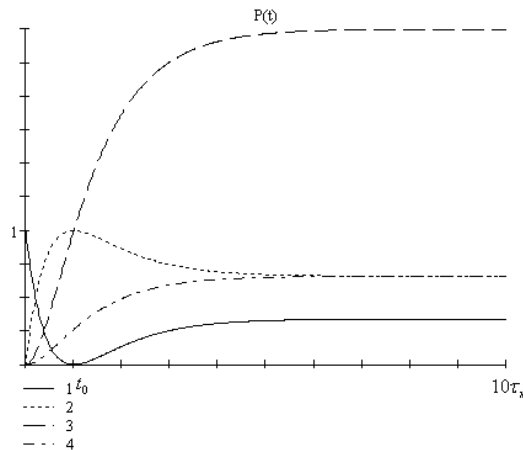


Рис. 5.2.4. Режим пересвязи резонатора: 1 – отраженная мощность, 2 – прошедшая мощность, 3 – излученная мощность, 4 – мощность потерь в стенках резонатора

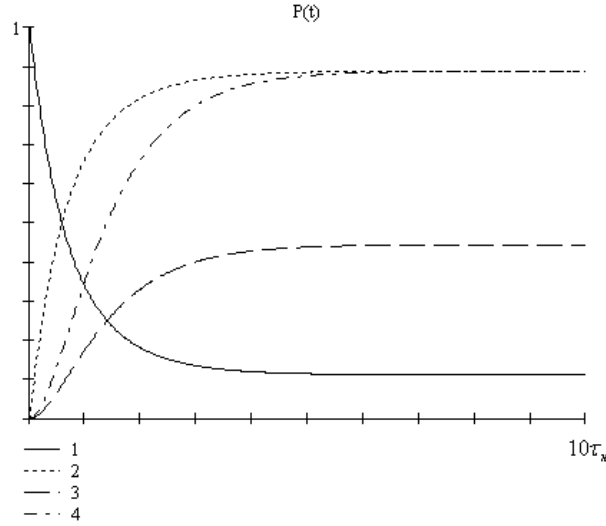


Рис. 5.2.5. Режим недосвязи резонатора: 1 – отраженная мощность, 2 – прошедшая мощность, 3 – излученная мощность, 4 – мощность потерь в стенках резонатора

5.3. Резонансная кривая резонатора

Подставим выражение (5.2.12) в (5.2.11):

$$a_{21} = \frac{Ta_{11}Ge^{-\alpha-2i\varphi}}{1 - \Gamma Ge^{-\alpha-2i\varphi}}. \quad (5.3.1)$$

После применения полученного значения волны a_{21} в уравнение для b_{11} (5.2.9) и, используя (5.2.1), получаем коэффициент отражения от одиночного волноводного резонатора:

$$G_p = \frac{b_{11}}{a_{11}} = \frac{\Gamma + (1 + 2\Gamma)Ge^{-\alpha-2i\varphi}}{1 - \Gamma Ge^{-\alpha-2i\varphi}}. \quad (5.3.2)$$

При коротком замыкании на конце резонатора $G = -1$ [5.12]:

$$G_p = \frac{b_{11}}{a_{11}} = \frac{\Gamma - (1 + 2\Gamma)e^{-\alpha-2i\varphi}}{1 + \Gamma e^{-\alpha-2i\varphi}}. \quad (5.3.3)$$

Для идеального резонатора без существенного влияния элементов связи, как показано в (5.2.13), фаза $\varphi = \pi$. Если рассматривать более общий случай, то φ будет отлична от целого числа π на величины сдвига фазы $\Delta\varphi$ и $\Delta\varphi_1$, вызванные отстройкой частоты генератора от резонансной частоты резонатора и наличием элемента связи с генератором соответственно:

$$\varphi = \pi + \Delta\varphi + \Delta\varphi_1. \quad (5.3.4)$$

Величина $\Delta\varphi$ определяется пробегом волны в резонаторе L и изменением волнового числа β , приведенном в (2.3.2): $\Delta\varphi = L\Delta\beta$. Из определения групповой скорости волны (4.1.3) $\Delta\beta = \frac{\Delta\omega}{v_{гр}}$. В итоге получим

$$\Delta\varphi = \frac{L}{v_{гр}} \Delta\omega. \quad (5.3.5)$$

Величина $\tau = \frac{L}{v_{гп}}$ называется *временем прохождения электромагнитной энергии, переносимой волной, по волноводу длиной L* [5.13]. $\Delta\omega$ – отличие частоты генератора ω от резонансной частоты резонатора ω_0 : $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Для исследования полосовой характеристики резонатора часто используют безразмерную величину $\delta\omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$, называемую *расстройкой* резонатора. С учетом сказанного, выражение (5.3.5) можно переписать в виде

$$\Delta\varphi = \tau\omega_0\delta\omega. \quad (5.3.6)$$

При изменении $T > 0$ изменяются амплитуда и фаза коэффициента отражения диафрагмы [5.14]. По этой причине изменяется собственная частота резонатора. При изменении частоты меняется электрическая длина отрезка волновода, из которого выполнен резонатор, т. е. появляется сдвиг фазы $\Delta\varphi_1$.

Таким образом, при коэффициенте передачи элемента связи $T = 0$, резонансная частота резонатора определяется собственными числами, получаемыми из граничных условий уравнений Максвелла, а фазовый сдвиг на резонансе должен быть равен $\varphi = \pi n$. При рассмотрении колебаний в стороне от резонансной частоты появляется дополнительный набег фазы (5.3.6) $\Delta\varphi = \tau\omega_0\delta\omega$: $\varphi = \pi n + \Delta\varphi$. Если появляется элемент связи с внешней линией, т. е. $T > 0$, возникает набег фазы $\Delta\varphi_1$: $\varphi = \pi n + \Delta\varphi + \Delta\varphi_1$.

Стоит заметить, что для вышеописанных величин система отсчета выбрана непосредственно от элемента связи с СВЧ-генератором. Величина $\Delta\varphi$ достаточно мала, поскольку отходить от резонансной частоты резонатора не имеет особого смысла.

Таким образом, для уравнения (5.3.3) получаем в общем виде

$$\begin{aligned} \exp(-\alpha - 2i\varphi) &= \exp(-\alpha - 2i(\pi n + \Delta\varphi + \Delta\varphi_1)) \approx \\ &\approx (1 - \alpha)[\cos(2(\pi n + \Delta\varphi + \Delta\varphi_1)) + i \sin(2(\pi n + \Delta\varphi + \Delta\varphi_1))] \end{aligned}$$

или

$$\exp(-\alpha - 2i\varphi) \approx (1 - \alpha - 2\Delta\varphi_1^2) - 2j(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi). \quad (5.3.7)$$

Здесь учтено, что величина отстройки частоты резонатора мала, т. е. $\Delta\varphi \rightarrow 0$, а добротность резонатора велика, т. е. $\alpha \rightarrow 0$. Набег фазы $\Delta\varphi_1$ может быть значительным, поэтому при разложении функции $\exp(-\alpha - 2i\varphi)$ учтены члены первого порядка по α и $\Delta\varphi$ до второго порядка по $\Delta\varphi_1$.

Из рисунка 5.2.4 можно заметить, что для индуктивной диафрагмы $\Gamma = |\Gamma|(-|\Gamma| + i|T|) = -1 + |T|^2 + i|T||\Gamma|$, тогда, с учетом (5.3.7), выражение (5.3.3) примет вид [5.14]

$$G_p \approx \frac{-|T|^2 - \alpha - 2\Delta\varphi_1^2 - 4|\Gamma||T| \cdot \Delta\varphi_1 - 2i\left(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi + \frac{|\Gamma||T|}{2}\right)}{|T|^2 + \alpha + 2\Delta\varphi_1^2 + 2|\Gamma||T| \cdot \Delta\varphi_1 + 2i\left(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi + \frac{|\Gamma||T|}{2}\right)}. \quad (5.3.8)$$

На резонансной частоте при $\Delta\varphi = 0$ по определению [5.15] мнимая часть комплексного коэффициента отражения резонатора равна нулю, т. е. $\Delta\varphi_1 + |\Gamma||T|/2 = 0$, откуда находим, что

$$\Delta\varphi_1 = -|\Gamma||T|/2. \quad (5.3.9)$$

Подставляя (5.3.9) и (5.3.6) в (5.3.8), получаем

$$G_p \approx \frac{-|T|^2 + \frac{3}{2}|T|^2|\Gamma|^2 - \alpha - 2i\tau\omega_0\delta\omega}{|T|^2 - \frac{1}{2}|T|^2|\Gamma|^2 + \alpha + 2i\tau\omega_0\delta\omega}. \quad (5.3.10)$$

Выражение (5.3.10) получено в зависимости от параметров элемента связи и отрезка волновода, из которого состоит резонатор (рис. 5.2.2). Предполагая $\Gamma \approx -1$, перепишем (5.3.10):

$$G_p \approx \frac{|T|^2 - 2\alpha - 4i\tau\omega_0\delta\omega}{|T|^2 + 2\alpha + 4i\tau\omega_0\delta\omega}. \quad (5.3.11)$$

В резонаторе, представленном отрезком волновода (рис. 5.2.2), согласно (4.1.2) и с учетом определения времени τ , запасенную энергию можно представить в виде [5.13]

$$W = 2\tau P, \quad (5.3.12)$$

где P – поток мощности, который циркулирует внутри резонатора, а коэффициент 2 возникает из-за *двойного прохождения* волной расстояния от элемента возбуждения до стенки резонатора. Поле в резонаторе, вообще говоря, определяется двумя волнами с амплитудами a_{21} и b_{21} . Если считать, что добротность резонатора высока, т. е. потери в стенках малы, то

$|a_{21}| \approx |b_{21}|$, а $P \approx \frac{|a_{21}|^2}{2} \approx \frac{|b_{21}|^2}{2}$. Здесь стоит обратить внимание на то, что в бегущем режиме амплитуда волны не отражается обратно в сторону генератора, поэтому в (5.3.12) остается только одно время τ . Это значит, что запасенная энергия в стоячем режиме отличается от запасенной энергии в бегущем в 2 раза, что уже было указано в разделе 4.10.

Мощность, которая распространяется по волноводу, как и для замедляющих систем (п. 4.8), затухает на длине z в $\exp(-2\alpha_1 z)$ раз [5.16]:

$$P_1 = P \exp(-2\alpha_1 z),$$

где $\alpha_1 [1/м]$ – коэффициент затухания волны. При малой величине коэффициента затухания $P_1 \approx P(1 - 2\alpha_1 z)$, т. е. мощность потерь в волноводe приближенно равна $P_{ном.в} \approx 2\alpha_1 z P$ [5.16]. Для случая волноводного резонатора, у которого волна дважды проходит длину резонатора и затухает в α раз (уравнение 5.2.13), мощность потерь будет определяться

$$P_{ном} = 2P_{ном.в} \approx 2\alpha P. \quad (5.3.13)$$

Собственная добротность резонатора с учетом (5.3.12) и (5.3.13) равна

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_{ном}} = \frac{\tau\omega_0}{\alpha}. \quad (5.3.14)$$

Коэффициент связи резонатора β определяется как $\beta = P_{изл}/P_{ном}$ (уравнение 5.2.22). С учетом выражения (5.3.13) и (5.2.22), можно получить [5.17]

$$\beta = \frac{|T|^2}{2\alpha}. \quad (5.3.15)$$

Применяя (5.3.14) и (5.3.15), выражение (5.3.11) можно преобразовать в следующий вид:

$$G_p \approx \frac{|T|^2 - 2\alpha - 4i\tau\omega_0\delta\omega}{|T|^2 + 2\alpha + 4i\tau\omega_0\delta\omega} = \frac{\beta \frac{\tau\omega_0}{Q_0} - \frac{\tau\omega_0}{Q_0} - 2i\tau\omega_0\delta\omega}{\beta \frac{\tau\omega_0}{Q_0} + \frac{\tau\omega_0}{Q_0} + 2i\tau\omega_0\delta\omega} = \frac{\beta - 1 - 2iQ_0\delta\omega}{\beta + 1 + 2iQ_0\delta\omega} \quad (5.3.16)$$

или

$$G_p \approx -1 + \frac{2\beta}{1 + \beta} \cdot \frac{1}{\Omega_n}, \quad (5.3.17)$$

где $\Omega_n = 1 + 2iQ_n\delta\omega$, Q_n – нагруженная добротность. Выражения (5.3.16) и (5.3.17) являются универсальными для любых резонаторов, так как зависят только от измеряемых электродинамических характеристик резонаторов [5.18]. На рис. 5.3.1 показан пример резонансной характеристики резонатора с частотой $f_0 = 2856$ МГц, собственной добротностью $Q_0 = 15000$ и коэффициентом связи $\beta = 1$. Согласно (5.2.32) при малой величине связи, отраженный от резонатора сигнал состоит из амплитуды волны генератора, отраженной от элемента связи, и излученной из резонатора волны. Сопоставляя (5.2.32) и (5.3.17), видно, что нормированная на амплитуду генератора E_z излученная из резонатора волна $E_{изл}$, определяется выражением:

$$\frac{E_{изл}}{E_z} \approx \frac{2\beta}{1 + \beta} \cdot \frac{1}{\Omega_n}. \quad (5.3.18)$$

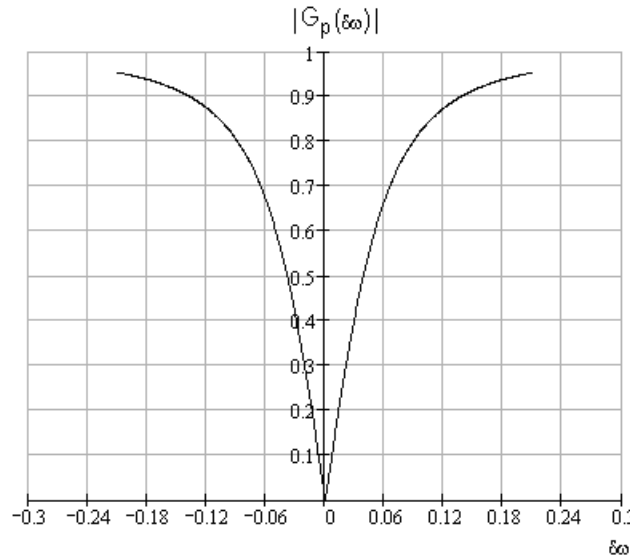


Рис. 5.3.1. Резонансная характеристика резонатора с частотой $f_0 = 2856$ МГц, собственной добротностью $Q_0 = 15000$ и коэффициентом связи $\beta = 1$

Мощность электромагнитного поля пропорциональна квадрату модуля амплитуды, поэтому из выражения (5.3.18) легко получить в стационарном случае излученную из резонатора мощность с учетом параметра расстройки:

$$P_{изл} = P_z \frac{4\beta^2}{(1 + \beta)^2} \cdot \frac{1}{|\Omega_n|^2}.$$

Для получения зависимости мощности на нерезонансной частоте от времени необходимо обратиться к выражению (5.2.29), из которого видно, что переходной процесс определяется

экспоненциальной зависимостью e^{-t/τ_n} . Таким образом, с учетом (5.3.18) и (5.2.27)–(5.2.32), получаем:

$$W(t) = 2P_z \tau_n \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})^2}{|\Omega_n|^2}, \quad (5.3.19)$$

$$P_{nom}(t) = P_z \frac{4\beta}{(1+\beta)^2} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})^2}{|\Omega_n|^2}, \quad (5.3.20)$$

$$P_{изл}(t) = P_z \frac{4\beta^2}{(1+\beta)^2} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})^2}{|\Omega_n|^2}, \quad (5.3.21)$$

$$P_{np}(t) = P_z \frac{4\beta}{1+\beta} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})}{|\Omega_n|} \cdot \left[1 - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})}{|\Omega_n|} \right], \quad (5.3.22)$$

$$P_{omp}(t) = P_z \left[\frac{2\beta}{1+\beta} \cdot \frac{(1 - e^{-t/\tau_n})}{|\Omega_n|} - 1 \right]^2. \quad (5.3.23)$$

5.4. Система умножения мощности SLED

Из (5.2.29) и (5.2.32) получается амплитуда отраженного сигнала на резонансной частоте резонатора при режиме пересвязи ($\beta > 1$) во время переходного процесса:

$$\tilde{E}_{omp}(t) = E_z(t) \cdot \frac{\beta - 1}{\beta + 1} - E_z(t) \cdot \frac{2\beta}{1 + \beta} e^{-t/\tau_n}. \quad (5.4.1)$$

Если падающая от генератора волна имеет огибающую в форме прямоугольного импульса с длительностью $0 < t \leq t_1$, то, исходя из (5.4.1), отраженный сигнал будет иметь вид

$$E_{omp}(t) = \begin{cases} \tilde{E}_{omp}(t) = E_z \cdot \frac{\beta - 1}{\beta + 1} - E_z \cdot \frac{2\beta}{1 + \beta} e^{-t/\tau_n} & \text{если } 0 < t < t_1 \\ \tilde{E}_{omp}(t) - \tilde{E}_{omp}(t - t_1) = E_z \cdot \frac{2\beta}{1 + \beta} e^{-t/\tau_n} \cdot (e^{t_1/\tau_n} - 1) & \text{если } t \geq t_1 \end{cases}.$$

В момент времени $t = t_1$

$$E_{omp}(t_1) = E_z \cdot \frac{2\beta}{1 + \beta} \cdot (1 - e^{-t_1/\tau_n}),$$

а в пределе при $\beta \rightarrow \infty$, $E_{omp}(t_1) = E_z \frac{2\beta}{1 + \beta} \rightarrow 2E_z$, отраженная мощность $P_{omp}(t_1) \rightarrow 4P_z$. Та-

ким образом, при $\beta > 1$ в момент выключения СВЧ-генератора, излученная из резонатора мощность превышает поступающую в пределе в 4 раза. Это объясняется тем, что отраженная волна состоит из разности излученного сигнала из резонатора и амплитуды волны генератора (5.2.32). В момент выключения падающего сигнала, амплитуда генератора перестает вычитаться из излученной волны, а отраженная мощность скачкообразно увеличивается, как показано на рис. 5.4.1.

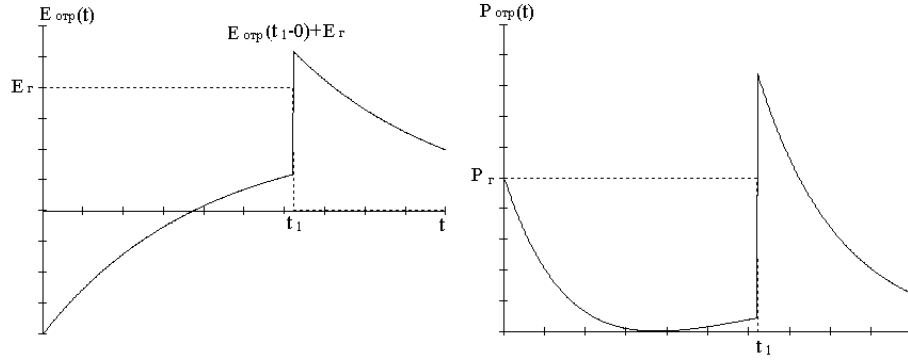


Рис. 5.4.1. Переходной процесс для амплитуды отраженной от резонатора волны при огибающей сигнала генератора прямоугольной формы

Если теперь в момент времени $t = t_1$ не просто выключить СВЧ-генератор, а перевернуть фазу падающей волны на 180° , то излученный из резонатора сигнал будет взаимодействовать с амплитудой генератора:

$$E_{omp}(t) = \begin{cases} \tilde{E}_{omp}(t) = E_z \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} - E_z \cdot \frac{2\beta}{1+\beta} e^{-t/\tau_n} & \text{если } 0 < t < t_1 \\ \tilde{E}_{omp}(t) - 2\tilde{E}_{omp}(t-t_1) = -E_z \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} + E_z(t) \cdot \frac{2\beta}{1+\beta} e^{-t/\tau_n} \cdot (2e^{t_1/\tau_n} - 1) & \text{если } t \geq t_1 \end{cases},$$

а при $t = t_1$:

$$E_{omp}(t_1) = -E_z \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} + E_z \cdot \frac{2\beta}{(1+\beta)} (2 - e^{-t_1/\tau_n})$$

и в пределе при $\beta \rightarrow \infty$, $E_{omp}(t_1) = E_z \cdot \frac{3\beta+1}{1+\beta} \rightarrow 3E_z$, $P_{omp}(t_1) \rightarrow 9P_z$. При полном выключении

СВЧ мощности в момент времени $t = t_2$, отраженная от резонатора волна будет определяться выражением

$$E_{omp}(t) = \begin{cases} \tilde{E}_{omp}(t) = E_z \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} - E_z \cdot \frac{2\beta}{1+\beta} e^{-t/\tau_n} & \text{если } 0 < t < t_1 \\ \tilde{E}_{omp}(t) - 2\tilde{E}_{omp}(t-t_1) = -E_z \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} + E_z \cdot \frac{2\beta}{1+\beta} e^{-t/\tau_n} \cdot (2e^{t_1/\tau_n} - 1) & \text{если } t_1 \leq t < t_2 \\ \tilde{E}_{omp}(t) - 2\tilde{E}_{omp}(t-t_1) + \tilde{E}_{omp}(t-t_2) = E_z \cdot \frac{2\beta}{(1+\beta)} e^{-t/\tau_n} \cdot (2e^{t_1/\tau_n} - e^{t_2/\tau_n} - 1) & \text{если } t \geq t_2 \end{cases}. \quad (5.4.2)$$

Переходной процесс с переворотом фазы амплитуды генератора показан на рис. 5.4.2.

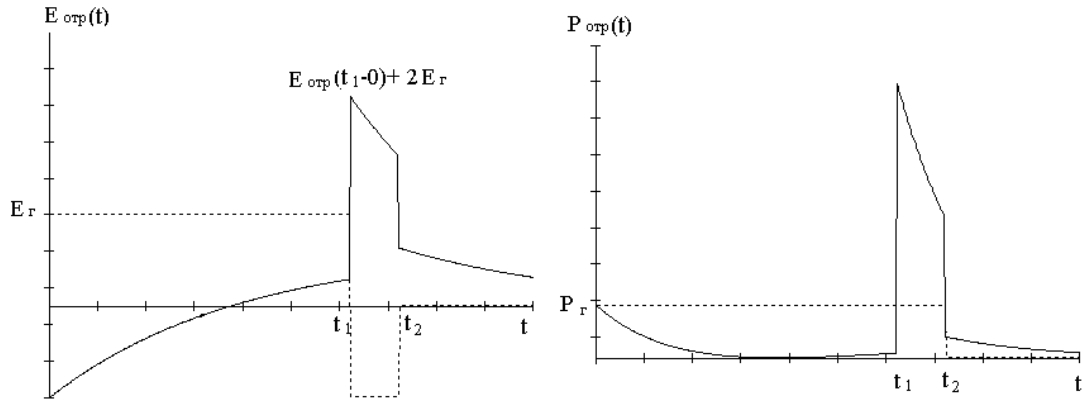


Рис. 5.4.2. Переходной процесс для амплитуды отраженной от резонатора волны при огибающей сигнала генератора прямоугольной формы с переворотом фазы

Система умножения мощности SLED (SLAC Energy Development) работает на принципе переходного процесса в резонаторе с переворотом фазы амплитуды генератора. Она состоит из волноводного щелевого моста и двух высокодобротных резонаторов (рис. 5.4.3). Резонаторы служат для накопления СВЧ мощности. Волноводный мост необходим для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке (например, к ускоряющей секции).

Волноводный мост представляет собой направленный ответвитель 1-го рода. Схему его работы можно рассмотреть в работе [5.19]. В стационарном режиме амплитуды отраженных волн $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ связаны с амплитудами падающих волн $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ матрицей рассеяния S [5.20] (стоит обратить внимание на то, что в литературе [5.20] плечи не совпадают с рис. 5.4.3):

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = S \cdot \vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & -i & 1 \\ 1 & -i & 0 & 0 \\ -i & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}. \quad (5.4.3)$$

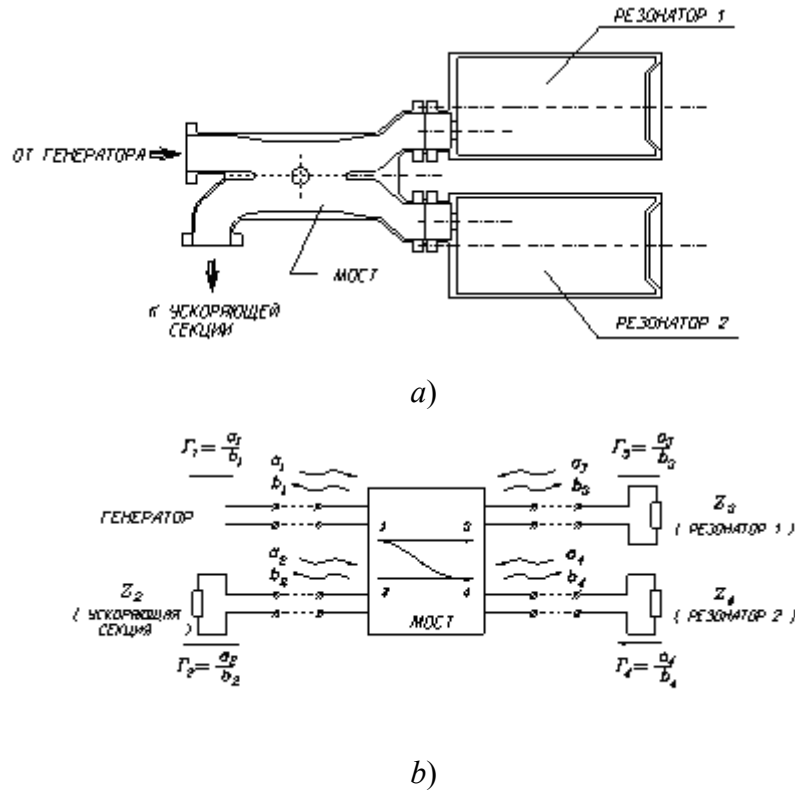


Рис. 5.4.3. Система умножения мощности SLED: а) состав системы умножения мощности, б) ее эквивалентная схема

Кроме того, при известных коэффициентах отражения Γ_2 , Γ_3 и Γ_4 , показанных на рис. 5.4.3, имеем соотношение для амплитуд:

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}. \quad (5.4.4)$$

Решая совместно (5.4.3) и (5.4.4), можно выразить все амплитуды волн через амплитуду падающей волны a_1 :

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{a_1}{2} \cdot \frac{\Gamma_3 - \Gamma_4 - 2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \\ b_2 &= -\frac{i \cdot a_1}{2} \cdot \frac{\Gamma_3 + \Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_2 = b_2 \cdot \Gamma_2; \\ b_3 &= \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1 - \Gamma_2\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_3 = b_3 \cdot \Gamma_3; \\ b_4 &= -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \Gamma_2\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_4 = b_4 \cdot \Gamma_4; \end{aligned} \quad (5.4.5)$$

Стоит отметить, что Γ_3 и Γ_4 – коэффициенты отражения от резонаторов, зависящие от частоты, а Γ_2 – коэффициент отражения от ускоряющей структуры. В идеальном случае $\Gamma_2 = 0$ (ускоряющая структура идеально согласована с подводящим волноводным трактом), а $\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma_0$ (т. е. резонаторы одинаковы), в этом случае получим

$$\begin{aligned}
b_1 &= 0, \\
b_2 &= -i \cdot a_1 \cdot \Gamma_0, \quad a_2 = 0; \\
b_3 &= \frac{a_1}{\sqrt{2}}, \quad a_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot \Gamma_0; \\
b_4 &= -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}}, \quad a_4 = -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}} \cdot \Gamma_0.
\end{aligned} \tag{5.4.6}$$

Отраженная в генератор волна отсутствует, а в ускоряющую структуру поступает волна с амплитудой, равной амплитуде отраженной волны в случае одного резонатора. Поэтому процесс умножения в системе SLED в этом случае полностью совпадает с переходным процессом, происходящим в одиночном резонаторе. А волноводный мост необходим для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке (например, к ускоряющей секции).

При использовании системы SLED в ускоряющую структуру, как следует из (5.4.2), поступает волна, *нормированная на амплитуду генератора*:

$$E_{omp}(t) = -\frac{\beta-1}{\beta+1} + \frac{2\beta}{1+\beta} e^{-(t-t_1)/\tau_n} \cdot (2 - e^{-t_1/\tau_n}),$$

если взять за начало отсчета времени переворот фазы на 180° , то есть t_1 , то $E_{omp}(t)$ можно переписать:

$$E_{omp}(t) = -B + C \cdot e^{-t/\tau_n}, \tag{5.4.7}$$

где $C = A \cdot (2 - e^{-t_1/\tau_n})$, $A = \frac{2\beta}{1+\beta}$, $B = \frac{\beta-1}{\beta+1}$, $\tau_n = \frac{\tau_0}{\beta+1}$, $\tau_0 = \frac{2Q_0}{\omega}$. При мощности задающего генератора P_0 , мощность, поступающая на вход ускоряющей секции равна $P(t) = P_0 \cdot E_{omp}(t)^2$. Распределение амплитуды ускоряющего электрического поля вдоль ускоряющей структуре с *постоянным импедансом*, согласно (4.8.5) (раздел 4.8),

$$E(z, t) = E_0 \left(t - \frac{z}{v_{гр}} \right) e^{-\alpha z},$$

где $E_0(t) = E(0, t)$ – амплитуда электрического поля на входе в структуру при $z = 0$. Так как $E_0(t) = \sqrt{2\alpha R_{sh} P(t)}$, то, зная зависимость мощности $P(t)$, можно найти распределение $E(z, t)$ в различных точках ускоряющей структуры с постоянным импедансом в разное время:

$$E(z, t) = E_0 \cdot \{ C \cdot \exp \left[- \left(t - z/v_{гр} \right) / \tau_n - \alpha z \right] - B \cdot \exp(-\alpha z) \}, \tag{5.4.8}$$

где $E_0 = \sqrt{2\alpha R_{sh} P_0}$ – амплитуда волны генератора, поступающая в ускоряющую структуру.

В первый момент времени после переворота фазы, в данном случае с учетом выбора начала отчета при $t = 0$, амплитуда ускоряющего поля на входе в ускоряющую структуру максимальна, а в остальной части – поле отсутствует. Распространяясь вдоль структуры с групповой скоростью $v_{гр}$, волна затухает. К моменту времени t передний фронт волны, пройдя расстояние $z = t/v_{гр}$, уменьшит свою амплитуду на $\exp(-\alpha z)$. На входе ускоряющей структуры поле в этот момент времени будет иметь также уменьшенную амплитуду, соответствующую амплитуде из системы умножения мощности в момент времени t , вызванную переходным процессом, показанным на рис. 5.4.2. Если время заполнения структуры T_f

меньше длительности рабочей части импульса SLED $t_s = t_2 - t_1$, то при $t > t_s$ на входе ускоряющей секции мощность будет отсутствовать, а задний фронт поля в структуре продолжит движение к концу со скоростью $v_{гр}$. На рис. 5.4.4 показаны характерные распределения электрических полей в ускоряющей структуре с постоянным импедансом для различных моментов времени.

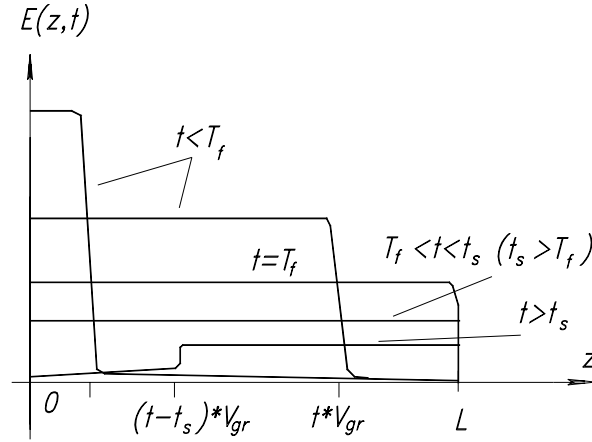


Рис. 5.4.4. Распределение амплитуды ускоряющего поля в зависимости от координаты z вдоль ускоряющей структуры с постоянным импедансом в различное время t после начала заполнения секции

Напряжение, приобретаемое ускоряемой частицей, влетающей в ускоряющую структуру в момент времени t , при условии $v_{эп} \ll c$ (т. е. частица мгновенно пролетает структуру)

$$U(t) = \int_{L_1}^{L_2} E(z, t) dz,$$

где в соответствии с диаграммой заполнения секции (предполагая, что длительность рабочей части импульса системы SLED t_s больше времени заполнения секции $t_s > T_f$):

$$L_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_s, \\ (t - t_s) \cdot v_{гр} & \text{при } t > t_s. \end{cases} \quad L_2 = \begin{cases} t \cdot v_{гр} & \text{при } t < T_f, \\ L & \text{при } t > T_f. \end{cases}$$

Для эффективного использования ускоряющей секции инжекция пучка должен производиться после полного заполнения секции СВЧ импульсом, т. е. через время $t = T_f$ после переворота фазы на 180° системы умножения мощности. Энергия, набираемая ускоряемой частицей, влетающей в CZ-ускоряющую структуру при полном заполнении секции, равна

$$U = \int_0^L E(z, T_f) dz = U_0 \cdot \left\{ C \cdot e^{-T_f/T_c} \cdot \frac{[1 - e^{-(1-\tau_{0A}/T_c)\tau}]}{(1-\tau_{0A}/T_c) \cdot (1 - e^{-\tau})} - B \right\}, \quad (5.4.9)$$

где, с учетом (4.8.10), $U_m = U_0 \cdot \frac{1 - \exp(-\tau)}{\sqrt{\tau}}$ – энергия, набираемая частицей без использования системы умножения мощности, $U_0 = \sqrt{2P_0 R_{sh} L}$. Можно потребовать, чтобы в момент времени $t = T_f$ амплитуды ускоряющего поля на входе и выходе CZ-ускоряющей структуры были одинаковы (режим «квазиравномерного» распределения ускоряющего поля):

$$E(0, T_f) = E(L, T_f),$$

$$\begin{aligned} E(0, T_f) &= E_0 \cdot \{C \cdot \exp(-T_f / \tau_n) - B\}, \\ E(L, T_f) &= E_0 \cdot \{C - B\} \cdot \exp(-\alpha L). \end{aligned}$$

Отсюда получим связь между параметрами ускоряющей структуры с постоянным импедансом и системой умножения мощности SLED в этом режиме:

$$\frac{\tau_{oA}}{\tau_n} = 1 - \frac{1}{\alpha L} \cdot \ln \left[1 + \frac{B}{C} \cdot (e^{\alpha L} - 1) \right]. \quad (5.4.10)$$

Из полученного выражения следует, что $\tau_{oA} / \tau_n \neq 1$. Набор энергии в секции при условии "квазиравномерности" распределения поля равен

$$U = U_m \cdot \frac{\tau_{oA} / \tau_n}{1 - \tau_{oA} / \tau_n} \cdot B. \quad (5.4.11)$$

Отсюда коэффициент увеличения энергии при использовании системы SLED:

$$M = \frac{U}{U_m} = \frac{\tau_{oA} / \tau_n}{1 - \tau_{oA} / \tau_n} \cdot B. \quad (5.4.12)$$

КПД секции:

$$\eta = \frac{\int \frac{P(t = T_f, z)}{v_{gr}} dz}{P_0 \cdot (t_1 + T_f)} \cong \frac{\int_0^L P_0 \cdot E_{omp}(T_f)^2 dz}{v_{rp} \cdot P_0 \cdot (t_1 + T_f)} = \frac{(C - B)^2 \cdot \exp(-2\alpha L)}{1 + t_1 / T_f}. \quad (5.4.13)$$

5.5. Нагрузка ускоряющего поля резонатора током пучка

Как и для случая ускорения пучка в замедляющих системах (разделы 4.8–4.9), для резонаторов, использующих стоячий тип колебаний, можно рассмотреть эффект влияния пучка на процесс ускорения. Для этого рассмотрим уравнение для мощностей в резонаторе (5.2.20). При наличии пучка к балансу мощностей необходимо добавить мощность излучения тока пучка. Как и для ускоряющих структур в виде диафрагмированных волноводов, с учетом уравнения (4.8.13), мощность излучения $P_b = -\frac{1}{2} J_1 U$, где U – напряжение, приобретаемое пучком в процессе ускорения, а J_1 – амплитуда основной гармоники тока электронного пучка. Из определения шунтового сопротивления (4.4.6) следует, что напряжение U можно представить следующим образом: $U^2 = P_{nom} R_{sh}$ [5.21]. Здесь необходимо уточнить, что в отличие от систем с бегущей волной, где используется погонное шунтовое сопротивление, здесь R_{sh} имеет размерность [Ом]. С учетом определения собственной добротности резонатора (5.2.22) и условия нормировки для амплитуды V , получаем

$$U^2 = \frac{\omega_0}{2Q_0} R_{sh} V^2. \quad (5.5.1)$$

В итоге, для мощности излучения пучка можно записать выражение [5.22]:

$$P_b = -J_1 V \sqrt{\frac{\omega_0}{8Q_0} R_{sh}}. \quad (5.5.2)$$

Для пучка, сгруппированного в короткие сгустки, как и для случая с бегущей волной (раздел 4.8), амплитуда основной гармоники тока электронного пучка J_1 в два раза больше среднего значения тока I_0 : $J_1 = 2I_0$, т. е.

$$P_b = -I_0 V \sqrt{\frac{\omega_0}{2Q_0}} R_{sh} . \quad (5.5.3)$$

Добавляя к уравнению (5.2.20) мощность излучения пучка и переходя в переменную V , получаем уравнение переходного процесса в резонаторе с учетом тока пучка:

$$a_{11} \sqrt{\frac{2}{\tau_n} \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\tau_n} - I_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{2Q_0}} R_{sh} . \quad (5.5.4)$$

В отличие от (5.2.24), предположим, что отсчет фаз происходит от фазы амплитуды волны генератора, которая, в общем случае, не равна нулю: $\varphi_{a11} = \varphi$. Тогда, (5.5.4) можно переписать в виде

$$e^{i\varphi} \sqrt{\frac{4P_z}{\tau_n} \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\tau_n} - I_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{2Q_0}} R_{sh} . \quad (5.5.5)$$

Решение такого уравнения при $P_z = 0$ будет иметь вид

$$V = 2 \sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \left[e^{i\varphi} - \frac{I_0}{I_{kp}} \right] \cdot (1 - e^{-t/\tau_n}) , \quad (5.5.6)$$

где $I_{kp} = \sqrt{\frac{4\beta P_z}{R_{sh}}}$ – критический ток, при котором амплитуда электромагнитного поля в резонаторе будет равна нулю при фазе генератора $\varphi = 0$, $V(I_0 = I_{kp}) = 0$.

Рассмотрим случай установившихся колебаний при $\varphi \neq 0$. В этом случае (5.5.6) можно переписать в виде:

$$V = 2 \sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{1 + (I_0/I_{kp})^2 - 2 \cos \varphi \cdot I_0/I_{kp}} \cdot (\cos \psi + i \sin \psi) . \quad (5.5.7)$$

Здесь ψ – фаза результирующих колебаний с учетом тока пучка:

$$\cos \psi = \frac{\cos \varphi - I_0/I_{kp}}{\sqrt{1 + (I_0/I_{kp})^2 - 2 \cos \varphi \cdot I_0/I_{kp}}} . \quad (5.5.8)$$

Для оптимального ускорения пучка амплитуда в резонаторе должна быть положительной и вещественной величиной, т. е. $\cos \psi = 1$. Это возможно, если фаза $\varphi = 0$. При $\cos \psi = 0$ ускорение пучка не происходит, так как амплитуда V становится чисто мнимой величиной. Таким образом, фаза генератора должна быть

$$|\varphi| < \varphi_{kp} , \quad (5.5.9)$$

где $\varphi_{kp} = \arccos I_0/I_{kp}$ – критическая фаза генератора [5.22].

Теперь рассмотрим случай переходного процесса при $\varphi = 0$, но, когда пучок инжектируется в момент времени, отличный от нуля, т. е. $t = t_n$. В этом случае (5.5.6) удобней записать через суперпозицию амплитуд, возбуждаемой генератором и током пучка:

$$V(t) = V_z(t) - V_n(t) , \quad (5.5.10)$$

где $V_z(t) = 2\sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})$, $V_n(t) = 2\sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \frac{I_0}{I_{кр}} \cdot (1 - e^{-t/\tau_n})$. Если момент времени инъекции пучка $t = t_n$, то

$$V(t) = V_z(t) - V_n(t - t_n)$$

или

$$V(t) = 2\sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \left(1 - \frac{I_0}{I_{кр}}\right) - 2\sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot e^{-t/\tau_n} \cdot \left(1 - \frac{I_0}{I_{кр}} e^{t_n/\tau_n}\right). \quad (5.5.11)$$

Из (5.5.11) видно, что амплитуда волны в резонаторе $V(t)$ разделяется на две части: первая часть не зависит от времени, в то время как вторая – зависит как e^{-t/τ_n} . Можно заметить, что для стабилизации $V(t) = \text{const}$, необходимо условие [5.22]

$$1 - \frac{I_0}{I_{кр}} e^{t_n/\tau_n} = 0,$$

т. е.

$$t_n = \tau_n \ln \frac{I_{кр}}{I_0}. \quad (5.5.12)$$

Другими словами, переходной процесс в резонаторе можно компенсировать вводом пучка в определенный момент времени, зависящего от ускоряемого пучка. Из (5.5.12) видно, что, чем больше ускоряемый ток, тем раньше его необходимо инжектировать. Нормированная амплитуда электромагнитного поля в этом случае будет равна

$$V_0 = 2\sqrt{\tau_n P_z \cdot \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \left(1 - \frac{I_0}{I_{кр}}\right), \quad (5.5.13)$$

а приобретаемое пучком напряжение, согласно (5.5.1), будет равно

$$U_0 = 2\sqrt{R_{sh} P_z \cdot \frac{\beta}{(1+\beta)^2}} \cdot \left(1 - \frac{I_0}{I_{кр}}\right). \quad (5.5.14)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 5.1. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 36–40.
- 5.2. *Альтман Дж.* Устройства СВЧ. М. : Мир, 1968, с. 57.
- 5.3. *Черноусов Ю. Д., Левичев А. Е., Павлов В. М., Шамуилов Г. К.* Тонкая диафрагма в прямоугольном волноводе. // Вестник НГУ. Серия: Физика, 2011, Т. 6, вып. 1, с. 44–49.
- 5.4. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. М. : Наука, 1981
- 5.5. *Карлинер М. М.* Электродинамика СВЧ. Курс лекций. Новосибирск : НГУ, 1999, с.141.
- 5.6. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с 153
- 5.7. *Альтман Дж.* Устройства СВЧ. М. : Мир, 1968, с. 231
- 5.8. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 137–138.
- 5.9. *Иванников В. И., Черноусов Ю. Д., Шеболаев И. В.* Переходные процессы в паре связанных резонаторов. // ЖТФ. 1996. т. 66. N5. с. 162.
- 5.10. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 141–143.
- 5.11. *Farkas Z. D., Hogg H. A., Loew G. A., Wilson P. B.* SLED: A Method of doubling SLAC's Energy. // Proc. IXth International Conference on High Energy Accelerators, 1974, pp. 576–583.
- 5.12. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 150.
- 5.13. *Альтман Дж.* Устройства СВЧ. М. : Мир, 1968, с. 260, 457.
- 5.14. *Черноусов Ю. Д., Иванников В. И., Шеболаев И. В., Левичев А. Е., Павлов В. М.* Полосовые характеристики связанных резонаторов. // РЭ, 2010, Т. 55, № 7, с. 1–7.
- 5.15. *Атабеков Г. И.* Основы теории цепей. М. : Энергия, 1969, с. 122–123.
- 5.16. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 107.
- 5.17. *Wangler T.* Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 144–152.
- 5.18. Joint US-CERN-JAPAN international school on frontiers in accelerator technology. World Scientific, 1996, pp. 213–222.
- 5.19. *Вольман В. И., Пименов Ю. В.* Техническая электродинамика. М. : Радио и связь, 2000, с. 449–452.
- 5.20. *Альтман Дж.* Устройства СВЧ. М. : Мир, 1968, с. 146
- 5.21. *Милованов О. С., Собенин Н. П.* Техника сверхвысоких частот. М. : Атомиздат, 1980. с. 148.
- 5.22. *Иванников В. И. Павлов В. М., Черноусов Ю. Д., Шеболаев И. В.* Влияние переходных процессов в ускоряющем резонаторе на энергетический разброс частиц // ЖТФ. 2004. Т. 74. № 6. с. 134–136.

Глава 6

Методы экспериментального исследования ускоряющих структур

Для измерения электродинамических характеристик структуры чаще всего используется метод резонансного макета. Резонансный макет ускоряющей структуры представляет собой отрезок структуры, включающий в себя несколько одинаковых ячеек, работающих в режиме стоячей волны. Для ускоряющей структуры с бегущим типом волны необходимо исследуемый отрезок ограничить коротким замыканием. Полученные таким образом характеристики легко распространяются на изначальную ускоряющую структуру с бегущей волной. Главное в данном случае правильно выбрать расположение короткого замыкания.

Для образования резонатора из регулярного волновода стенки необходимо располагать перпендикулярно направлению распространения волны в волноводе. При этом распределение полей в стоячем режиме в образованном резонаторе будет полностью соответствовать мгновенному распределению поля в бегущей волне в определенный момент времени. Это же правило необходимо соблюдать и при образовании резонансного макета из периодической ускоряющей структуры. Кроме того, чтобы распределение полей в стоячем режиме совпадало с мгновенным распределением поля в бегущей волне, надо расположить стенки в таких местах, чтобы часть ускоряющей структуры, образующая резонансный макет, и ее зеркальное отражение от стенок резонансного макета представляли собой бесконечную периодическую структуру с постоянным периодом. В некоторых случаях (например, в случае спирали) это не удастся. Тогда желательно выбирать большое количество периодов системы с тем, чтобы уменьшить влияние границ. В круглом диафрагмированном волноводе таких «правильных» мест два – посередине металлической диафрагмы и посередине основного E_{010} резонатора.

6.1. Метод резонансного макета ускоряющей структуры на бегущей волне

Как показано в разделе 4.2, распределение электрического поля на оси бесконечной замедляющей системы с периодом d представляет собой сумму пространственных гармоник

$$E_z(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k e^{-i\beta_k z}, \quad (6.1.1)$$

где E_k – амплитуда k -й пространственной гармоники в бегущем режиме, $\beta_k = \frac{\theta + 2\pi k}{d}$ – волновое число k -й пространственной гармоники, $\theta_k = \beta_k d$ – сдвиг фазы на ячейку для k -й пространственной гармоники. Гармонику с $k = 0$ называют основной пространственной гармоникой, по которой и определяется вид колебания θ .

Рассмотрим для примера резонансные макеты круглого диафрагмированного волновода, образованные из N ячеек, у которых торцевые стенки проходят посередине металлической диафрагмы (рис. 6.1.1, *a*) и посередине резонатора (рис. 6.1.1, *b*).

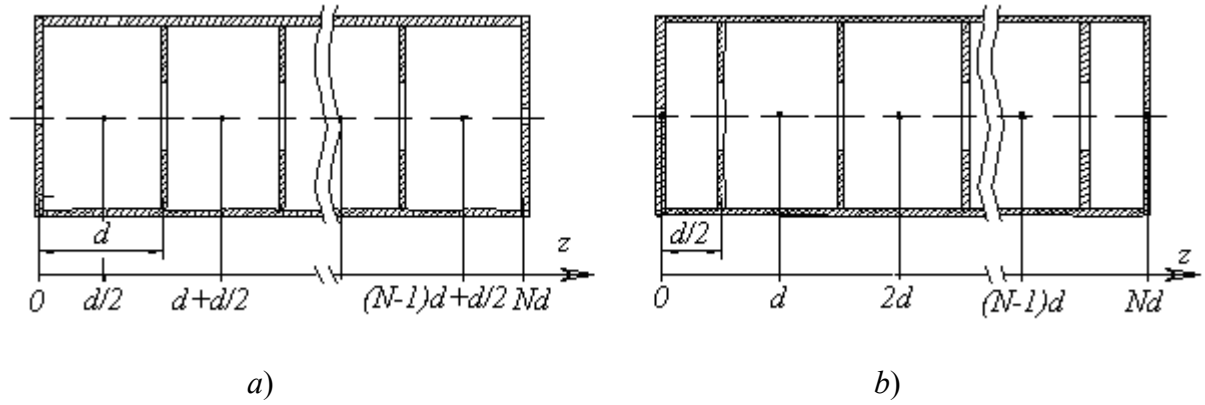


Рис. 6.1.1. Резонансные макеты круглого диафрагмированного волновода с различным расположением торцевых стенок

Исходя из (6.1.1), распределение электрического поля на оси таких макетов можно записать

$$E_{z\,p}(z) = 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k \cos \beta_k z. \quad (6.1.2)$$

Здесь E_k – амплитуда k -й гармоники в *бегущем режиме*, а двойка возникает из-за того, что отраженная волна складывается с падающей и результирующая амплитуда в два раза превышает амплитуду в бегущем режиме.

Для аксиально-симметричных СВЧ полей типа E (ТМ) в цилиндрической системе координат $E_\theta = 0$, $B_r = B_z = 0$ (п. 2.4). В этом случае, из уравнения Максвелла (2.1.3) имеем

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) = 0,$$

откуда получается, что для точек, близких к оси, где E_z в первом приближении не зависит от r , поперечные составляющие электрического поля пропорциональны производной от $E_{z\,p}$:

$$\vec{E}_{\perp p} \sim \frac{\partial E_{z\,p}}{\partial z} = -2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k \beta_k \sin \beta_k z. \quad (6.1.3)$$

Тогда из условия обращения в ноль поперечных составляющих на металлических боковых стенках, показанных на рис. 6.1.1 (а, б), при $z = 0$ и $z = Nd$ получим условие для нахождения θ в образованных резонансных макетах:

$$\sin(\beta_k N d) = \sin(\theta_m N) = 0$$

или

$$\theta_m N = \pi m, \quad (6.1.4)$$

где m может меняться от 0 до N . В таких макетах могут возбуждаться только виды колебания

$$\theta_m = \frac{\pi m}{N}, \quad (6.1.5)$$

где m ничем не ограничено: $m = 0, 1, 2, \dots, N$.

Запишем электрическое поле в середине каждой ячейки для случая, изображенного на рис. 6.1.1, а при $z = d/2 + (n-1)d$, где $n = 1, 2, \dots, N$ – номер ячейки

$$E_{z\,pn} = 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k \cos \left[\frac{\theta_m + 2\pi k}{d} \left((n-1)d + \frac{d}{2} \right) \right].$$

Здесь косинус можно расписать в виде суммы тригонометрических функций:

$$\cos \left[\frac{\theta_m + 2\pi k}{d} \left((n-1)d + \frac{d}{2} \right) \right] = \\ = \cos \left(n\theta_m - \frac{\theta_m}{2} \right) \cos(\pi k(2n-1)) - \sin \left(n\theta_m - \frac{\theta_m}{2} \right) \sin(\pi k(2n-1)),$$

с учетом того, что $\sin(\pi k(2n-1)) = 0$, а $\cos(\pi k(2n-1)) = (-1)^k$, получаем

$$E_{zpn} = 2 \cos \left(n\theta_m - \frac{\theta_m}{2} \right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k (-1)^k. \quad (6.1.6)$$

Отсюда видно, что при $m = N$ из (6.1.5) следует, что $\theta_N = \pi$, а поле во всех ячейках будет равно нулю. Т. е. в резонансном макете с боковыми стенками, проходящими посередине диафрагмы, могут возбуждаться все виды, кроме π :

$$\theta_m = \frac{\pi m}{N}, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (6.1.7)$$

Электрическое поле в середине каждой ячейки в резонансном макете из N ячеек, у которого боковые стенки проходят посередине ячейки (рис. 6.1.1, б) при $z = nd$, где $n = 0, 1, 2, \dots, N$ – номер ячейки, включая и две полуячейки, по аналогии с (6.1.6) определяется:

$$E_{zpn} = 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k \cos \left[\frac{\theta_m + 2\pi k}{d} nd \right] = 2 \cos(n\theta_m) \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k. \quad (6.1.8)$$

Отсюда видно, что, в отличие от случая, изображенного на рис. 6.1.1, а, в таком резонансном макете могут возбуждаться все виды, включая вид π :

$$\theta_m = \frac{\pi m}{N}, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (6.1.9)$$

Возбуждаемые в резонансном макете виды колебаний зависят от числа ячеек в макете. Поэтому число ячеек надо выбирать так, чтобы, по крайней мере, возбуждался интересующий вид колебания. Кроме того, для точного расчета групповой скорости надо, чтобы возбуждались и соседние виды колебаний. В этом случае можно построить дисперсионную характеристику макета (рис. 4.7.2) и с помощью ее производной на основе (4.1.3) найти групповую скорость.

6.2. Измерение добротности и коэффициента связи

Если резонатор имеет два элемента связи с подводящими линиями и соответствующие коэффициенты связи β_1 и β_2 , то его нагруженная добротность будет определяться выражением $Q_n = Q_0 / (1 + \beta_1 + \beta_2)$. Пусть СВЧ мощность поступает через элемент связи с коэффициентом β_1 , тогда излученная через него амплитуда волны (5.3.18) примет вид

$$\frac{E_{uzn1}}{E_c} = \frac{2\beta_1}{1 + \beta_1 + \beta_2} \cdot \frac{1}{\Omega_n}, \quad (6.2.1)$$

а коэффициент отражения (5.3.17) соответственно

$$G_p \approx -1 + \frac{2\beta_1}{1 + \beta_1 + \beta_2} \cdot \frac{1}{\Omega_n}, \quad (6.2.2)$$

где $\Omega_n = 1 + 2iQ_n \delta\omega$.

Квадрат модуля коэффициента отражения, равный отношению отраженной мощности к падающей, есть

$$|G_p|^2 \equiv \frac{P_{omp}}{P_z} = \frac{\left(\frac{1 - \beta_1 + \beta_2}{1 + \beta_1 + \beta_2}\right)^2 + 4Q_n^2 \delta\omega^2}{1 + 4Q_n^2 \delta\omega^2}. \quad (6.2.3)$$

Излученная из резонатора мощность через второй элемент связи, или, по-другому, отношение мощности, прошедшей через резонатор P_{np2} к падающей, есть P_z

$$\frac{P_{np2}}{P_z} = 1 - \frac{P_{omp}}{P_z} - \frac{P_{nom}}{P_z}.$$

С учетом того, что отраженная мощность определяется (6.2.3), а мощность потерь находится через излученную мощность и коэффициент связи первого элемента связи (5.2.22)

$$\frac{P_{nom}}{P_z} = \frac{1}{\beta_1} \left| \frac{E_{uzl1}}{E_z} \right|^2. \quad (6.2.4)$$

окончательно получаем

$$\frac{P_{np2}}{P_z} = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} \cdot \frac{1}{1 + 4Q_n^2 \delta\omega^2}. \quad (6.2.5)$$

На резонансной частоте $\delta\omega = 0$, а $\frac{P_{np2}}{P_z} = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} = \frac{P_0}{P_z}$, тогда из (6.2.5) легко получить, что

$$\delta\omega = \pm \frac{1}{2Q_n} \sqrt{\frac{P_0}{P_{np2}} - 1}. \quad (6.2.6)$$

Если мы рассмотрим частоты, при которых, как показано на рис. 6.2.1, уровень мощность уменьшается в два раза, т. е. $\sqrt{\frac{P_0}{0,5P_0}} - 1 = 1$, то (6.2.6) можно переписать в виде

$$\delta\omega_{1,2} = \pm \frac{1}{2Q_n},$$

откуда

$$Q_n = \frac{f_0}{|f_1 - f_2|}, \quad (6.2.7)$$

где f_0 – резонансная частота, $f_{1,2}$ – частоты, на которых мощность прошедшего сигнала уменьшается в два раза (рис. 6.2.1). Если измеряемая прошедшая мощность определяется в дБ, то половина мощности будет соответствовать $10\log(P_0/P_{np}) = 10\log(0,5) = -3$ дБ, т. е. от максимума кривой, изображенной на рис. 6.2.1, необходимо «спуститься» вниз на 3 дБ – этот уровень и будет соответствовать половине мощности.

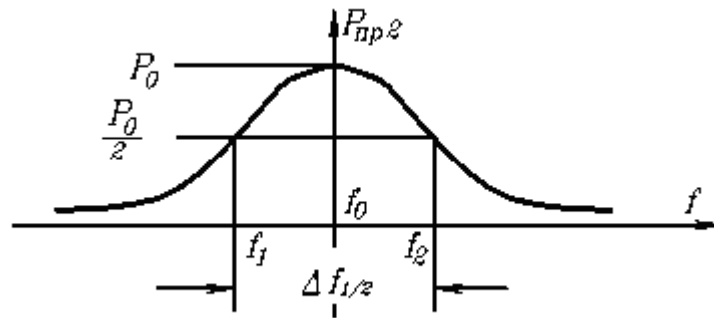


Рис. 6.2.1. Прошедшая из резонатора мощность

Для определения собственной добротности необходимо теперь узнать коэффициенты связи β_1 и β_2 . Так или иначе, но в основном все приборы работают с СВЧ мощностями, а не с реальными амплитудами. В связи с этим, для определения коэффициента связи нужно воспользоваться выражением (6.2.3). Если подавать СВЧ мощность через первый элемент связи с β_1 , а второй закрыть, например, поставив короткозамыкающую пластину, то на резонансной частоте

$$G_p^2 = \left(\frac{\beta_1 - 1}{\beta_1 + 1} \right)^2$$

или

$$\pm G_p = \frac{\beta_1 - 1}{\beta_1 + 1},$$

тогда

$$\beta_1 = \frac{1 + (\pm G_p)}{1 - (\pm G_p)}. \quad (6.2.8)$$

Знак « $\pm$ » в (6.2.8) играет важную роль. Как показано в разделе 5.2, коэффициент связи резонатора изменяется в диапазоне $0 \leq \beta_1 \leq 1$ и $1 \leq \beta_1 < \infty$. Диапазон $0 \leq \beta_1 \leq 1$ соответствует режиму недосвязи, когда излученная мощность меньше мощности потерь, т. е. основная часть СВЧ сигнала отражается от элемента связи. При критической связи $\beta_1 = 1$, а мощность потерь в стенках резонатора становится равной излученной мощности, при этом отраженный сигнал в установившемся режиме колебаний отсутствует. При $1 \leq \beta_1 < \infty$ резонатор работает в режиме пересвязи, излученная мощность больше мощности потерь, а отраженный сигнал образуется в основном именно за счет излучения из резонатора. Таким образом, в (6.2.8) знак «+» описывает режим пересвязи, а «-» – недосвязи.

Определить режим работы резонатора можно следующим образом. Если режим критический, то минимум отраженной кривой, показанной на рис. 6.2.2, равен нулю – полное согласование с подводящей линией. При пересвязи, поскольку основной вклад в отраженный сигнал вносит излученная мощность, то при внесении дополнительных потерь в резонатор «лишняя» мощность будет поглощаться, а минимум резонансной кривой должен сместиться к критическому режиму, т. е. согласование должно улучшиться. Для недосвязи, наоборот, излучается из резонатора мощности меньше, чем теряется, поэтому введение дополнительных потерь согласование резонатора ухудшит, а минимум кривой $|G_p(\omega)|$ сместится в сторону от критической связи. Наиболее удобным дополнительным поглотителем может являться *графитовый стержень*. Он достаточно хорошо поглощает СВЧ мощность, а получить его можно легко из простого карандаша.

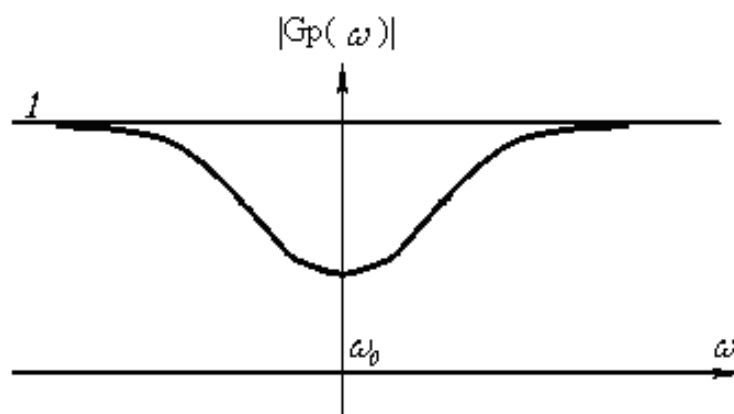


Рис. 6.2.2. Отраженная резонансная кривая резонатора

Многие измерительные приборы работают не с коэффициентом отражения, а с коэффициентом стоячей волны ρ – КСВ (в английском варианте Standing Wave Ratio – SWR) [6.1]. При возникновении отраженной волны в подводящей линии устанавливается волна, которая имеет распределение вдоль продольной координаты минимумов и максимумов напряжения, как это показано на рис. 6.2.3. По определению, отношение максимального напряжения $|U_{\max}|$ к минимальному $|U_{\min}|$ и определяет КСВ:

$$\rho = \frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|}. \quad (6.2.9)$$

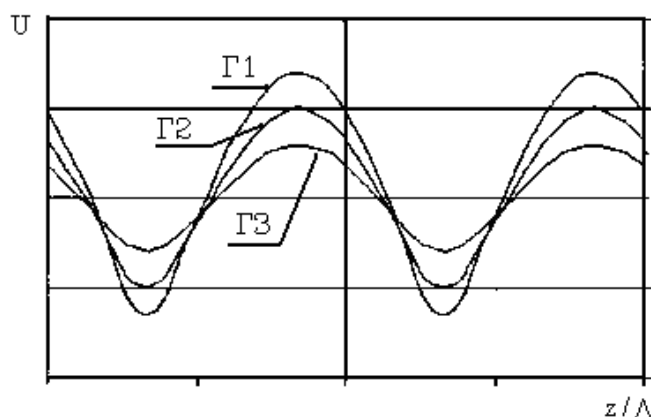


Рис. 6.2.3. Распределения напряжения установившейся волны в волноводном тракте при наличии отражения: разные кривые отвечают разным коэффициентам отражения

До появления цифровых измерительных приборов КСВ определялся с помощью измерительных линий. Коротко данный прибор можно описать следующим образом. Это отрезок волновода, в широкой стенке которого прорезана небольшая щель длиной в несколько длин волн. В щель помещен специальный зонд, который может плавно перемещаться вдоль щели. При этом величина перемещения с достаточной степенью точности определяется с помощью какого-либо измерительного прибора, например, круговой линейки. Сам зонд должен как можно меньше влиять на электромагнитную волну в линии, поэтому глубина его погружения, как правило, тоже должна подбираться. С помощью зонда и детекторной головки можно зафиксировать распределение напряжения волны вдоль тракта, показанное на рис. 6.2.3, определив тем самым отношения максимального и минимального напряжения и коэффициента стоячей волны. Более подробно про работу измерительной линии можно прочитать, например, в работе [6.2].

При полностью стоячем режиме коэффициент отражения равен $\Gamma = -1$, $\rho = \infty$, а $|U_{\min}| = 0$. Для полностью бегущего режима $\Gamma = 0$, $\rho = 1$, а $|U_{\min}| = |U_{\max}|$. ρ можно выразить через коэффициент отражения в волноводном тракте [6.1], [6.2]:

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}. \quad (6.2.10)$$

Таким образом, коэффициент связи β численно равен коэффициенту стоячей волны, образуемой в подводящей линии, при режиме пересвязи резонатора и равен обратной величине при режиме недосвязи:

$$\beta = \begin{cases} \rho & \text{пересвязь} \\ \rho = 1 & \text{критическая связь} \\ 1/\rho & \text{недосвязь} \end{cases}. \quad (6.2.11)$$

В итоге, если известен КСВ, то коэффициент связи можно определить по формуле (6.2.11), а режим связи по-прежнему определить с помощью дополнительного поглощения.

Если исследуемый резонатор не симметричный и $\beta_1 \neq \beta_2$, то для нахождения второго коэффициента связи необходимо поменять местами короткое замыкание и генератор, и проделать ту же самую процедуру по измерению второго элемента связи резонатора.

Если измерения добротности происходят для резонансного макета, который выполнен из ускоряющей структуры в виде диафрагмированного волновода, т. е. работающей в режиме бегущей волны, то для определения волноводной добротности, вообще говоря, нужно учесть, что в двух дополнительных боковых стенках тоже есть потери. Т. е. полная мощность потерь в резонансном макете есть сумма потерь в стенках ускоряющей структуре P_{yc} плюс потери в двух боковых стенках $2P_\phi$. Для резонансного макета (рис. 6.1.1, а), в котором боковые стенки проходят посередине металлической диафрагмы, различия между волноводной добротностью и собственной добротностью резонансного макета будут незначительны – металлизированными оказываются только отверстия связи, где поверхностные токи малы. В макете, где боковые стенки проходят посередине ячейки, это отличие может быть (в зависимости от вида колебания) значительным.

Для правильного определения волноводной добротности поступают следующим образом. Измеряют собственную добротность резонансного макета длиной L

$$Q_L = \frac{\omega W_L}{P_L + 2P_\phi}, \quad (6.2.12)$$

где $P_L = P_{yc}$ – мощность потерь в стенках ускоряющей структуры макета длиной L . Далее измеряют собственную добротность макета длиной $2L$. Запасенная энергия в таком макете будет равна $W_{2L} = 2W_L$. Мощность потерь в стенках структуры тоже удвоится $P_{2L} = 2P_L$. А мощность потерь в боковых стенках останется прежней. Тогда собственная добротность образованного макета длиной $2L$ будет равна

$$Q_{2L} = \frac{2\omega W_L}{2P_L + 2P_\phi}. \quad (6.2.13)$$

Из полученных выражений, исключая мощность потерь в боковых стенках, можно вычислить волноводную добротность

$$Q_s = \frac{Q_L Q_{2L}}{2Q_L - Q_{2L}}. \quad (6.2.14)$$

6.3. Измерение напряженности поля

Напряженности электрического и магнитного полей можно найти по измерениям в режиме стоячих волн (резонансный макет) и по измерению в бегущем режиме. Измерения на резонансных макетах обеспечивают высокую точность и сравнительно просто реализовываются.

Для исследования полей в резонансных макетах наиболее часто применяется метод малых возмущений. В основе этого метода лежит соотношение, получаемое из теории малых возмущений, которое устанавливает связь между относительным изменением резонансной частоты резонатора и напряженностью полей в месте расположения малого возмущающего тела [6.3]:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\delta f}{f_0} = \frac{\Delta W_m - \Delta W_e}{W}, \quad (6.3.1)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$ – резонансная частота невозмущенного резонатора, $\omega = 2\pi f$ – резонансная частота возмущенного резонатора, $\delta f = f - f_0$, W – полная запасенная энергия в невозмущенном резонаторе, ΔW_e – изменение за счет возмущающего тела запасенной электрической энергии, ΔW_m – изменение запасенной магнитной энергии.

Малое возмущающее тело, помещенное в электромагнитное поле, можно представить в виде электрического и магнитного дипольного момента, которые и будут взаимодействовать соответственно с электрическими и магнитными полями. Из теории поля известно, что энергия взаимодействия электрического $\vec{P}$ и магнитного $\vec{M}$ дипольного момента, помещенного соответственно в электрическое $\vec{E}$ и магнитное $\vec{H}$ поле, будет определяться [6.4]:

$$\Delta W_e = -\vec{P} \cdot \vec{E}, \quad \Delta W_m = \vec{M} \cdot \vec{H}. \quad (6.3.2)$$

С учетом этого, (6.3.1) можно переписать

$$\frac{\delta f}{f_0} = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H} + \vec{P} \cdot \vec{E}}{W}, \quad (6.3.3)$$

Дипольные моменты можно рассчитать в статическом приближении, и их выражение зависит от формы и материала изготовления возмущающего тела. Например, для *металлического шарика* радиусом a [6.5]

$$P_x = P_y = P_z = \varepsilon_0 4\pi a^3 E_{x,y,z}, \\ M_x = M_y = M_z = -\mu_0 4\pi a^3 H_{x,y,z}.$$

Для непроводящего шарика радиусом a с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ [6.5]

$$P_x = P_y = P_z = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \varepsilon_0 4\pi a^3 E_{x,y,z}, \\ M_x = M_y = M_z = \frac{\mu - \mu_0}{\mu - 2\mu_0} \mu_0 4\pi a^3 H_{x,y,z}.$$

В общем случае свойства зонда определяются его геометрической формой, размерами, материалом и ориентацией относительно направлений силовых линий поля.

Для определения составляющих напряженности электрических полей используют диэлектрические и металлические возмущающие тела в виде шариков, дисков или игл. Металлическая игла более удобна, так как вызываемое ей возмущение в несколько раз больше, чем диэлектрической. Однако при этом следует учесть, что она реагирует и на магнитное поле, перпендикулярное ее оси. Для измерения напряженности магнитного поля применяют ме-

таллические диски. Если же в месте измерения присутствуют и электрическое, и магнитное поля, то сначала измеряют диэлектрическим возмущающим телом напряженность только электрического поля, затем металлическим телом измеряют суммарный сдвиг частоты и производят вычитание эффекта сдвига электрическим полем.

При исследовании структур со слабыми электрическими полями используется так называемый «бисерный зонд», представляющий собой несколько одинаковых возмущающих тел, надетых на одну нить с периодом полдлины волны. В этом случае возмущающие тела располагаются в местах с одинаковой напряженностью электрического поля и вызываемая ими расстройка суммируется. Этот метод применяют также, если чувствительность установки недостаточна для регистрации возмущения, вызываемого одиночным зондом.

Методика измерения ускоряющих полей состоит в протягивании возмущающего тела, закрепленного на тонкой нити, по оси ускоряющей структуры. При этом снимается зависимость сдвига резонансной частоты от координаты расположения тела.

Пусть на оси ускоряющей структуры только электрическое ускоряющее поле. Тогда, если для резонансного макета длиной L каким-либо способом была снята зависимость изменения резонансной частоты $\delta f(z)$ при протягивании малого возмущающего тела по оси макета, то (6.3.3) можно представить в виде

$$\frac{\delta f(z)}{f_0} = \alpha \frac{E_{cm}^2(z)}{W_{cm}}, \quad (6.3.4)$$

где α – коэффициент, зависящий от формы и материала возмущающего тела, W_{cm} – полная запасенная энергия в резонансном макете. Нижний индекс подчеркивает, что эти величины относятся к режиму стоячих волн в резонансном макете. Таким образом, для определения отношения $E_{cm}^2(z)/W_{cm}$ в резонансном макете необходимо знать коэффициент α . Его определяют также методом возмущений, но в резонаторе, распределение поля в котором имеет точное аналитическое выражение. Обычно в качестве такого эталонного резонатора используется цилиндрический резонатор с колебанием вида E_{010} , возбуждаемый примерно на той же частоте (чтобы исключить частотную зависимость материала изготовления возмущающего тела). С учетом аналитического выражения для запасенной энергии в таком резонаторе (5.1.5), для эталонного цилиндрического резонатора радиуса $R_\varnothing$ и высотой $H_\varnothing$ имеем:

$$\frac{\delta f_\varnothing}{f_{0\varnothing}} = \alpha \frac{E_{z\varnothing}^2}{W_\varnothing} = \alpha \frac{2}{\pi \varepsilon_0 R^2 H J_1^2(v_{01}^E)}. \quad (6.3.5)$$

Здесь необходимо уточнить, что эталонный резонатор должен обеспечивать распределение поля E_{010} , близкое к идеальному резонатору, который является полностью замкнутым (рис. 5.2.3). Другими словами, электрическое поле на оси должно быть равномерным, а амплитуда постоянной. Это можно сделать, если отверстия для протягивания возмущающего тела будут очень малы, не оказывая существенного влияния на распределения электромагнитного поля внутри резонатора. Таким образом, зная параметр возмущающего тела α из (6.3.5), с помощью (6.3.4) можно построить распределение электрического поля на оси резонансного макета, нормированное на запасенную энергию.

Рассмотрим определение шунтового сопротивления для ускоряющей структуры на основе диафрагмированного волновода через известное распределение электрического поля на оси. Из определения шунтового сопротивления для n -й пространственной гармоники (4.4.7) имеем

$$R_{shn} = \frac{E_{n\delta}^2}{2\alpha_E P_\delta} = \frac{E_{\delta\max}^2 \cdot \varepsilon_n^2}{2\alpha_E P_\delta}, \quad (6.3.6)$$

где $E_{\text{б макс}}$ – максимальная амплитуда бегущей волны, $\varepsilon_n = \frac{E_{n\text{б}}}{E_{\text{б макс}}}$ – относительная амплитуда n -й гармоники в бегущем режиме, $P_{\text{б}}$ – мощность СВЧ поля в ускоряющей структуре в бегущем режиме. Из (4.1.2) следует, что мощность $P_{\text{б}}$ в бегущем режиме для отрезка структуры длиной L равна

$$P_{\text{б}} = c\beta_{\text{гр}} \frac{W_{\text{б}}}{L}, \quad (6.3.7)$$

где $W_{\text{б}}$ – полная запасенная энергия электромагнитной волны на длине L в бегущем режиме. Так как в резонансном макете в режиме стоячих волн максимальная амплитуда стоячей волны в два раза больше, чем максимальная амплитуда бегущей волны $E_{\text{ст макс}} = 2E_{\text{б макс}}$, а полная запасенная энергия, как было указано в 4.10, $W_{\text{ст}} = 2W_{\text{б}}$. С учетом определения коэффициента затухания $\alpha_{\text{Е}}$, получим

$$R_{\text{sh } n} = \frac{E_{n\text{б}}^2}{2\alpha_{\text{Е}} P_{\text{б}}} = \frac{E_{\text{ст макс}}^2}{W_{\text{ст}}} \cdot \frac{\varepsilon_n^2 Q_{\text{Б}} L \lambda}{4\pi c}. \quad (6.3.8)$$

С учетом определения параметра возмущающего тела α из (6.3.5), окончательная расчетная формула для определения шунтового сопротивления запишется

$$R_{\text{sh } n} = \frac{E_{n\text{б}}^2}{2\alpha_{\text{Е}} P_{\text{б}}} = \frac{60}{\pi J_1^2(v_{01}^{\text{Е}})} \cdot \frac{\varepsilon_n^2 Q_{\text{Б}} L \lambda}{H_{\text{Э}} R_{\text{Э}}^2} \cdot \frac{\delta f_{\text{макс}}}{f_0} \cdot \frac{f_{0\text{Э}}}{\delta f_{\text{Э}}} [\text{Ом/м}], \quad (6.3.9)$$

здесь $\delta f_{\text{макс}}$ – максимальный сдвиг частоты при снятии эпюры распределения поля в исследуемом резонансном макете.

В бегущем режиме распределение электрического поля на оси есть

$$E_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n e^{-j\beta_n z} = E_{\text{б макс}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_n e^{-j\beta_n z}. \quad (6.3.10)$$

В резонансном макете

$$E_{\text{ст}}(z) = 2E_{\text{б макс}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_n \cos \beta_n z = E_{\text{ст макс}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_n \cos \beta_n z. \quad (6.3.11)$$

С учетом определения (4.4.5), с помощью (6.3.11) относительную амплитуду n -й пространственной гармоники можно определить из распределения поля в резонансном макете

$$\varepsilon_n = \frac{2}{L} \int_0^L \frac{E_{\text{ст}}(z)}{E_{\text{ст макс}}} \cdot \cos(\beta_n z) dz, \quad (6.3.12)$$

где L – длина макета, $\beta_n = \frac{\theta + 2\pi n}{d}$ – волновое число n -й пространственной гармоники.

Для расчета ε_n необходимо знать распределение $E_{\text{ст}}(z)$. Для этого из полученного методом малого возмущающего тела распределения $E_{\text{ст}}^2(z)$ нужно не только извлечь квадратный корень, но и правильно расставить знаки « $\pm$ » в этом распределении. В этом могут помочь полученные ранее выражения для полей в центрах ячеек резонансных макетов для двух случаев расположения боковых стенок при различных видах колебания. Причем видно, что для одного и того же вида колебания в различных макетах распределения полей различны. С учетом выражений для полей в центре ускоряющей ячейки (6.1.6) и (6.1.8) в качестве примера на рис. 6.3.1 приведены распределения полей на виде колебания $\pi/2$ для двух макетов круглого диафрагмированного волновода, состоящих из четырех полных ячеек, но с разным расположением закорачивающих торцевых стенок. Причем поля эскизно нарисованы для случая малого отверстия связи, когда поле в ячейках примерно постоянно.

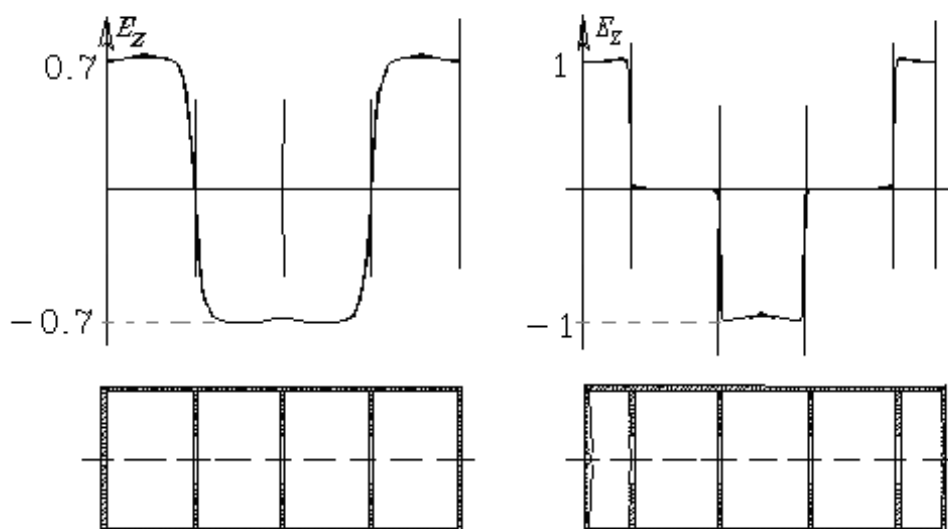


Рис. 6.3.1. Распределения электрического поля на виде колебания $\pi/2$ для случаев различного расположения торцевых стенок

Пользуясь выражениями в центрах ячеек, можно представить аналогичные распределения электрического поля и для других видов колебаний. В реальных макетах при большом отверстии связи «сглаживание» полей вблизи диафрагм увеличиваются. Более того, в макетах, где резонансным элементом является штырь (рис. 1.9), электрическое поле при увеличении расстояния между штырями начинает «прижиматься» к штырю, появляются «провалы» в середине ячейки. На следующих рисунках 6.3.2 приведены распределения электрических полей, полученные экспериментально на различных видах колебания в резонансном макете из шести полных ячеек со штыревым резонансным элементом. В левом столбце представлены распределения $E_z^2(z)$, а в правом – соответствующие им распределения $E_z(z)$. Сплошной линией нарисованы распределения для макетов с малым периодом, а пунктирной – с большим. Видно, что при большом периоде поля начинают прижиматься к штырям. При этом уменьшается амплитуда основной пространственной гармоники и возрастают амплитуды высших гармоник.

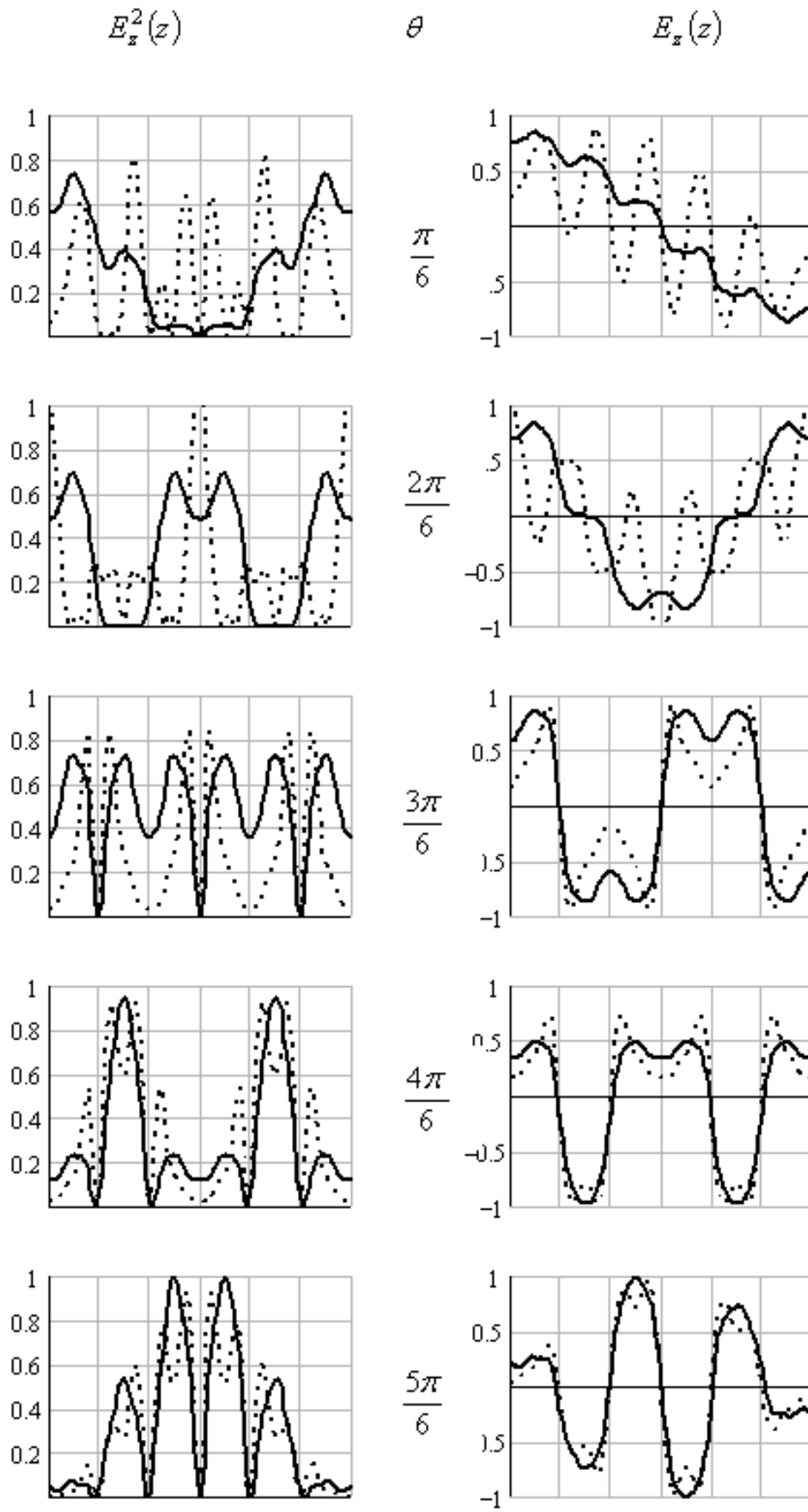


Рис. 6.3.2. Распределение $E_z^2(z)$ и $E_z(z)$ для различных видов колебаний θ в резонансном макете из 6 ячеек

К примеру, на виде колебания $\theta = 4\pi/6 \equiv 2\pi/3$ относительные амплитуды пространственных гармоник равны:

$\theta = 2\pi/3$ ε_n	Для малого периода (сплошная линия)	Для большого периода (пунктирная линия)
ε_{-2}	-0,035	-0,150
ε_{-1}	-0,370	-0,516
ε_0	0,681	0,578
ε_{+1}	0,060	0,210
ε_{+2}	0,019	0,039

6.4. Метод нерезонансных возмущений

Методом резонансного макета можно измерить характеристики ускоряющей структуры, относящиеся только к «энергетическим срезам» ускорителя с постоянной фазовой скоростью, с постоянной длиной периода ячейки. В ускорителях с изменяющейся скоростью, например, в протонных ускорителях, или в начальной части электронного ускорителя таких «срезов» надо сделать несколько. Причем, чем резче изменение фазовой скорости вдоль ускорителя, тем больше резонансных макетов необходимо исследовать для получения гладких зависимостей. По полученным «энергетическим срезам» строятся плавные зависимости геометрических размеров ускорителя и его электродинамических характеристик. По ним и изготавливается ускоритель в целом.

Однако, когда такой ускоритель изготовлен, необходимо посмотреть, какие у него характеристики в рабочем, бегущем режиме. Для этого применяют метод нерезонансных возмущений, который позволяет исследовать ускоряющие структуры и другие согласующиеся узлы, в том числе трансформаторы типа волны, в бегущем режиме.

Основу метода составляет зависимость изменения комплексного коэффициента отражения в однородном подводящем тракте $\Delta\Gamma$ от суммы квадратов компонентов электромагнитного поля при помещении в систему малого возмущающего тела [6.6]

$$\Delta\Gamma = -\frac{j\omega}{P_\Gamma} \cdot \left[\sum_{i=1}^3 (k_{1i} \cdot E_i^2 - k_{2i} \cdot H_i^2 + \gamma_i \cdot E_i^2) \right], \quad (6.4.1)$$

где P_Γ – мощность генератора, ω – круговая частота структуры, k_{1i} , k_{2i} , γ_i – коэффициенты, зависящие от формы, материала, размеров возмущающего тела и его ориентации относительно поля, E_i и H_i – комплексные амплитуды проекций полей на i -й орт. Мнимая единица здесь специально обозначается как j , чтобы не путать с i -м ортом.

Формула справедлива как для волноводных систем, так и для резонаторных. Для металлических возмущающих тел $\gamma_i = 0$, а для диэлектрических – характеризует потери СВЧ мощности в возмущающем теле. Коэффициенты k_{1i} , k_{2i} и γ_i можно определить калибровкой в волноводе с известной конфигурацией полей. Обычно для этого используются прямоугольные волноводы с H_{10} волной. В простых полях, например, на оси круглого диафрагмированного волновода для измерения электрического поля используют металлические иглы, или диэлектрические шарики, не вносящие потерь. Для последнего зависимость изменения коэффициента отражения (6.4.1) может быть переписана в виде

$$\Delta\Gamma = -a'j\omega \cdot \vec{E}^2, \quad (6.4.2)$$

где a' – полный форм-фактор зонда.

Электрическое поле E_z на оси ускоряющей структуры можно представить в виде

$$E(z) = |E(z)| \cdot e^{j\varphi(z)}, \quad (6.4.3)$$

где модуль электрического поля в точке нахождения возмущающего тела пропорционален квадратному корню из модуля изменяющегося коэффициента отражения, а фаза электрического поля равна половине величины фазы коэффициента отражения.

$$E(z) \sim \sqrt{|\Gamma(z)|} \cdot e^{i\frac{1}{2}\arg[\Gamma(z)]}. \quad (6.4.4)$$

При измерении в бегущем режиме наиболее интересны именно волноводные свойства ускоряющей структуры – распределение относительных амплитуд и фаз электрического поля вдоль структуры, коэффициент отражения, как общий для всей структуры, так и локальных отражений, связанных либо с дефектами изготовления, либо с заложенными в конструкцию ускорителя резко меняющимися параметрами (скачки фаз или амплитуд). Анализ этих характеристик можно провести так называемым трехячеечным методом. Ячейки группируют по три вместе последовательно. Предполагается, что в месте расположения этих трех ячеек амплитуды падающей и отраженной волн, распространяющихся по ускоряющей структуре, меняются незначительно. Кроме того, предполагается, что изменение фазы при переходе от ячейки к ячейке тоже не меняется. Методика сводится к следующему. По двум соседним минимумам в полученном распределении $|E(z)|$ определим центр i -й ячейки z_i . Нормированное электрическое поле в этой точке есть

$$E_i = \sqrt{|\Gamma(z_i)|} \cdot e^{i\frac{1}{2}\arg[\Gamma(z_i)]}. \quad (6.4.5)$$

Представим поля в $i-1$, i и $i+1$ ячейках в виде суммы падающей T и отраженной R волн.

$$\begin{aligned} E_{i-1} &= T \cdot e^{j\theta^-} + R \cdot e^{-j\theta^-}, \\ E_i &= T + R, \\ E_{i+1} &= T \cdot e^{-j\theta^+} + R \cdot e^{j\theta^+}, \end{aligned} \quad (6.4.6)$$

где θ^- – изменение фазы при переходе от $i-1$ -й точки к i -й, θ^+ – изменение фазы при переходе от i -й точки к $i+1$ -й. Таким образом, имеем три комплексных уравнения относительно шести неизвестных $|T|$, $\arg T$, $|R|$, $\arg R$, θ^- и θ^+ . Решая их, можно найти полные комплексные величины падающей волны T , отраженной волны R и изменения фаз θ^- и θ^+ для i -й ячейки. Взяв следующие три ячейки – i , $i+1$ и $i+2$ и повторяя приведенные вычисления, найдем величины падающей волны, отраженной волны и изменения фаз для $i+1$ -й ячейки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 6.1. *Пименов Ю. В., Вольман В. И., Муравцов А. Д.* Техническая электродинамика. М. : Радио и связь, 2000, с. 364.
- 6.2. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. Т.1. М. : Высшая школа, 1970, с. 186—194.
- 6.3. *Slater J. C.* Microwave Electronics. D. New York: Van Nostrand Company Inc., 1950, p. 81.
- 6.4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М. : «Наука», 1988. с. 133–144.
- 6.5. Электродинамика в задачах под ред. Меледина Г. В., Эйдельмана Ю. И. Новосибирск : НГУ, 1997, с. 6–8.
- 6.6. *Nakamura M.* Effect of Non-uniformity in the disk loaded waveguides of electron linear accelerators. // Japanese Journal of Applied Physics, 1968, v. 7, No. 2, pp. 156–162.

Любой линейный ускоритель, даже самый маленький, используемый в промышленных целях, является сложным и высокотехнологичным изделием. Для его работы необходимо учитывать множество факторов, начиная от качества используемых материалов, заканчивая параметрами окружающей среды, в которой будет происходить эксплуатация. Так или иначе, при разработке, изготовлении и эксплуатации линейных ускорителей всегда возникают различные трудности и проблемы. Одни давно и хорошо известны, другие возникают неожиданно, третьи можно устранить, а четвертые способны полностью испортить готовое и дорогое изделие. В данном разделе приводятся некоторые проблемы, которые, с одной стороны, давно в ускорительной технике известны, с другой – от их понимания и решения может зависеть работа всего устройства. Каждая проблема будет описана очень коротко, без ссылок на литературу, поскольку для полного обзора многих из них, необходим отдельный курс лекций. Естественно, данный список будет неполным и не только потому, что нет возможностей описать все вопросы, но и потому, что при изготовлении и эксплуатации ускорителей всегда возникают какие-то неожиданности, которые часто связаны исключительно с данным изделием и не предсказываются заранее.

7.1. Изготовление и настройка

При изготовлении элементов линейного ускорителя важную роль играет механическая точность изготовления. Особенно это актуально для высокодобротных СВЧ-устройств, таких как различные резонаторы, ускоряющие структуры и т. д. Для понимания этого можно рассмотреть следующий пример.

Если взять идеальный цилиндрический резонатор без отверстий связи с волной E_{010} и с частотой $f_0 = 3$ ГГц, то его радиус будет определяться из выражения (5.1.4) и составит $R = 38,2502$ мм. Для высокого уровня запасенной энергии резонатор должен быть высокодобротным, а значит, сделан из материала с низким сопротивлением, например, из меди. В этом случае, нагруженная добротность будет на уровне $Q_n = 14000$, а полоса пропускания (когда мощность падает в 2 раза), исходя из (6.2.7), $\Delta f \approx 200$ кГц. Отсюда можно понять, что при изменении радиуса резонатора на $\Delta R \approx \pm 1,2$ мкм, его частота будет варьироваться в пределах $\Delta f \approx \pm 100$ кГц, т. е. выходить за полосу пропускания.

На самом деле резонатор всегда имеет отверстия связи, поэтому нагруженная добротность значительно меньше используемой в примере, а точность изготовления для радиуса резонатора ниже. Тем не менее, точность изготовления высокодобротных резонаторов S диапазона – единицы микрон.

Чаще всего резонаторы для линейных ускорителей делают с диаметром меньшим, чем необходимо из проектных данных. После этого резонатор измеряют и снова ставят на станок для увеличения радиуса. Так может происходить несколько раз, пока не будет достигнута необходимая степень точности частоты резонатора.

Кроме механически обработанных элементов, в ускорителях всегда встречаются паяные изделия. Сама ускоряющая структура, за исключением каких-нибудь прототипов, делается паяной. При этом изделие подвергается термическому нагреву, что приводит к искажению всех размеров. При остывании не все габариты возвращаются в исходное положение. Также надо помнить, что в вакууме частота резонатора будет больше частоты при атмосфере. С одной стороны, это может быть вызвано деформацией стенок устройства, если они недостаточно толстые, другой – тем, что воздух имеет хоть и близкие к единице, но не равные ей коэффициенты диэлектрической и магнитной проницаемости: $\varepsilon = 1,00058986$, $\mu = 1,00000037$. Таким образом, резонансная частота в вакууме в $\sqrt{\varepsilon\mu}$ выше, чем на воздухе.

Если частота ускоряющей структуры при атмосфере 2856 МГц, то в вакууме она будет почти на 850 кГц выше.

В связи с этим, как бы точно не было механическое производство, по мере возможностей, стараются создать специальные устройства для подстройки параметров резонатора.

Частоту резонаторов в небольших диапазонах можно изменить путем малого изменения его формы. Например, часто специально делают ограниченные места в стенках резонаторов с малой толщиной. Такие места можно легко деформировать для настройки частоты резонатора. Здесь многое зависит от квалификации специалиста, поскольку, как правило, такие процессы необратимы. Однако, после небольшой тренировки легко можно научиться достигать точности настройки частоты с помощью деформации стенок резонатора в ± 10 кГц.

Подстроить в изготовленном резонаторе коэффициент связи труднее, чем частоту. Здесь необходимо рассматривать каждый случай индивидуально.

7.2. Получение вакуума

После изготовления и настройки вакуумных ускоряющих структур всегда стоит задача в получении необходимого давления внутри нужного объема. Если все изготовлено правильно, то необходимый вакуум можно получить достаточно быстро.

Если все-таки необходимый вакуум не достигается, это говорит о возможной течи во внутренний объем. Течь ищут с помощью специальных течеискателей. Суть метода заключается в том, что внутрь откачного поста встраивают спектрометр. Снаружи изделие обдувают гелием, и если при исследовании какого-нибудь места спектрометр определяет в откаченном газе наличие молекул гелия, это и говорит об отсутствии герметичности в данной области. На самом деле данная процедура может быть достаточно долгой и сложной. Еще большей квалификации нужно, чтобы ликвидировать течь. Способ, которым это делают, зависит всегда от конкретного случая: иногда можно заклеить специальным клеем, а бывает, что приходится заново изготавливать изделие.

Для случая качественного изготовления и полной герметичности получение необходимого вакуума не заканчивается после простой откачки. Дело в том, что появление СВЧ мощности внутри структуры всегда приводит к значительному ухудшению вакуума. Это связано с тем, что даже для идеальной поверхности материала под действием электромагнитного поля из стенок проводника начинают выходить многие примеси (например, различные газы, вода), которые всегда находятся в металлах. Иногда для ускорения данного процесса вакуумный объем специально нагревают до температур в сотни градусов и одновременно производят вакуумную откачку.

7.3. Тренировка СВЧ мощностью

Как уже было сказано, под действием СВЧ мощности вакуум ухудшается, а из поверхности проводника удаляются лишние примеси. Это один из этапов тренировки электромагнитным полем. Другая часть заключается в том, чтобы как можно больше неровностей поверхности внутреннего материала «отшлифовались» под действием СВЧ мощности и перестали быть источниками пробоев.

Чем хуже обработка поверхности, тем больше на ней различных изъянов, а если они к тому же имеют заостренные края, то возникает высокая концентрация электрического поля, что часто приводит к возникновению СВЧ пробоя. Если неровность достаточно мала, то со временем она сгорит или распылится. Однако надо понимать, что крупные изъяны могут никогда не исчезнуть и быть источником постоянных пробоев. Процесс такой тренировки может занимать достаточно длительное время – до нескольких месяцев.

Кроме «случайных» дефектов поверхности внутреннего проводника ускоряющих секций, всегда существуют области, где в силу конструктивных особенностей возникает концентрация силовых линий электромагнитного поля. Например, таким местом всегда являются отверстия для пролета пучка на оси ускоряющих резонаторов. Коэффициент перенапряженности электрического поля может достигать нескольких единиц. Для ускоряющих струк-

тур в виде диафрагмированных волноводов, например, на частоте S диапазона (в районе 2–4 ГГц) такой коэффициент может быть в районе 3. Это значит, что если на оси в центре резонатора ускоряющее поле 30 МВ/м, то на поверхности пролетного отверстия оно будет равняться 90 МВ/м. Для уменьшения перенапряженности поля такие места стараются сделать как можно более гладкими и закругленными.

Кроме СВЧ пробоя проблемой может являться представляет *вторично-эмиссионный электрический резонансный разряд* (ВЭРР). Часто данное явление называют *мультипактором*. Он не имеет аналогов при постоянном и импульсном напряжениях.

Механизм ВЭРР следующий: электроны, вышедшие из одной поверхности объема (электрода), ускоряются высокочастотным напряжением и, попадая на противоположную поверхность (другой электрод), вызывают вторичную эмиссию. Если время пролета первичных электронов близко к длительности любого нечетного числа полупериодов СВЧ напряжения, то вторичные электроны, вылетая из второй поверхности, также ускоряются и вызовут вторичную электронную эмиссию уже из первого электрода. При коэффициенте вторичной эмиссии $K_э > 1$ такой взаимный обмен электронами (который и называется ВЭРР) приведет к появлению тока между поверхностями (электродами). В этом случае можно считать, что происходит короткое замыкание между поверхностями резонатора, из-за чего энергия электромагнитного поля перестает накапливаться. Таким образом, данный эффект может приводить к катастрофическим последствиям, не давая возможности процессам тренировки и ускорения частиц.

Выше описана самая суть процесса возникновения мультипактора, в то время как более детальная физика явления весьма сложна и изучается уже многие десятилетия. Можно только сказать, что данный процесс возникает при малых напряжениях СВЧ поля, зависит от коэффициента вторичной эмиссии материала и усугубляется наличием магнитного поля, которое делает движение частиц, направленным, увеличивая вероятность попадания в резонанс.

Избавиться от эмиссионного разряда иногда удастся путем нарушения направленности движения вторичных частиц, например, закреплением на поверхности резонатора небольшого постоянного магнита. В данном случае можно нарушить условие резонанса, но магнитное поле при этом не должно влиять на рабочий пучок. Другой способ борьбы с мультипактором – изменение коэффициента вторичной эмиссии проводника. Для этого можно пробовать напыления различных пленок. Толщина пленки должна быть значительно меньше величины скин-слоя, иначе можно ухудшить добротность резонатора. Материал для нанесения необходимо выбирать таким, про который точно известно, что он обладает $K_э < 1$. Например, таким материалом является Ti. Однако при попадании в атмосферу он реагирует с кислородом, образуя на поверхности оксид титана, который уже не обладает $K_э < 1$. В общем, подавление ВЭРР путем нанесения специального покрытия процесс сам по себе достаточно сложный, включающий в себя множество факторов, которые необходимо заранее проанализировать.

Самым верным способом избавиться от мультипактора – использование таких напряжений и, соответственно, СВЧ мощностей, при которых он не образуется. Часто бывает, что в процессе тренировки при постепенном повышении мощности генератора в какой-то момент возникает эмиссионный разряд. В этом случае необходимо быстрым образом подать значительно большее значение СВЧ мощности, тем самым «перепрыгнув» условие резонанса.

7.4. Термостабилизация

При изменении температуры все металлические объекты меняют свои размеры. Для ускоряющих структур это приводит к смещению резонансной частоты со всеми вытекающими последствиями.

Для медных резонаторов S диапазона средним величина изменения частоты можно считать 50 кГц/С° . Таким образом, при полосе пропускания $\Delta f = \pm 100 \text{ кГц}$ изменение температуры на 2 С° ведет к уходу частоты за пределы Δf . На самом деле, если необходимо получить качественный ускоренный пучок с малым энергетическим размером, то требование на термостабилизацию еще выше. Например, для ускоряющей структуры с частотой 2856 МГц с постоянным импедансом для получения пучка с энергетическим разбросом $\Delta W / W \approx 1 \%$ и длиной $L = 5\% \Lambda$ (Λ – длина волны СВЧ поля в структуре) необходима стабильность средней температуры секции $\Delta T = \pm 0,5 \text{ С}^\circ$. Такая система термостабилизации всегда представляет собой сложное и дорогое устройство, которое разрабатывается индивидуально под каждый ускоритель, исходя из условий его работы и необходимого качества пучка.

Учебное издание

А. Е. Левичев, В. М. Павлов

ЛИНЕЙНЫЕ СВЧ УСКОРИТЕЛИ

Часть I

Электродинамика ускоряющих структур на основе круглого диафрагмированного волновода

Учебное пособие

Редактор *А. С. Штыкова*

Подписано в печать
Формат 60х84 1/8. Уч.-изд. л. усл.-печ. л.
Тираж 50экз. Заказ №

Редакционно-издательский центр НГУ.
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2.